

Міністерство освіти і науки України  
Національний аерокосмічний університет  
«Харківський авіаційний інститут»

Кафедра «Вищої математики та системного аналізу» (№ 405)

**ЗАТВЕРДЖУЮ**

Гарант освітньої програми

  
(підпис)

Юнна ЩЕРБАКОВА

(ім'я та ПРИЗВИЩЕ)

« 29 » серпня 2025 р.

**СИЛАБУС ОBOB'ЯЗКОВОЇ  
НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

Випадкові процеси

(назва навчальної дисципліни)

**Галузі знань:** 12 «Інформаційні технології»

(шифр і найменування галузі знань)

**Спеціальності:** 124 «Системний аналіз та наука про дані»

(код і найменування спеціальності)

**Освітні програми:** «Системний аналіз і управління»

(найменування освітньої програми)

**Рівень вищої освіти:** перший (бакалаврський)

**Силабус введено в дію з 01.09.2025 року**

**Харків – 2025 р.**

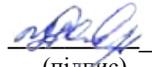
Розробник: Брисіна І.В., доцент кафедри вищої математики та системного  
(прізвище та ініціали, посада, науковий ступінь і вчене звання)  
аналізу, кандидат фізико-математичних наук, доцент

  
(підпис)

Силабус навчальної дисципліни розглянуто на засіданні кафедри вищої  
математики та системного аналізу (№ 405)  
(назва кафедри)

Протокол № 12 від “30” червня 2025 р.

Завідувач кафедри к.ф.-м.н., доцент  
(науковий ступінь та вчене звання)

  
(підпис)

Ніна САВЧЕНКО  
(ініціали та прізвище)

Погоджено з представником здобувачів освіти:

студент гр. 453

  
(підпис)

Володимир ТИТАРЕНКО  
(ім'я та прізвище)

## 1. Загальна інформація про викладача



ПІБ: Брисіна Ірина Вікторівна

---

Посада: доцент кафедри вищої математики та системного аналізу

---

Науковий ступінь: кандидат фізико-математичних наук

---

Вчене звання: доцент

---

Перелік дисциплін, які викладає:

Математичний аналіз; Теорія ймовірностей та математична статистика; Випадкові процеси; Моделі та методи теорії масового обслуговування; Стохастичні моделі економічних процесів; Вища математика.

---

Напрями наукових досліджень:

теорія ймовірностей, випадкові процеси, теорія масового обслуговування, теорія надійності, атомарні функції.

---

Контактна інформація:

[i.brysina@khai.edu](mailto:i.brysina@khai.edu)

---

## 2. Опис навчальної дисципліни

Форма здобуття освіти	Денна, заочна
Семестр	V
Мова викладання	Українська
Тип дисципліни	Обов'язкова
Обсяг дисципліни: кредити ЄКТС/ кількість годин	денна: 4.5 кредитів ЄКТС/ 135 годин (64 аудиторних, з яких: лекції – 32; практичні – 32; СРЗ -71);
Види навчальної діяльності	Лекції, практичні, самостійна робота
Види контролю	Поточний контроль, модульний контроль, семестровий – контроль - іспит
Пререквізити	Шкільна математика, математичний аналіз, лінійна алгебра, теорія ймовірностей, диференціальні рівняння
Кореквізити	Інформатика та програмування
Постреквізити	«Математичне моделювання», «Теорія ризиків», «Статистика та обробка даних», «Теорія масового обслуговування», «Стохастичні моделі економічних процесів»

### **3. Мета та завдання навчальної дисципліни, переліки компетентностей та очікуваних результатів навчання**

**Мета вивчення:** отримати фундаментальні знання з теорії випадкових процесів, які дозволять здобувачам освіти розв'язувати важливі практичні та теоретичні задачі з різних галузей сучасної математики та суміжних дисциплін, а також закладуть основи фундаментальної математичної підготовки.

**Завдання:** закласти основи фундаментальної фахової підготовки, а саме-широкий спектр застосування стохастичних моделей.

#### **Компетентності та результати навчання**

В результаті вивчення навчальної дисципліни здобувач вищої освіти може набути таких **компетентностей і результатів навчання:**

##### **Інтегральні компетентності:**

1. Аналітичне мислення: Здатність аналізувати складні проблеми, розбивати їх на складові частини та застосовувати математичні методи для їх вирішення.
2. Моделювання: Вміння створювати математичні моделі реальних процесів та явищ, що є важливим для спеціальностей "Системний аналіз".
3. Використання сучасних технологій: Здатність використовувати програмне забезпечення та комп'ютерні технології для проведення математичних розрахунків та аналізу даних.
4. Критичне мислення: Вміння оцінювати точність та достовірність отриманих результатів, а також обґрунтовувати вибір методів та підходів для вирішення завдань.
5. Комунікація: Здатність чітко та зрозуміло представляти результати своєї роботи, використовуючи математичну термінологію та графіки.
6. Міждисциплінарний підхід: Вміння інтегрувати математичні знання з іншими дисциплінами, такими як теорія надійності та масового обслуговування, теорія страхування, теорія ризиків, логістика для вирішення комплексних завдань.

Інтегральна компетентність допомагає здобувачам освіти стати більш універсальними та адаптивними фахівцями, здатними працювати в різних галузях та вирішувати широке коло професійних завдань відповідно до освітньої програми.

##### **Загальні компетентності:**

- Здатність до абстрактного мислення;
- Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях;
- Здатність знати та розуміти предметну область і професійну діяльність;
- Здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел;
- Здатність оцінювати якість виконуваних робіт;
- Здатність спілкуватися на державній та на іноземними мовами як усно, так і письмово;

- Здатність працювати самостійно та в команді з урахуванням вимог професійної дисципліни;
- Здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел;
- Здатність до гнучкого мислення та компетентного застосування набутих знань в широкому діапазоні практичної роботи за фахом;
- Здатність використовувати математичний апарат для дослідження фахових процесів.

#### **Спеціальні компетенції:**

- Математичне моделювання технічних та економічних процесів систем із зосередженими та розподіленими параметрами із врахуванням невизначеності зовнішніх та внутрішніх факторів.
- Здатність визначати основні чинники, які впливають на розвиток фізичних, економічних, соціальних процесів, відокремлювати в них стохастичні та невизначені показники, формулювати їх у вигляді випадкових або нечітких величин, векторів, процесів та досліджувати залежності між ними
- Здатність розробляти експериментальні та спостережувальні дослідження і аналізувати дані, отримані в них
- Здатність створювати та аналізувати математичні моделі
- Здатність використовувати математичні методи для оцінки екологічних ризиків та прийняття управлінських рішень.

Ці спеціальні компетенції допомагають здобувачам освіти опанувати необхідні професійні навички та підготуватися до роботи у відповідних галузях.

#### **Програмні результати навчання:**

- Знати і вміти застосовувати на практиці диференціальне та інтегральне числення, ряди та інтеграл Фур'є, векторну та лінійну алгебру, аналітичну геометрію та векторний аналіз, функціональний аналіз та дискретну математику в обсязі, необхідному для вирішення типових завдань системного аналізу.
- Вміти визначати ймовірнісні розподіли стохастичних показників та факторів, що впливають на характеристики досліджуваних процесів, досліджувати властивості та знаходити характеристики багатовимірних випадкових векторів, використовувати їх для розв'язання прикладних задач, формалізувати стохастичні показники та фактори у вигляді випадкових величин, векторів, процесів.
- Знати та вміти застосовувати основні методи постановки та вирішення задач системного аналізу в умовах невизначеності цілей, зовнішніх умов та конфліктів.
- Вміння розв'язувати задачі стосовно ланцюгів та процесів Маркова, процесів з незалежними приростами, процесів Пуассона та Вінера, спектральної теорії випадкових процесів.

- Вміння застосовувати теорію до оптимізації показників роботи деяких систем масового обслуговування.
- Здобувачі освіти повинні вміти оцінювати точність та достовірність отриманих результатів, а також обґрунтовувати вибір методів та підходів для вирішення завдань.
- Здобувачі освіти повинні вміти аналізувати та інтерпретувати математичні дані та результати.
- Здобувачі освіти повинні вміти чітко та зрозуміло представляти результати своєї роботи, використовуючи математичну термінологію та графіки.
- Здобувачі освіти повинні вміти писати звіти та презентувати результати своїх досліджень.
- Здобувачі освіти повинні вміти інтегрувати математичні знання з іншими дисциплінами для вирішення комплексних завдань.
- Здобувачі освіти повинні розуміти роль математики в різних галузях науки та техніки.
- Здобувачі освіти повинні вміти самостійно працювати над математичними задачами та проектами.
- Здобувачі освіти повинні демонструвати відповідальність за результати своєї роботи та вміння працювати в команді.

Ці програмні результати навчання допомагають здобувачам освіти розвивати необхідні компетенції та готують їх до професійної діяльності у відповідних галузях.

## 4. Зміст навчальної дисципліни

### Модуль 1

#### Змістовий модуль 1

##### **Тема 1. Вступ до дисципліни «Випадкові процеси».**

*Обов'язкові предмети та засоби (обладнання, устаткування, матеріали, інструменти): відсутні*

Предмет вивчення і задачі дисципліни «Випадкові процеси». Основні історичні етапи розвитку і становлення. Досягнення вітчизняної школи. Сучасний стан розвитку теорії та застосувань.

*Обсяг самостійної роботи здобувачів:*

- Опрацювання матеріалу лекцій. Формування питань до викладача.
- Виконання домашніх робіт після кожного практичного заняття

##### **Тема 2. Основні поняття теорії випадкових процесів**

Означення та приклади випадкових процесів. Класифікація випадкових процесів. Скінченновимірні розподіли. Теорема Колмогорова. Реалізації. Моменти. Кореляційна функція. Властивості числових характеристик. Означення стаціонарних у вузькому та широкому змісті процесів. Приклади. Дійсна та комплексна випадкові гармоніки. Гаусовський процес. Універсальний характер нормального розподілу. Властивості гаусівських систем. Система скінченновимірних розподілів гаусівського процесу. Нормальні процеси із дискретним та неперервним часом.

*Обсяг самостійної роботи здобувачів:*

- Опрацювання матеріалу лекцій. Формування питань до викладача.
- Виконання домашніх робіт після кожного практичного заняття

#### Змістовий модуль 2. Процеси Маркова.

##### **Тема 3. Ланцюг Маркова.**

Випадкове блукання. Матриця ймовірностей переходу ланцюга Маркова за один та за декілька кроків. Властивості. Існування стаціонарного розподілу-ергодична теорема. Інтерпретації стаціонарного розподілу.

*Обсяг самостійної роботи здобувачів:*

- Опрацювання матеріалу лекцій. Формування питань до викладача.
- Виконання домашніх робіт після кожного практичного заняття

**Тема 4. Марковські однорідні процеси зі счисленною множиною станів.** Марківська властивість. Однорідний процес із дискретною множиною станів. Системи прямих та обернених рівнянь Колмогорова-Чепмена для перехідних ймовірностей та ймовірностей перебування у стані. Існування граничного розподілу. Простіший потік випадкових подій, його властивості та застосування. Процеси Маркова в теорії масового обслуговування. Система

Ерланга. Ймовірність втрати. Системи із очікуванням. Розподіл часу чекання моменту початку обслуговування. Поняття про оптимальність для систем масового обслуговування.

*Обсяг самостійної роботи здобувачів:*

- Опрацювання матеріалу лекцій. Формування питань до викладача.
- Виконання домашніх робіт після кожного практичного заняття

### **Модульний контроль 1**

- *Форма занять: написання модульної роботи в аудиторії (за рішенням лектора допускається проведення у дистанційній формі).*
- *Обов'язкові предмети та засоби (обладнання, устаткування, матеріали, інструменти): відсутні.*

*Обсяг самостійної роботи здобувачів – за необхідністю*

## **Модуль 2.**

### **Змістовий модуль 3.**

#### **Тема 5. Процеси із незалежними приростами.**

Процес Пуассона. Випадковий телеграфний сигнал. Узагальнений телеграфний сигнал. Зв'язок між різними означеннями процесу Пуассона. Суперпозиція процесів Пуассона. Просіяний процес. Процес Крамера - Лундберга. Броунівський рух. Різні означення, властивості та застосування. Загальні процеси із незалежними приростами та їх застосування.

*Обсяг самостійної роботи здобувачів:*

- Опрацювання матеріалу лекцій. Формування питань до викладача.
- Виконання домашніх робіт після кожного практичного заняття

### **Змістовий модуль 4**

#### **Тема 6. Лінійні перетворення випадкових процесів.**

Канонічний розклад випадкових процесів та лінійні перетворення процесів, поданих у вигляді канонічного розподілу. Зв'язок із канонічним розкладом кореляційної функції. Неперервність, похідна та інтегрування випадкових процесів відповідно до виду збіжності випадкових величин. Критерії середньоквадратичної збіжності. Змінення числових характеристик випадкових процесів при лінійних перетвореннях. Приклади застосування - РС-ланцюжок. Випадки зберігання стаціонарності при лінійних перетвореннях.

Спектр стаціонарного процесу. Спектральна щільність.

*Обсяг самостійної роботи здобувачів:*

- Опрацювання матеріалу лекцій. Формування питань до викладача.
- Виконання домашніх робіт після кожного практичного заняття

-

## Змістовий модуль 5

### Тема 7. Мартингали.

Означення мартингалів із дискретним часом. Симетричне випадкове блукання як приклад мартингала. Приклади. Класична задача про розорення гравця, середня тривалість гри, ймовірність розорення. Задача про розорення інвестора із застосуванням мартингалів. Момент зупинки. Тотожності Вальда. Мартингали із неперервним часом. Застосування мартингалів для дослідження моменту виходу вінерівського процесу за рівень.

*Обсяг самостійної роботи здобувачів:*

- Опрацювання матеріалу лекцій. Формування питань до викладача.
- Виконання домашніх робіт після кожного практичного заняття

### Модульний контроль 2

- *Форма занять: написання модульної роботи в аудиторії (за рішенням лектора допускається проведення у дистанційній формі).*

## 5. Індивідуальна робота

№ з/п	Назва теми
1	Процеси Маркова. Розрахунок основних характеристик СМО.

## 6. Методи навчання

Проведення аудиторних лекцій, практичних занять, індивідуальні консультації (при необхідності), самостійна робота студентів за матеріалами, опублікованими кафедрою (методичні посібники), проведення олімпіад.

## 7. Методи контролю

Проведення поточного контролю, письмового модульного контролю, фінальний контроль у вигляді іспиту.

## 8. Критерії оцінювання та розподіл балів, які отримують студенти

Таблиця 8.1 – Розподіл балів, які отримують здобувачі освіти

Складові навчальної роботи	Бали за одне заняття (завдання)	Кількість занять (завдань)	Сумарна кількість балів
<b>Змістовий модуль 1, 2</b>			
Робота на лекціях	0...0,5	8	4
Робота на	0...2	7	0...14

практичних заняттях			
Самостійна робота	0...1	7	0...7
Модульний контроль	0...24	1	0...25
<b>Змістовий модуль 3, 5</b>			
Робота на лекціях	0...0,5	8	4
Робота на практичних заняттях	0...2	7	0...14
Самостійна робота	0...1	7	0...7
Модульний контроль	0...25	1	0...25
Виконання та захист розрахункової роботи	0...20	1	0...20
<b>Всього за семестр (*)</b>			<b>0...120</b>

**(\*) Якщо кількість модульних балів у студента перевищує 100, то в якості підсумкової оцінки виставляється 100 балів.**

Семестровий контроль (іспит) проводиться у разі відмови студента від балів поточного тестування та за наявності допуску до іспиту. При складанні семестрового іспиту студент має можливість отримати максимум 100 балів.

Білет для іспиту складається з двох теоретичних та трьох практичних завдань. За кожне теоретичне питання та практичне завдання студент може отримати до 20 балів. Максимальна сума всіх балів – 100.

### ***Якісні критерії оцінювання***

Необхідний обсяг знань для одержання позитивної оцінки:

- Основні означення та теореми теорії випадкових процесів
- Числові характеристики (скінченновимірні розподіли, математичне сподівання, кореляційна функція).
- Поняття стаціонарності.
- Означення процесів Маркова
- Приклади застосування процесів Маркова.
- Властивості ланцюгів Маркова.
- Означення процесів Вінера та Пуассона.

Таблиця 8.2 – Шкали оцінювання: бальна і традиційна

Сума балів	Оцінка за традиційною шкалою	
	Іспит, диференційований залік	Залік
90 – 100	Відмінно	Зараховано
75 – 89	Добре	
60 – 74	Задовільно	
0 – 59	Незадовільно	Не зараховано

Протягом семестру студент отримує бали за накопичувальною системою згідно з таблицею наведеною в п. 8.1. Дано деякі пояснення до таблиці.

Робота на лекції – активна форма засвоєння матеріалу курсу: 0,5 бала ставиться за продумані питання, які студент задає лектору, участь в обговоренні предмета лекції, відповіді на питання, які по ходу лекції задає викладач. Активність студента може заохочуватися додатковими коефіцієнтами, які множаться на 0,5 бала.

Робота на практичному занятті оцінюється так: 2 бали за самостійно розв'язану задачу або за обґрунтовану відповідь на теоретичне питання з доведенням основних положень; 1 бал за розв'язану задачу за допомогою викладача.

Самостійна робота – 1 бал ставиться студенту за виконання домашнього завдання разом з його захистом.

Індивідуальне завдання включає виконання та захист розрахункової роботи за темами, зазначеними в назві роботи.

Модульний контроль проводиться на 8 і 16 тижнях на практичних заняттях.

### ***Критерії оцінювання роботи здобувача освіти протягом семестру***

**Задовільно (60-74).** Показати мінімум знань та умінь. Захистити всі індивідуальні завдання. Знати основні означення (Числові характеристики.

Поняття стаціонарності. Означення процесів Маркова. Властивості ланцюгів Маркова. Означення процесів Вінера та Пуассона) . Відповіді студента розкривають суть питань без достатньої повноти і обґрунтування, або у відповідях є неправильне тлумачення окремих понять та неточність у формулюванні відповідних термінів.

**Добре (75-89).** Твердо знати матеріал, захистити всі індивідуальні завдання. Знати основні класи випадкових процесів. Приклади їх застосування. Скінченновимірні розподіли, математичне сподівання, кореляційна функція. Процеси Маркова, класифікація Кендалла. Ергодична теорема для ланцюгів. Процеси із незалежними приростами. Означення мартингалів. Означення лінійних перетворень та спектрального розкладу. У відповідях студента можуть допускатися окремі помилки непринципового характеру, які не впливають на розкриття суті теоретичних питань. Завдання в цілому виконуються без помилок, але в обґрунтуванні розв'язання є певні недоліки.

**Відмінно (90-100).** Здати всі контрольні точки з оцінкою «відмінно». Досконально знати всі теми та уміти застосовувати їх. Зокрема не лише знати зміст теорем, але й вміти доводити їх.

Курсову роботу не передбачено навчальним планом.

## 9. Політика навчального курсу

### Відвідування занять:

- Регулярне відвідування занять є обов'язковим для успішного засвоєння матеріалу.
- У разі пропуску заняття з поважної причини, здобувачі освіти повинні повідомити викладача заздалегідь.
- Можуть бути передбачені певні наслідки за систематичні пропуски без поважних причин.

### Дотримання вимог академічної доброчесності:

- Здобувачі освіти повинні дотримуватися принципів академічної доброчесності, включаючи чесність у виконанні завдань та іспитів.
- Плагіат, шпигунство, фабрикація даних та інші форми академічного несумління заборонені.
- Порухення академічної доброчесності може призвести до дисциплінарних стягнень.

### Вирішення конфліктів:

- У разі виникнення конфліктів між здобувачами освіти або між здобувачем освіти та викладачем, слід звертатися до встановлених процедур вирішення конфліктів.
- Спочатку рекомендується спробувати вирішити конфлікт шляхом прямого діалогу між сторонами.
- Якщо конфлікт не вдається вирішити на цьому рівні, слід звернутися до адміністрації навчального закладу або до спеціальних комісій з вирішення конфліктів.

## 10. Методичне забезпечення

1. Ніколаєв О.Г. Аналітична геометрія та лінійна алгебра. - Харків, "Основа", 2000.
2. І. В. Брисіна, О. В. Головченко, Г. І. Кошовий, О. Г. Ніколаєв та ін. Практичний курс вищої математики в чотирьох книгах: Навч. посібник для ВУЗів. – Харків: Нац. аерокос. ун-т „Харк. авіац. ін-т”, 2004.
3. Брисіна І.В., Макарічев В.О. Випадкові процеси. Методичний посібник, ХАІ, 2008, - 36..
4. Навчально-методичне забезпечення дисципліни "Випадкові процеси" для бакалаврів / Нац. аерокосм. ун-т ім. М. Є. Жуковського "Харків. авіац. ін-т"; І.В.Брисіна. - Харків, 2019. - 51 с. - <http://library.khai.edu/library/fulltexts/doc>
5. О. І. Кушлик-Дивульська, Н. В. Поліщук, Б. П. Орел, П. І. Штабальок Теорія ймовірностей та математична статистика Навчальний посібник Київ НТУУ «КПІ» 2014, \_с.210.
6. Робочий зошит. Варіаційне числення. Диференціальні рівняння у частинних похідних. Теорія ймовірностей. Харків, ХАІ.

7. В. І. Жлуктенко, С. І. Наконечний, С. С. Савіна Стохастичні процеси та моделі в економіці, соціології, екології: Навч. посібник. — К.: КНЕУ, 2002. — 226 с.
8. Електронний ресурс, на якому розміщено навчально-методичний комплекс дисципліни: <http://library.khai.edu/library/fulltexts/doc/>
9. Навчальні ресурси (лекції, методичні рекомендації до виконання практичних занять та самостійної роботи) розташовано за посиланням: <https://mentor.khai.edu/user/index.php?id=9194>

## 11. Рекомендована література

### Базова

1. Горбань І.Т. Теорія ймовірностей і математична статистика для наукових працівників та інженерів. НАНУ, Інститут проблем математичних машин і систем, К., 2003 – с. 244.
2. Коломієць С.В. Теорія випадкових процесів: практикум. – Суми: ДВНЗ «УБС НБУ», 2011. – 80 с.
3. Скороход А.В. Лекції з теорії випадкових процесів, К. Либідь, 1990, с. 167.
4. Steve Lally, Stochastic processes lecture notes, Galton. Uchicago.edu., 2016.

### Допоміжна

1. <https://nptel.ac.in/courses/110104024/pdf/lecture5.pdf>
2. [https://web.ma.utexas.edu/users/gordanz/notes/introduction to stochastic processes.pdf](https://web.ma.utexas.edu/users/gordanz/notes/introduction%20to%20stochastic%20processes.pdf)
3. <https://ocw.mit.edu/courses/electrical-engineering-and-computer-science/6-262-discrete-stochastic-processes-spring-2011/video-lectures/lecture-20-markov-processes-and-random-walks/>

## 12. Інформаційні ресурси

Сайт бібліотеки: <https://library.khai.edu>