

Міністерство освіти і науки України
Національний аерокосмічний університет
«Харківський авіаційний інститут»

Кафедра математичного моделювання та штучного інтелекту (№ 304)

ЗАТВЕРДЖУЮ

ЗАТВЕРДЖУЮ

Гарант освітньої програми



(підпис)

Юрій СКОБ

(ім'я та ПРИЗВИЩЕ)

« 21 » 08 2025 р.

СИЛАБУС ВИБІРКОВОЇ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

СУЧАСНА ТЕОРІЯ ГЕОМЕТРИЧНОГО ПРОЕКТУВАННЯ

(назва навчальної дисципліни)

Вибірковий блок: Дисципліна індивідуального вибору 2

(назва вибіркового блоку)

Галузь знань: F “Інформаційні технології”

(шифр і найменування галузі знань)

Спеціальність: F3 “Комп’ютерні науки”

(код і найменування спеціальності)

Освітня програма: Інтелектуальні системи та технології

(найменування освітньої програми)

Рівень вищої освіти: другий (магістерський)

Силабус введено в дію з 01.09.2025

Харків 2025 рік

Розробник: Пічугіна О.С., професор каф. 304, д.ф.-м.н., професор

(прізвище та ініціали, посада, науковий ступінь і вчене звання)



(підпис)

Силабус навчальної дисципліни затверджено на засіданні кафедри
математичного моделювання та штучного інтелекту (№ 304)

Протокол № 1 від « 21 » серпня 2025 р.

В. о. завідувача кафедри к.ф.-м.н., доцент

(науковий ступінь і вчене звання)



(підпис)

Олексій КАРТАШОВ

(ім'я та ПРІЗВИЩЕ)

Погоджено з представником здобувачів освіти:

Здобувач другого (магістерського)

рівня вищої освіти за ОП

«Інтелектуальні системи та технології»



(підпис)

Анастасія КОЗАКОВА

(ім'я та ПРІЗВИЩЕ)

1. Загальна інформація про викладача



ПІБ: Пічугіна Оксана Сергіївна

Посада: професор кафедри математичного моделювання та штучного інтелекту (304)

Науковий ступінь: д.ф.-м.н.

Вчене звання: професор

Перелік дисциплін, які викладає:

1. Системи та методи прийняття рішень
 2. Інтелектуальні системи підтримки прийняття рішень
 3. Електронний документообіг та електронне урядування
 4. Аналіз та візуалізація даних
 5. Цифровізація та вебометрія документно-інформаційних потоків
 6. Сучасна теорія геометричного проєктування
 7. Мінор «ШІ мовою Python». Дисципліна 2
- Напрями наукових досліджень: дослідження операцій, комбінаторна оптимізація, математичне моделювання, чисельні методи, машинне навчання, аналіз даних.

Контактна інформація: o.pichugina@khai.edu

2. Опис навчальної дисципліни

Форма здобуття освіти	Денна
Семестр	2
Мова викладання	Українська
Тип дисципліни	Обов'язкова
Обсяг дисципліни: кредити ЄКТС / кількість годин	6 кредитів ЄКТС / 180 годин (64 аудиторних; СРЗ – 116)
Види навчальної діяльності	Практичні заняття, самостійна робота
Види контролю	Поточний контроль, модульний контроль, семестровий контроль – іспит
Пререквізити	Математичний аналіз Алгебра та геометрія Методи обчислень Теорія алгоритмів і математична логіка Теорія ймовірностей Математична статистика Методи оптимізації Дослідження операцій Системи та методи прийняття рішень Теорія та методи оптимізації складних систем Теорія та методи обчислювального інтелекту

3. Мета та завдання навчальної дисципліни, переліки компетентностей та очікуваних результатів навчання

Мета – формування у здобувачів вищої освіти цілісного уявлення про сучасні підходи до геометричного проектування, а також практичних навичок формалізації й розв’язання задач розміщення, упаковки та компоновання об’єктів в евклідовому просторі. Дисципліна спрямована на опанування моделей точкових множин, понять геометричної інформації й канонічних представлень, перестановочних формалізацій задач геометричного проектування, Φ -функцій для опису геометричних відношень, а також на засвоєння статистичних методів оптимізації з реалізацією базових алгоритмів у середовищі Python.

Завдання – поетапне ознайомлення здобувачів із базовими моделями та просторами інформації в геометричному проектуванні; оволодіння загальною схемою побудови Ек-задач і Φ -функцій для опису неперетину, покриття та розміщення об’єктів; вивчення методів дискретної оптимізації (послідовний аналіз варіантів, метод гілок і меж) у задачах розміщення прямокутників і багатокутників. Дисципліна спрямована на формування вміння інтерпретувати комбінаторні задачі як геометричні, будувати ймовірнісні моделі детермінованих оптимізаційних задач, застосовувати метод послідовної статистичної оптимізації (МПСО) для розв’язання задач геометричного проектування, реалізовувати числові експерименти й аналізувати ефективність алгоритмів.

Інтегральна компетентність:

здатність розв’язувати практичні проблеми в галузі прикладної математики, комп’ютерних наук і інженерії, що пов’язані з геометричним проектуванням і оптимізацією просторових конфігурацій об’єктів; це передбачає побудову адекватних геометричних і ймовірнісних моделей, застосування методів дискретної та стохастичної оптимізації, а також використання сучасних програмних засобів для проведення обчислювальних експериментів в умовах високої комбінаторної складності.

Загальні компетентності (ЗК)

Після закінчення цієї програми здобувач освіти буде здатен:

- Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.
- Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.
- Здатність спілкуватися іноземною мовою.
- Здатність бути критичним і самокритичним.
- Здатність генерувати нові ідеї (креативність).

Спеціальні компетентності (ФК)

Після закінчення цієї програми здобувач освіти буде здатен:

- Здатність формалізувати предметну область певного проекту у вигляді відповідної інформаційної моделі.
- Здатність використовувати математичні методи для аналізу формалізованих моделей предметної області.
- Здатність застосовувати існуючі і розробляти нові алгоритми розв'язування задач у галузі комп'ютерних наук.
- Здатність розробляти програмне забезпечення відповідно до сформульованих вимог з урахуванням наявних ресурсів та обмежень.

Програмні результати навчання (ПРН):

Після закінчення цієї програми здобувач освіти буде здатен:

- Мати спеціалізовані концептуальні знання, що включають сучасні наукові здобутки у сфері комп'ютерних наук і є основою для оригінального мислення та проведення досліджень, критичне осмислення проблем у сфері комп'ютерних наук та на межі галузей знань.
- Розробляти та застосовувати математичні методи для аналізу інформаційних моделей.
- Тестувати програмне забезпечення.
- Використовувати сучасні підходи та методи штучного інтелекту.

4. Зміст навчальної дисципліни

Модуль

Змістовний модуль 1. Базові відомості та загальні задачі геометричного програмування (ГП)

Тема 1. Геометричне проєктування

Стисла анотація: Геометричне проєктування (ГП) передбачає формалізований опис та оптимізацію розміщення об'єктів у евклідовому просторі з урахуванням геометричних, технологічних та функціональних обмежень. У темі вивчаються моделі деяких класів точкових множин як носіїв можливих позицій об'єктів, вводиться поняття геометричної інформації та канонічних представлень, що дозволяють уніфікований опис форми, розмірів та розташування. Розглядається простір інформації як абстрактний простір параметрів. Формулюється основна задача геометричного проєктування — знайти конфігурацію, що задовольняє системі обмежень (допустима область) та оптимізує заданий критерій якості (довжина, площа, собівартість тощо). Фокус зроблено на переході від інтуїтивної геометричної постановки задачі ГП (ЗГП) до строгої математичної моделі, придатної для алгоритмічної реалізації та подальшого використання методів оптимізації до її розв'язання.

Тема лекції 1: Моделі точкових множин і допустимих областей у геометричному проєктуванні

Тема лекції 2: Геометрична інформація та простори канонічної інформації

Тема лекції 3: Простір інформації та основна задача геометричного проєктування

Тема практичного заняття 1: Генерація та візуалізація точкових множин засобами Python

Тема практичного заняття 2: Канонічні представлення геометричних об'єктів у Python

Тема практичного заняття 3: Проста задача геометричного проектування: постановка та числовий експеримент у Python

Самостійна робота здобувача освіти: опрацювання матеріалу лекції, виконання індивідуального практичного завдання, підготовка до захисту практичного завдання.

Тема 2. Математична модель E_k -задач геометричного проектування

Стисла анотація: Формулюється загальна схема формалізації задач геометричного проектування у вигляді E_k -задач, де конфігурація об'єктів описується в просторі інформації, а геометричні відношення (неперетин, покриття, дотик, допустимі відстані тощо) задаються системою нерівностей. Вводиться поняття Φ -функції як ключового інструмента аналітичного опису відстаней та взаємного розташування об'єктів; показується, як за допомогою Φ -функцій формалізуються уніфіковані умови перетину, розміщення і покриття. Структуруються нерівності, що виникають у E_k -задачах, зокрема лінійні та квазі-лінійні. Досліджуються E_k -постановки, які забезпечують коректність, алгоритмічну зручність і подальшу інтеграцію з методами дискретної та неперервної оптимізації.

Тема лекції 4: Загальна характеристика та формальна постановка E_k -задач геометричного проектування

Тема лекції 5: Φ -функції та формалізація геометричних відношень

Тема лекції 6: Структури нерівностей, клас Φ -функцій і особливості E_k -задач

Тема практичного заняття 4: Реалізація базових Φ -функцій у Python

Тема практичного заняття 5: Формалізація задачі розміщення з використанням Φ -функцій

Тема практичного заняття 6: Числовий експеримент над E_k -задачею геометричного проектування

Самостійна робота здобувача освіти: опрацювання матеріалу лекції, виконання індивідуального практичного завдання, підготовка до захисту практичного завдання.

Тема 3. Методи дискретної оптимізації в геометричному проектуванні

Стисла анотація: Розглядаються методи дискретної оптимізації, адаптовані до розв'язання задач геометричного проектування, розв'язок яких подається у вигляді скінченного набору варіантів розміщення, компоновання або вибору конфігурацій. Серед них метод послідовного аналізу варіантів і методу гілок і меж як базові підходи до перебору допустимих геометричних конфігурацій з побудовою оцінок цільової функції. Будуються дерева рішень для задач розміщення прямокутників і багатокутників у смузї та прямокутній області. Встановлюється зв'язок між E_k -формалізацією ЗГП та алгоритмічною їх реалізацією. Вивчаються питання ефективності, повноти пошуку, евристичного скорочення простору рішень і можливості реалізації цих підходів у сучасних програмних середовищах.

Тема лекції 7: Метод послідовного аналізу варіантів у задачах геометричного проектування

Тема лекції 8: Метод гілок і меж та евристичні підходи до розміщення геометричних об'єктів

Тема практичного заняття 7: Реалізація спрощеного методу гілок і меж для задачі розміщення прямокутників

Тема практичного заняття 8: Послідовний аналіз варіантів і евристики в задачах геометричного компонування

Самостійна робота здобувача освіти: опрацювання матеріалу лекції, виконання індивідуального практичного завдання, підготовка до захисту практичного завдання.

Модульний контроль 1

Змістовний модуль 1. Спеціальні задачі геометричного програмування (ГП)

Тема 4. Деякі комбінаторні задачі оптимізації в арифметичному евклідовому просторі

Стисла анотація: Вивчається підхід, коли екстремальні комбінаторні задачі (перестановка, розміщення, упакування, компонування) формалізуються як задачі оптимізації в евклідовому просторі, зокрема розглядаються відображення комбінаторних множин у $\mathbb{R}^n$, побудова опуклих оболонок та комбінаторних багатогранників, розкладання образів комбінаторних множин за паралельними гіперплощинами та використання цієї інформації у побудові ефективних алгоритмів. Розглядаються геометричні підходи отримувати оцінки та перевіряти оптимальність у задачах гільотинного розкрою, оптимізації довжини зв'язуючої мережі. Встановлюється зв'язок між дискретною природою рішень і їх геометричним образом, що обґрунтовує можливість застосування опуклого аналізу, багатовимірної геометрії до розв'язання ЗГП.

Тема лекції 9: Відображення комбінаторних множин у $\mathbb{R}^n$ та перестановочні багатогранники

Тема лекції 10: Прикладні комбінаторні задачі: розкрой та зв'язуючі мережі

Тема практичного заняття 9 Перестановки, перестановочний багатогранник та їх візуалізація у Python

Тема практичного заняття 10: Геометричні моделі задач розкрою та зв'язуючих мереж

Самостійна робота здобувача освіти: опрацювання матеріалу лекції, виконання індивідуального практичного завдання, підготовка до захисту практичного завдання.

Тема 5. Ймовірнісна модель детермінованої оптимізаційної задачі

Стисла анотація: Розглядається підхід до математичного моделювання детермінованих оптимізаційних задач через ймовірнісну модель та процедура рандомізації, коли на множині можливих рішень задається розподіл ймовірностей. Розглядаються методи статистичної оцінки оптимуму, оцінки ймовірності потрапляння у «гарні» розв'язки, аналіз функціонала як випадкової величини. Досліджуються оцінки похибок і довірчі інтервали, умови коректності ймовірнісної моделі та її зв'язок із детермінованою задачею. Підкреслюється, що ймовірнісна модель є потужним інструментом

теоретичного аналізу складних задач та основою для побудови ефективних стохастичних алгоритмів їх розв'язання.

Тема лекції 11: Рандомізація детермінованої задачі та статистична оцінка оптимуму

Тема лекції 12: Ймовірнісні характеристики функціонала та оцінка похибки моделі

Тема практичного заняття 11: Статистична оцінка оптимуму детермінованої задачі засобами Python

Тема практичного заняття 12: Оцінка похибки ймовірнісної моделі та ймовірнісні гарантії

Самостійна робота здобувача освіти: опрацювання матеріалу лекції, виконання індивідуального практичного завдання, підготовка до захисту практичного завдання.

Тема 6. Метод послідовної статистичної оптимізації

Стисла анотація: Вивчається метод послідовної статистичної оптимізації (МПСО), що поєднує використання ймовірнісної моделі детермінованої задачі з поетапним звуженням області пошуку на основі результатів статистичних експериментів. Розглядаються кроки послідовних алгоритмів: побудова початкової вибірки розв'язків, оцінка значень цільової функції, виділення перспективних рішень, уточнення розподілу ймовірностей та досягнення збіжності. Аналізуються умови застосовності методу МПСО - збіжність, теоретична ефективність, чутливість до вхідних параметрів. Приділено увагу прикладним алгоритмам МПСО для розв'язання задач геометричного проектування. Обґрунтовано, що стохастичний пошук дозволяє отримувати високоякісні рішення зі строго обґрунтованими ймовірнісними властивостями.

Тема лекції 13: Загальна схема методу послідовної статистичної оптимізації (МПСО)

Тема лекції 14: Збіжність, ефективність та застосування МПСО в задачах геометричного проектування

Тема практичного заняття 13: Реалізація базової версії МПСО в Python

Тема практичного заняття 14: Дослідження параметрів МПСО та ефективності послідовної статистичної оптимізації

Самостійна робота здобувача освіти: опрацювання матеріалу лекції, виконання індивідуального практичного завдання, підготовка до захисту практичного завдання.

Тема 7. Застосування методу послідовної статистичної оптимізації в задачах геометричного проектування

Стисла анотація: Тема присвячена практичному використанню методу послідовної статистичної оптимізації (ПСО) для розв'язання конкретних задач геометричного проектування, у яких необхідно знаходити оптимальні або наближено оптимальні конфігурації розміщення об'єктів за складних обмежень. Розглядаються приклади задач розміщення багатокутників у напівнескінченній смузі заданої ширини, задач розміщення в смузі з урахуванням орієнтації та скрізних різів, оптимізації довжини зв'язуючої мережі між об'єктами, задач урівноважування (балансування мас або навантажень), а також компонування вузлів радіоелектронної апаратури.

Показано, як на основі E_k -моделей, Φ -функцій та ймовірнісних підходів будуються послідовні статистичні алгоритми: задається початкова множина рішень, формується критерій якості, поетапно уточнюються області пошуку, реалізується адаптивний стохастичний пошук з оцінкою якості конфігурацій. Наголошується на інженерній інтерпретації результатів, можливостях методу для великих задач, де точні методи є обчислювально недоцільними, та на важливості правильної постановки, вибору параметрів і аналізу збіжності для гарантовано якісних рішень.

Тема лекції 15: Застосування послідовної статистичної оптимізації до задач розміщення та упаковки

Тема лекції 16: Компонування вузлів, зв'язуючі мережі та урівноважування в рамках послідовної статистичної оптимізації

Тема практичного заняття 15: Послідовна статистична оптимізація для задачі розміщення прямокутників у смугі

Тема практичного заняття 16: Застосування послідовної статистичної оптимізації до задачі конструювання елементів з мережевими зв'язками
Самостійна робота здобувача освіти: опрацювання матеріалу лекції, виконання індивідуального практичного завдання, підготовка до захисту практичного завдання.

Модульний контроль 2

5. Індивідуальні завдання

Індивідуальне завдання не передбачено навчальним планом.

6. Методи навчання

Словесні, наочні, практичні.

7. Методи контролю

Поточний контроль (теоретичне опитування й розв'язання практичних завдань), модульний контроль (тестування за розділами курсу) та підсумковий (семестровий) контроль (іспит).

8. Критерії оцінювання та розподіл балів, які отримують здобувачі освіти

Таблиця 8.1 – Розподіл балів, які отримують здобувачі

Складові навчальної роботи	Бали за одне заняття (завдання)	Кількість занять (завдань)	Сумарна кількість балів
Змістовний модуль 1			
Участь у лекції	0...8	2	0...16
Виконання і захист практичних робіт	0...7	4	0... 28
Модульний контроль 1	0...6	1	0...6
Змістовний модуль 2			

Складові навчальної роботи	Бали за одне заняття (завдання)	Кількість занять (завдань)	Сумарна кількість балів
Участь у лекції	0...8	2	0...16
Виконання і захист практичних робіт	0...7	4	0... 28
Модульний контроль 2	0...6	1	0...6
Усього за семестр			0...100

Семестровий контроль (іспит) проводиться у разі відмови здобувача від балів поточного тестування й за наявності допуску до іспиту. Під час складання семестрового іспиту здобувач має можливість отримати максимум 100 балів. Білет для іспиту складається з двох теоретичних і двох практичних завдань, максимальна кількість балів за кожне виконане теоретичне завдання – 20 балів, за кожне виконане практичне завдання – 30 балів (що складає в сумі 100 балів).

Таблиця 8.2 – Шкали оцінювання: бальна і традиційна

Сума балів	Оцінка за традиційною шкалою	
	Іспит, диференційний залік	Залік
90 – 100	Відмінно	Зараховано
75 – 89	Добре	
60 – 74	Задовільно	
0 – 59	Незадовільно	Не зараховано

Критерії оцінювання роботи здобувача протягом семестру

Задовільно (60 - 74). Мати мінімум знань та умінь. Мати стійкі навички виконання елементарних дій з опрацювання даних на комп'ютері, здати практичні роботи, здати 2 модульні контрольні роботи.

Добре (75 - 89). Вільно володіти навчальним матеріалом, вміти застосовувати знання на практиці. Мати стійкі навички виконання елементарних дій з опрацювання даних на комп'ютері, здати усі практичні роботи, здати 2 модульні контрольні роботи.

Відмінно (90 - 100). Здати всі контрольні точки з оцінкою «відмінно». Досконально знати всі теми та вміти застосовувати одержані знання.

9. Політика навчального курсу

Відвідування занять та робота в семестрі. Відпрацювання пропущених занять відбувається відповідно до розкладу консультацій, за попереднім погодженням з викладачем.

Дотримання вимог академічної доброчесності здобувачами освіти під час вивчення навчальної дисципліни. Під час вивчення навчальної дисципліни здобувачі освіти мають дотримуватися загальноприйнятих морально-етичних норм і правил поведінки, вимог академічної доброчесності, передбачених Положенням про академічну доброчесність Національного аерокосмічного університету «Харківський авіаційний інститут» (<https://khai.edu/assets/files/polozhennya/polozhennya-pro-akademichnu-dobrochesnist.pdf>). Очікується, що роботи здобувачів освіти будуть їх оригінальними дослідженнями або міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикавання джерел, списування, втручання в роботу

інших здобувачів освіти становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброочесності. Виявлення ознак академічної недоброочесності в письмовій роботі здобувача освіти є підставою для її незарахування викладачем незалежно від масштабів плагиату чи обману.

Вирішення конфліктів. Порядок і процедури врегулювання конфліктів, пов'язаних із корупційними діями, зіткненням інтересів, різними формами дискримінації, сексуальними домаганнями, міжособистісними стосунками та іншими ситуаціями, що можуть виникнути під час навчання, а також правила етичної поведінки регламентуються Кодексом етичної поведінки в Національному аерокосмічному університеті «Харківський авіаційний інститут» (<https://khai.edu.ua/university/normativna-baza/ustanovchi-dokumenti/kodeks-etichnoi-povedinki/>).

10. Методичне забезпечення

Сторінка дисципліни знаходиться за посиланням:
<https://mentor.khai.edu/course/view.php?id=3077>

11. Рекомендована література

Базова

1. Стоян Ю.Г., Яковлев С.В. *Математические модели геометрического проектирования*. Монография. Киев: Наукова думка, 1986. 268 с.
2. De Berg, M., Cheong, O., Van Kreveld, M., Overmars, M.: *Computational Geometry: Algorithms and Applications*. Springer, Berlin, Heidelberg (2008). <https://doi.org/10.1007/978-3-540-77974-2>.
3. Ziegler, G.M.: *Lectures on Polytopes*. Springer (2011).
4. Spall, J.C.: *Introduction to Stochastic Search and Optimization: Estimation, Simulation, and Control*. Wiley (2003). <https://doi.org/10.1002/0471722138>.
5. Schrijver, A.: *Theory of linear and integer programming*. Wiley, Chichester Weinheim (2011).

Допоміжна

1. Shapiro, A., Dentcheva, D., Ruszczyński, A.: *Lectures on Stochastic Programming: Modeling and Theory*, Third Edition. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, PA (2021). <https://doi.org/10.1137/1.9781611976595>.
2. Martello, S., Toth, P.: *Knapsack problems: algorithms and computer implementations*. Wiley & Sons, New York (1990).
3. Rubinstein, R.Y., Kroese, D.P.: *Simulation and the Monte Carlo Method*. Wiley (2016). <https://doi.org/10.1002/9781118631980>.
4. Preparata, F.P., Shamos, M.I.: *Computational Geometry: An Introduction*. Springer, New York (2008).
5. Stoyan, Y., Romanova, T.: *Mathematical Models of Placement Optimisation: Two- and Three-Dimensional Problems and Applications*. In: Fasano, G. and Pintér, J.D. (eds.) *Modeling and Optimization in Space Engineering*. pp. 363–

388. Springer New York, New York, NY (2012). https://doi.org/10.1007/978-1-4614-4469-5_15.
6. Pisinger, D.: Heuristics for the container loading problem. European Journal of Operational Research. 141, 382–392 (2002). [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(02\)00132-7](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(02)00132-7).
7. Hifi, M., M'Hallah, R.: A Literature Review on Circle and Sphere Packing Problems: Models and Methodologies. Advances in Operations Research. 2009, 150624 (2009). <https://doi.org/10.1155/2009/150624>.

12. Інформаційні ресурси

1. Google Colab <https://colab.google/>
2. Pyomo <https://www.pyomo.org/>