

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
Національний аерокосмічний університет ім. М.Є. Жуковського  
«Харківський авіаційний інститут»

**ЗАТВЕРДЖУЮ**

Голова приймальної комісії  
Національного аерокосмічного  
університету ім. М.Є. Жуковського  
«Харківський авіаційний інститут»

Олексій ЛИТВИНОВ

2024 р.



**ПРОГРАМА  
ВСТУПНОГО ВИПРОБУВАННЯ**

для здобуття освітнього ступеня магістра  
за освітньо-професійною програмою  
зі спеціальності

**113 Прикладна математика**

(код та найменування)

(освітні програми Обчислювальний інтелект)  
(найменування)

у 2024 році

Харків  
2024

## ВСТУП

Вступне випробування для здобуття освітнього ступеня магістра за освітньо-професійною програмою зі спеціальності

113 Прикладна математика

(код та найменування)

(освітні програми Обчислювальний інтелект)

(найменування)

відбувається відповідно до «Правил прийому до Національного аерокосмічного університету ім. М.Є. Жуковського «Харківський авіаційний інститут» у 2024 році» у формі індивідуального письмового фахового іспиту, який приймає екзаменаційна комісія з певної спеціальності (освітньої програми), склад якої затверджується наказом ректора Університету.

До фахового іспиту входять питання за темами:

- алгоритми і структури даних,
- дискретна математика,
- методи оптимізації та дослідження операцій.

Перелік питань за темами наведений у програмі.

### Критерії оцінювання знань

1. Результат фахового іспиту визначається за шкалою від 100 до 200 балів.

2. Екзаменаційний білет складається з 20-ти закритих тестових завдань (по 7 завдань з тем «Дискретна математика» та «Методи оптимізації та дослідження операцій» та 6 завдань з теми «Алгоритми і структури даних»). Серед запропонованих у білеті відповідей на тестове завдання вступнику слід обрати одну або декілька правильних. Для завдань, в яких потрібно вибрати декілька варіантів відповідей, бали будуть зараховані лише в тому випадку, якщо всі відповіді на запитання, вибрані абітурієнтом, будуть вірними. Правильна відповідь на тестове завдання оцінюється у 6 балів, а неправильна – у 0 балів.

Результат фахового іспиту розраховується за формулою:

$80+k*n$ , де  $k$  – кількість балів за правильну відповідь на питання,  $n$  – кількість правильних відповідей

3. Якщо вступник отримав менше ніж 100 балів, то вважається що він не склав іспит і до участі у конкурсі не допускається.

# **1 Питання за темою Алгоритми і структури даних**

(найменування)

## **1.1 Складність алгоритмів.**

Розробка алгоритмів. Тестування, аналітичний доказ правильності алгоритмів, ефективність. Оцінка складності алгоритмів в середньому, кращому і гіршому випадках. Нотації  $O$ ,  $\Theta$  і  $\Omega$ .

## **1.2 Алгоритми і рекурсія.**

Основні методи побудови рекурсивних алгоритмів. Оцінка складності рекурсивних алгоритмів. Рішення зворотних відносин. Метод підстановки. Метод ітерацій. Теорема про рекурентних оцінках.

## **1.3 Структури представлення даних в ЕОМ**

Концепція АД (абстрактних типів даних). Подання структури даних у вигляді АД. Класифікація структур даних. Лінійні структури даних: їх послідовне і пов'язане уявлення, операції з ними. Нелінійні структури даних: графи, дерева. Основні поняття і визначення.

## **1.4 Графи і їх подання до ЕОМ**

Подання за допомогою матриці суміжності, матриці інцидентності, списків суміжності, списків дуг. Алгоритми, які оперують зі структурами типу граф: алгоритм виявлення всіх маршрутів заданої довжини і ланцюгів, алгоритм знаходження найкоротших ланцюгів між заданими вершинами, алгоритм виявлення всіх простих ланцюгів і циклів.

## **1.5 Дерева. Основні поняття і визначення**

Орієнтовані. Впорядковані. Бінарні. Збалансовані. Подання дерев в пам'яті ЕОМ. Послідовне і пов'язане розміщення елементів. Конструювання оптимальних дерев. Операції над деревами. Обхід дерева, упорядкування, пошук, включення / видалення вершини.

## **1.6 Алгоритми пошуку**

Вичерпний пошук: пошук в глибину, пошук в ширину, перебір з поверненням. Швидкий пошук: бінарний і послідовний пошуки в масивах, хешування. Вибір в лінійних списках. Використання дерев в задачах пошуку: бінарні, випадкові бінарні, оптимальні та збалансовані дерева пошуку.

## **1.7 Хешування.**

Хеш-таблиці і хеш-функції. Основні методи обчислення хеш-функцій (розподіл із залишком, множення, комбінований метод). Дозвіл колізій. Хешування з ланцюжками. Хешування відкритою адресацією. Аналіз ефективності алгоритмів хешування, вибір хеш-функцій.

## **1.8 Алгоритми і їх класифікація.**

Жадібні алгоритми і теорія матроїдів. Основні характеристики і властивості (принцип жодного вибору, оптимальність підзадач). Завдання про вибір процесів. Завдання про розклад для замовлень з рівної тривалості з єдиним виконавцем термінами і штрафами. Динамічне програмування. Оптимальна тріангуляція. NP-складні і завдання, що важко вирішуються. Алгоритми для NP-складних задач.

## Література

- [1] Т. Г. Кормен, Алгоритми доступно. К.І.С., 2021, 194 с.
- [2] Т. Кормен, Ч. Лейзерсон, Р. Рівест, and К. Стайн, Вступ до алгоритмів. К.І.С., 2019.
- [3] J. A. Anderson, J. Lewis, and D. Saylor, Discrete mathematics with combinatorics. Upper Saddle River, N.J.: Pearson Education, 2004.
- [4] А. Крєневич, Алгоритми і структури даних. Київський національний університет імені Тараса Шевченка, 2021. Доступно: <https://www.mechmat.univ.kiev.ua/wp-content/uploads/2021/09/pidruchnyk-alhorytmy-i-struktury-danykh.pdf>
- [5] W. Ford and W. R. Topp, Data Structures with C++ Using STL. Pearson, 2002.
- [6] F. M. Carrano and J. J. Prichard, Data Abstraction and Problem Solving with C++. Addison-Wesley Longman, 2005.

## 2. Питання за темою дискретна математика

(найменування)

### 2.1 Множини, відношення, функції.

Предмет курсу. Основні поняття дискретної математики; її місце в загальному курсі математики. Елементи і множини. Способи завдання множин в ЕОМ в вигляді булевих масивів. Дискретні множини. Об'єднання, перетин, доповнення множин. Використання включення-виключення для рішення теоретико-числових задач. Завдання множин списками. Операції над множинами. Завдання множин в ЕОМ у вигляді масиву величин булевого типу. Перелік елементів множин. Перелік підмножин з допомогою алгоритму Грея. Відношення порядку. Доповнення часткового порядку на множині до лінійного. Уявлення множин списками.

### 2.2 Алгоритми сортування одновимірних масивів.

Класифікація алгоритмів сортування. Алгоритми злиття. Алгоритм Heapsort. Аналіз, структура програми. Швидке (бінарне) сортування. Аналіз, застосування. Способи сортування за лінійний час. Реалізація на ЕОМ алгоритмів впорядкування множин злиттям списків множин. Сортування бази даних швидкими методами. Швидке (бінарне) сортування. Сортування за лінійний час.

### 2.3 Елементи комбінаторики.

Група підстановок. Транспозиції, інверсії; парність, непарність. Спеціальні засоби генерування підстановок. Перестановки. Реалізація на ЕОМ. Розміщення, сполуки. Розв'язання найпростіших оптимізаційних задач. Біноміальні коефіцієнти. Їхні властивості; дослідження з застосуванням методів математичного аналізу. Числа Стірлінга, Белла. Твірні функції. Біноміальні коефіцієнти. Їхні властивості; дослідження з використанням методів математичного аналізу. Біном Ньютон. Пошук твірних функцій. Застосування твірних функцій для розв'язання комбінаторних задач. Методи програмування для генерування комбінаторних конфігурацій. Генерування розміщень. Задача комівояжера. Генерування сполук, сполук з повтореннями

### 2.4 Алгебраїчні структури.

Операції і алгебри. Класифікація властивостей операцій. Морфізми. Алгебри з однією операцією. Полугрупи, моноїди, групи. Пошук циклів в підстановках. Побудова фактор-груп за циклічними підгрупами. Цикли. Програмна реалізація пошуку циклів. Елементи „довгої арифметики”. Дії «довгої арифметики».

## 2.5 Древа.

Древа, як вид графів. Основні властивості дерев. Орієнтовані, впорядковані і бінарні дерева. Древа. Основні властивості дерев. Орієнтовані, упорядковані і бінарні дерева. Уявлення графів в ЕОМ. Уявлення вільних, орієнтованих і упорядкованих дерев. Обхід бінарних дерев. Уявлення графів в ЕОМ. Уявлення вільних, орієнтованих і упорядкованих дерев. Програмування обходу бінарних дерев. Древа сортування. Записи, ключі. Способи реалізації асоціативної пам'яті. Алгоритм бінарного пошуку. Алгоритм пошуку в дереві сортування. Алгоритми вилучення і вставки в дерево сортування. Алгоритм симетричного обходу бінарного дерева з використанням стеку. Вирівняні дерева. Збалансовані дерева.

## 2.6 Кодування і криптографія

Загальна постановка задачі кодування і декодування. Алфавитне кодування. Алгоритми вилучення і вставки в дерево сортування. Префікс і постфікс слова. Префіксні схеми. Вирівняні дерева. Збалансовані дерева. Кодування з мінімальною надлишковістю. Мінімізація довжини коду повідомлення. Ціна кодування. Алгоритм Фано. Найпростіші методи кодування. Алфавітне кодування. Оптимальне кодування. Побудова бінарного дерева декодування. Ціна кодування. Алгоритм Фано. Програмна реалізація алгоритму Фано і рекурсивного алгоритму Хафмена. Ціна кодування. Алгоритм Фано. Перешкодостійке кодування. Класифікація помилок. Кодова відстань. Код Хемінга. Програмна реалізація алгоритму Фано. Стиск даних. Стиск тексту. Побудова словника. Адаптивний стиск. Перешкодостійке кодування. Код Хемінга; програмування. Структура дерева для побудови словника. Приклад. Шифрування з допомогою випадкових чисел. Постановка задачі шифрування. Шифрування з допомогою випадкових чисел. Криптостійкість. Програмна реалізація шифрування Модулярна арифметика. Теорема Ейлера; мала теорема Ферма. Теорема про залишки. Модулярна арифметика. Теорема про залишки. Шифрування з відкритим ключем. Криптосистема RSA (Рівест, Шамір, Адлеман). Цифровий підпис.

## Література

- [1] Ю. В. Боднарчук, Б. В. Олійник, Основи дискретної математики. Національний університет “Києво-Могилянська академія,” 2007, 138 с.
- [2] М. Ф. Бондаренко, Н. В. Білоус, and А. Г. Руткас, Комп'ютерна дискретна математика. Харків: Компанія СМІТ, 2004, 477 с.
- [3] О. Л. Темнікова, Дискретна математика. Національний технічний університет України “Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського,” 2021, 154 с.

### **3. Питання за темою Методи оптимізації та дослідження операцій**

(найменування)

#### **3.1 Задачі лінійного програмування.**

Різні постановки задачі лінійного програмування, їх еквівалентність, та зведення до задачі в канонічній постановці. Графічний метод розв'язання задачі. Системи лінійних рівнянь: канонічний вид, загальні та часткові розв'язки, базові часткові розв'язки. Виключення Жордана-Гауса та його використання для розв'язання систем лінійних рівнянь. Опорні розв'язки задачі лінійного програмування. Основи симплекс-методу для покращення опорного розв'язку: приведені оцінки, умови оптимальності, умови необмеженого зменшення функції мети на області припустимих розв'язків, правила обирання опорних строки та стовпця при переході до нового опорного розв'язку. Алгоритм симплекс-методу. Використання симплекс методу для пошуку початкового опорного розв'язку. Пара двоїстих задач лінійного програмування. Правила переходу до двоїстої задачі. Перша та друга теореми двоїстості. Використання розв'язку двоїстої задачі для пошуку розв'язку вихідної задачі. Геометрична інтерпретація симплекс-методу та його обчислювальна складність. Економічна інтерпретація пари симетричних двоїстих задач. Подальший розвиток методів розв'язання задач лінійного програмування. Транспортна задача лінійного програмування. Постановка. Властивості та особливості цієї задачі лінійного програмування. Транспортна таблиця. Методи побудови початкового опорного розв'язку: північно-західного кута, мінімальної вартості, подвійного уподобання, метод Фогеля. Цикли в транспортній таблиці та їхні властивості. Алгоритм переходу від одного опорного розв'язку до іншого. Розподільчий метод і метод потенціалів для покращення опорного розв'язку транспортної задачі.

#### **3.2 Одновимірною нелінійною оптимізацією.**

Постановка задачі. Необхідні та достатні умови оптимальності. Методи розв'язання, що використовують похідні: Ньютона-Рафсона, хорд, дихотомії з використанням похідних. Унімодальні функції. Використання їх властивостей для розв'язання задач оптимізації. Методи оптимізації унімодальних функцій: рівномірного пошуку, дихотомії без використання похідних, Фібоначі, золотого розчину. Метод квадратичної інтерполяції.

#### **3.3 Елементи опуклого аналізу.**

Опуклі множини та їх основні властивості. Проекція точки на множину. Теореми відокремлення. Конуси. Теорема Фаркаша. Геометричний зміст теореми Фаркаша. Опуклі функції. Визначення та властивості. Узагальнення опуклої функції.

#### **3.4 Нелінійною безумовною оптимізацією.**

Постановка задачі. Необхідні та достатні умови оптимальності. Методи, що використовують градієнт. Метод найшвидшого спуску. Покращений метод найшвидшого спуску. Загальні принципи методів спряжених напрямків. Метод спряженого градієнту для опуклої квадратичної функції. Метод Флетчера – Рівза. Метод Ньютона. Модифіковані методи Ньютона: із змінним кроком, з корекцією матриці Гессе, з використанням кінцево-різницевої апроксимації матриці Гесе. Загальні принципи квазіньютонівських методів. Квазіньютонівські методи: з поправочною матрицею ранга 1. Методи, що не використовують

градієнт: циклічного покоординатного спуску, Хука и Дживса с дискретним кроком, Нелдера – Міда (деформованого багатокутника).

### 3.5 Нелінійна умовна оптимізація.

Постановка задачі. Припустимі напрямки. Конус припустимих напрямків. Необхідна умова допустимого напрямку. Теорема Куна –Такера для задачі з обмеженнями – нерівностями та для задачі зі змішаними обмеженнями. Геометричний зміст теореми Куна –Такера. Достатні умови екстремуму для задачі зі змішаними обмеженнями. Умови екстремуму задачі с псевдоувігнутою функцією мети. Пряме використання теореми Куна –Такера для пошуку екстремуму. Метод штрафних функцій. Метод бар'єрів. Метод можливих напрямків. Метод проєкції градієнту: обирання напряму руху, обирання довжини кроку, процедури зміни активного набору, модельна схема.

### 3.6. Дискретна оптимізація.

Постановка. Метод гілок та меж: загальні принципи, використання для задачі про рюкзак, використання для задачі цілочисельного ЛП, використання для задачі комівояжера. Методи відтинів Гоморі.

## Література

1. Карташов О. В. Методи оптимізації : навч. посіб. / О. В. Карташов, А. В. Бабкіна, Н. Ю. Ємцева, Р. А. Пудло; Нац. аерокосм. ун-т ім. М.Є.Жуковського "Харк. авіац. ун-т". – Х., 2009.

2. М. І. Жалдак, Ю. В. Триус, Основи теорії і методів оптимізації. Черкаси: Брама-Україна, 2005.

3. Л. Р. Ладієва, Методи оптимізації та пошуку оптимальних рішень. Національний технічний університет України “Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського,” 2023, 73 с.

4. Ю. Д. Попов, В. І. Тютя, В. І. Шевченко, Методи оптимізації. Київський національний університет імені Тараса Шевченка, 2003. Доступ: <https://www.csc.knu.ua/en/library/books/popov-30.pdf>

Гарант освітньої програми  
«Обчислювальний інтелект»



(підпис)

Сергій ЯКОВЛЕВ  
(ім'я та прізвище)

Програму розглянуто й узгоджено на випусковій кафедрі 304  
Протокол № 3 від « 13 » березня 2024 р.

Завідувач кафедри 304



(підпис)

Олексій КАРТАШОВ  
(ім'я та прізвище)

Програму вступного випробування для здобуття освітнього ступеня магістра зі спеціальності 113 Прикладна математика  
(освітня програма Обчислювальний інтелект)  
узгоджено науково-методичною комісією Національного аерокосмічного університету ім. М.Є. Жуковського «Харківський авіаційний інститут» з галузей знань «Математика та статистика», «Інформаційні технології», «Автоматизація та приладобудування», «Хімічна та біоінженерія», «Електроніка та телекомунікації», «Природничі науки», «Архітектура та будівництво» (НМК 2)

Протокол № 8 від 22.03.2024 р.

Голова НМК 2  
к.т.н., доц.



Дмитро КРИЦЬКИЙ