

Міністерство освіти і науки України

Національний аерокосмічний університет ім. М.Є. Жуковського  
«Харківський авіаційний інститут»

Кафедра № 405 «Вищої математики та системного аналізу»

**ЗАТВЕРДЖУЮ**  
Голова НМК № 2

  
(підпис)

**М. С. Зряхов**  
(ініціали та прізвище)

«30» 08 2019 р.

## РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

### Вища математика

(назва навчальної дисципліни)

**Галузі знань:** 12 «Інформаційні технології», 16 «Хімічна та біоінженерія» 17  
Електроніка та телекомунікації

**Спеціальності:** 163 «Біомедична інженерія», 122 "Комп'ютерні науки та інфо-  
рмаційні технології", 172 "Телекомунікації та радіотехніка"

**Освітні програми:** Комп'ютерні технології в біології та медицині. Біомедична  
інженерія. Інформаційні мережі зв'язку. Радіоелектронні комп'ютеризовані за-  
соби. Радіоелектронні пристрої, системи та комплекси.

**Рівень вищої освіти:** перший( бакалаврський)

**Харків 2019**

**Робоча програма «Вища математика» для студентів спеціальностей:** 163 «Біомедична інженерія», 122 "Комп'ютерні науки та інформаційні технології", 172 "Телекомунікації та радіотехніка" та **освітніх програм:** Комп'ютерні технології в біології та медицині. Біомедична інженерія. Інформаційні мережі зв'язку. Радіоелектронні комп'ютеризовані засоби. Радіоелектронні пристрої, системи та комплекси.

« 25 » травня 2019 р. - 16 с.

Розробники програми: д.т.н., доцент, професор кафедри вищої математики та системного аналізу

  
(підпис)

С.С. Куреннов

Робочу програму розглянуто на засіданні кафедри вищої математики та системного аналізу

Протокол № 11 від "19" червня 2019 р.

Завідувач кафедри: д.фіз.-мат.н, професор  
(науковий ступінь та вчене звання)

  
(підпис)

О.Г.Ніколаєв  
(ініціали та прізвище)

Ухвалено науково-методичною комісією Національного аерокосмічного університету ім. М.Є. Жуковського «Харківський авіаційний інститут» з галузей знань «Математика та статистика», «Інформаційні технології», «Автоматизація та приладобудування», «Хімічна та біоінженерія», «Електроніка та телекомунікації», «Природничі науки», «Архітектура та будівництво» (НМК 2).

Протокол № 6 від "23" травня 2019 р.

Голова науково-методичної комісії

  
(підпис)

М. С. Зряхов  
(ініціали, прізвище)

## 1. Опис навчальної дисципліни

Найменування показників	Галузь знань, спеціальність, освітня програма, рівень вищої освіти		Характеристика навчальної дисципліни			
Кількість кредитів – 12	<p style="text-align: center;"><b>Галузі знань:</b>  <u>12 «Інформаційні технології»</u>,  <u>16 «Хімічна та біоінженерія»</u>  <u>17 Електроніка та телекомунікаці</u></p> <p style="text-align: center;"><b>Спеціальності:</b>  <u>163 «Біомедична інженерія»</u>,  <u>122 "Комп'ютерні науки та інформаційні технології"</u>, <u>172 "Телекомунікації та радіотехніка"</u></p> <p style="text-align: center;"><b>Освітні програми:</b>  <u>Комп'ютерні технології в біології та медицині. Біомедична інженерія. Інформаційні мережі зв'язку. Радіоелектронні комп'ютеризовані засоби. Радіоелектронні пристрої, системи та комплекси.</u></p> <p style="text-align: center;"><b>Рівень вищої освіти:</b>  перший( бакалаврський)</p>		Денна форма навчання			
Кількість модулів – 5			Цикл професійної підготовки			
Кількість змістових модулів – 8			<b>Навчальний рік</b>			
Індивідуальне науково-дослідне завдання _____ (назва)			2019/2020			
Загальна кількість годин – 360			<b>Семестр</b>			
Кількість семестрових годин для денної форми навчання			1-й	2-й	<b>Лекції</b>	
<b>Семестр 1</b>			40 годин	48 годин	<b>Практичні</b>	
аудиторних – 88 год.			Самост. роботи - 92 год.		48 години	32 годин
<b>Семестр 2</b>			Кількість тижневих годин для денної форми навчання:		<b>Лабораторні</b>	
аудиторних – 80 год.					Самост. роботи – 100 год.	
<b>Семестр 1</b>	Кількість тижневих годин для денної форми навчання:		<b>Індивідуальна робота</b>			
аудиторних – 5,5 год.			Самост. роботи – 5 год.		<b>Вид контролю</b>	
<b>Семестр 2</b>	аудиторних – 5 год.		Модульний контроль, іспит			
аудиторних – 5 год.	Самост. роботи – 5,2 год.					

**Примітка.** Співвідношення кількості годин аудиторних занять до самостійної роботи становить:

для денної форми навчання – 168/192.

## 2. Мета та завдання навчальної дисципліни

**Мета вивчення** навчальної дисципліни «Вища математика» полягає у оволодінні методів, які дозволяють аналітично досліджувати математичні моделі (коректність, повнота, складність, стійкість розв'язків, тощо)

**Завдання** вивчення навчальної дисципліни «Вища математика» - вивчення математичних величин, теорій, методів, які в явищах, процесах, тілах дають можливість досліджувати найбільш загальні властивості, абстрагуючись від тих властивостей, які не мають суттєвого значення.

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен

**знати:**

- векторну алгебру і аналітичну геометрію;
- матричне числення і методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь;
- методи диференціального і інтегрального числення функцій однієї і кількох незалежних змінних;
- методи розв'язання диференціальних рівнянь;
- методи дослідження числових і функціональних рядів, рядів Фур'є;

**вміти:**

- застосовувати математичний апарат в навчальному процесі і науково-дослідницької діяльності;
- визначати межу можливих застосувань математичних методів;
- досліджувати питання коректності постановки задач та існування розв'язків.

## 3. Програма навчальної дисципліни

### Модуль 1

**Змістовий модуль 1.** Векторна алгебра та аналітична геометрія

**Тема 1. Векторна алгебра і елементи теорії визначників**

Визначники 2-го, 3-го, n-го порядку, властивості, обчислення. Алгебраїчні доповнення і мінори. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР). Правило Крамера розв'язання СЛАР. Вектори. Лінійні операції над векторами. Лінійно-залежні та лінійно-незалежні системи векторів. Колінеарні та компланарні вектори. Базис, розкладання вектора за базисом. Проекція вектора та його координати. Декартові прямокутні координати на площині і в просторі. Лінійні операції над векторами в координатній формі. Скалярний добуток векторів, його властивості. Довжина вектора, кут між векторами, умови перпендикулярності і паралельності векторів, які задані у координатній формі. Векторний добуток векторів, його властивості, обчислення в координатній формі, геометричний зміст. Мішаний добуток векторів, властивості, обчислення, геометричний зміст, застосування. Подвійний векторний добуток.

**Тема 2. Рівняння прямої і площини**

Площина. Рівняння площини: у векторній формі, проведеної через точку з даним вектором нормалі. Загальне рівняння площини. Кут між площинами, умови паралельності і перпендикулярності площин. Відстань між площинами. Пряма у просторі, напрямний вектор прямої, рівняння прямої: у векторній формі, в параметричному вигляді, у канонічному вигляді, як пари площин. Відстань між прямими. Основні задачі на пряму лінію і площину.

### Модуль 2

**Змістовий модуль 2.** Матричне числення

**Тема 3. Матриці і системи лінійних алгебраїчних рівнянь**

Матриці. Дії з матрицями. Ранг матриці, його обчислення. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР). Метод Гаусса розв'язання СЛАР. Обернена матриця. Матричний метод роз-

в'язання системи лінійних рівнянь. Ранг матриці, його обчислення. Дослідження розв'язності системи лінійних рівнянь, теорема Кронекера-Капеллі. Однорідні СЛАР. Фундаментальна система розв'язків. Структури розв'язків однорідної та неоднорідної СЛАР.

**Змістовий модуль 3. Елементи лінійної алгебри**

**Тема 4. Лінійні векторні простори. Лінійні оператори та їх матриці**

Елементи теорії лінійних просторів. Приклади лінійних просторів. Базиси та вимірність лінійних просторів. Евклідів простір. Нерівності Коші-Буняковського та Мінковського. Ортонормовані системи векторів. Метод ортогоналізації. Лінійний оператор, приклади. Матриця лінійного оператора у заданому базисі. Матриця переходу при заміні базису. Власні числа і власні вектори лінійних операторів. Ортогональний оператор та матриця. Симетрична матриця та оператор.

**Тема 5. Квадратичні форми. Рівняння поверхонь і ліній другого порядку**

Криві на площині. Канонічна форма запису рівнянь еліпса, гіперболи та параболи. Дослідження геометричних властивостей еліпса, гіперболи та параболи. Квадратична форма. Матриця квадратичної форми. Зведення квадратичної форми до канонічного вигляду. Загальне рівняння кривих другого порядку. Зведення загального рівняння кривої другого порядку до канонічного вигляду. Поверхні другого порядку. Канонічні форми запису рівнянь основних поверхонь, дослідження форми поверхні методом перерізу. Зведення до канонічного вигляду загального рівняння поверхні другого порядку.

### Модуль 3

**Змістовий модуль 4. Теорія границь**

**Тема 6. Теорія границь послідовностей.**

Множина дійсних чисел. Числові послідовності. Границя послідовності. Нескінченно малі та нескінченно великі послідовності та їх властивості. Основні властивості послідовностей, які мають границю. Існування границі монотонної послідовності. Число  $e$ .

**Тема 7. Теорія границь функцій. Неперервні функції**

Границя функції в точці. Границя функції в нескінченності. Арифметичні властивості границь. Нескінченно малі функції та їх властивості. Нескінченно великі функції. Деякі важливі границі. Порівняння нескінченно малих функцій. Еквівалентні нескінченно малі. Застосування нескінченно малих для обчислення границь. Неперервні функції. Властивості неперервних у точці функцій: неперервність суми, добутку та частки; границя та неперервність складеної функції. Односторонні границі функцій у точці. Точки розриву функції та їх класифікація. Неперервність функції на відріжку; обмеженість, існування найбільшого та найменшого значення.

**Змістовий модуль 5. Диференціальне числення функції однієї незалежної змінної.**

**Тема 8. Диференціальне числення функцій однієї незалежної змінної**

Похідна функції. Геометричне тлумачення похідної. Похідна оберненої функції, функцій заданих параметрично. Похідні обернених тригонометричних функцій, гіперболічних функцій. Диференційованість функцій. Неперервність диференційованої функції. Диференціал. Геометричне тлумачення диференціала. Похідні та диференціали вищих порядків. Формула Лейбниці. Теореми Ролля, Коші, Лагранжа. Наслідки. Правила Лопітала-Бернуллі. Розкриття невизначеностей за правилами Лопітала-Бернуллі. Формула Тейлора з залишковим членом у формі Лагранжа. Зображення функцій  $\exp(x)$ ,  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\ln(1+x)$ ,  $(1+x)^{\alpha}$  за допомогою формули Тейлора. Застосування диференціального числення до дослідження функцій та побудови графіків. Зростання та спадання функцій. Екстремум. Необхідні та достатні умови екстремуму. Дослідження функцій на опуклість та вгнутість. Точки перегину. Асимптоти кривих. Дослідження функцій та побудова графіків функцій. Приклади. Найменше та найбільше зна-

чення функції на відрізку. Полярна система координат, зв'язок з декартовою, графіки функцій у полярній системі.

#### Модуль 4

**Змістовий модуль 6.** Диференціальне числення функції кількох незалежних змінних

**Тема 9. Диференціальне числення функції кількох незалежних змінних**

Основні означення. Диференційованість функції кількох змінних. Похідні від складених функцій. Повний диференціал. Похідні від неявних функцій. Похідна за напрямком, градієнт. Частинні похідні вищих порядків. Незалежність результату диференціювання від порядку диференціювання. Диференціали вищих порядків. Формула Тейлора. Екстремуми функцій багатьох змінних. Необхідні умови екстремуму. Достатні умови екстремуму. Умовний екстремум.

**Змістовий модуль 7.** Інтегральне числення функцій однієї незалежної змінної

**Тема 10. Інтегральне числення функцій однієї незалежної змінної**

Первісна. Невизначений інтеграл, його властивості. Таблиця інтегралів. Найпростіші методи інтегрування. Заміна змінної у невизначеному інтегралі. Інтегрування частинами. Інтегрування простих дробів. Інтегрування лінійних та дробово-лінійних ірраціональностей. Інтегрування тригонометричних функцій. Інтегрування квадратичних ірраціональностей. Визначений інтеграл як границя інтегральних сум. Основні властивості визначеного інтеграла. Теорема про середнє значення. Похідна від інтеграла зі змінною верхньою границею. Формула Ньютона-Лейбніца. Інтегрування частинами та заміна змінної у визначеному інтегралі. Застосування визначених інтегралів до обчислення площ плоских фігур у декартових координатах, у полярних координатах, та у випадку функцій, які задані параметрично. Диференціал довжини дуги кривої. Обчислення довжини дуги кривої, площі поверхні обертання, об'єму тіла обертання. Загальна схема застосування визначеного інтеграла. Приклади з фізики та механіки. Невласні інтеграли з нескінченними границями інтегрування. Означення. Теорема порівняння. Абсолютна збіжність.

#### Модуль 5

**Змістовий модуль 8.** Звичайні диференціальні рівняння та їх системи

**Тема 11. Комплексні числа. Дії з комплексними числами**

Означення комплексного числа. Геометричне тлумачення. Алгебраїчна, тригонометрична та показникові форми запису. Дії з комплексними числами.

**Тема 12. Звичайні диференціальні рівняння та їх системи**

Фізичні задачі, які приводять до диференціальних рівнянь. Основні поняття теорії диференціальних рівнянь. Задача Коші. Огляд методів розв'язання диференціальних рівнянь першого порядку: з відокремлюваними змінними, однорідні рівняння, лінійні рівняння, рівняння Бернуллі, рівняння у повних диференціалах, рівняння Клеро і Лагранжа. Диференціальні рівняння вищих порядків. Крайові задачі для диференціальних рівнянь. Рівняння, які припускають пониження порядку. Лінійні диференціальні рівняння вищих порядків. Лінійні однорідні диференціальні рівняння зі сталими коефіцієнтами, фундаментальна система розв'язків. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння зі сталими коефіцієнтами. Структура загального розв'язку. Метод Лагранжа варіації довільних сталих. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння зі сталими коефіцієнтами та спеціальною правою частиною. Системи лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами. Задача Коші. Матричний метод розв'язання систем лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами. Елементи теорії стійкості. Стійкість за Ляпуновим. Асимптотична стійкість. Дослідження на стійкість лінійних систем. Дослідження на стійкість за першим наближенням.

## Змістовий модуль 9. Криволінійні і кратні інтеграли

### Тема 13. Криволінійні і кратні інтеграли

Криволінійні інтеграли другого роду, обчислення, застосування. Незалежність криволінійного інтеграла від шляху інтегрування. Відновлення функції за повним диференціалом. Фізичне застосування криволінійних інтегралів.

Подвійні інтеграли, їх властивості. Обчислення подвійних інтегралів. Заміна змінних у подвійних інтегралах, подвійний інтеграл у полярних координатах. Геометричні та механічні застосування. Формула Гріна. Потрійні інтеграли. Заміна змінних у потрійних інтегралах. Потрійний інтеграл у циліндричних та сферичних координатах. Геометричні та механічні застосування. Площа криволінійної поверхні. Поверхневі інтеграли. Формули Остроградського-Гаусса та Стокса.

## Змістовий модуль 10. Елементи теорії векторного поля

### Тема 14. Елементи теорії векторного поля

Векторні лінії поля, їх диференціальні рівняння. Течія векторного поля через відкриту та замкнену поверхні, її обчислення. Дивергенція векторного поля, фізичне тлумачення, обчислення. Застосування формули Остроградського-Гаусса. Циркуляція векторного поля, обчислення. Ротор векторного поля, фізичне тлумачення, обчислення. Застосування формули Стокса. Оператор «набла», властивості, дії з оператором. Векторні диференціальні операції другого порядку. Основні типи векторних полів: соленоїдальне, потенціальне, гармонічне, їх характеристики. Основна теорема векторного аналізу.

## 4. Структура навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин									
	денна форма					заочна форма				
	всього	у тому числі				всього	у тому числі			
л		п	лаб	с.р.						
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
<b>Семестр 1</b>										
<b>Модуль 1</b>										
<b>Змістовий модуль 1. Векторна алгебра та аналітична геометрія</b>										
Тема 1. Векторна алгебра і елементи теорії визначників	26	8	8	–	10	–	–	–	–	–
Тема 2. Рівняння прямої і площини	18	2	6	–	12	–	–	–	–	–
Разом за змістовим модулем 1	46	10	14	–	22	–	–	–	–	–
<b>Змістовий модуль 2. Матричне числення</b>										
Тема 3. Матриці і системи лінійних алгебраїчних рівнянь	16	4	4	–	8	–	–	–	–	–
Разом за змістовим модулем 2	16	4	4	–	8	–	–	–	–	–
<b>Модуль 2</b>										
<b>Змістовий модуль 3. Елементи лінійної алгебри</b>										
Тема 4. Лінійні векторні простори. Лінійні оператори та їх матриці	16	2	2	–	12	–	–	–	–	–

Тема 5. Рівняння поверхонь і ліній другого порядку	20	4	6	–	10	–	–	–	–	–
Разом за змістовим модулем 3	36	6	8	–	22	–	–	–	–	–
<b>Змістовий модуль 4. Теорія границь</b>										
Тема 6. Теорія границь послідовностей	16	4	4	–	8	–	–	–	–	–
Тема 7. Теорія границь функцій. Неперервні функції	20	4	6	–	10	–	–	–	–	–
Разом за змістовим модулем 4	36	6	8	–	22	–	–	–	–	–
<b>Модуль 3</b>										
<b>Змістовий модуль 5. Диференціальне числення функцій однієї незалежної змінної</b>										
Тема 8. Диференціальне числення функцій однієї незалежної змінної	38	10	10	–	22	–	–	–	–	–
Разом за змістовим модулем 5 у семестрі 1	38	10	10	–	22	–	–	–	–	–
<b>Разом годин за 1 семестр</b>	<b>180</b>	<b>40</b>	<b>48</b>	–	<b>92</b>	–	–	–	–	–
<b>Семестр 2</b>										
<b>Модуль 4</b>										
<b>Змістовий модуль 6. Диференціальне числення функцій кількох незалежних змінних</b>										
Тема 9. Диференціальне числення функцій кількох незалежних змінних	30	8	6	–	16	–	–	–	–	–
Разом за змістовим модулем 6	30	8	6	–	16	–	–	–	–	–
<b>Модуль 4</b>										
<b>Змістовий модуль 7. Інтегральне числення функцій однієї незалежної змінної</b>										
Тема 10. Інтегральне числення функцій однієї незалежної змінної	44	8	8	–	28	–	–	–	–	–
Разом за змістовим модулем 7	44	8	8	–	28	–	–	–	–	–
<b>Змістовий модуль 8. Звичайні диференціальні рівняння та їх системи</b>										
Тема 11. Комплексні числа	6	2	–	–	4	–	–	–	–	–
Тема 12. Звичайні диференціальні рівняння та їх системи	52	14	10	–	28	–	–	–	–	–
<b>Разом за змістовим модулем 8</b>	<b>58</b>	<b>16</b>	<b>10</b>	–	<b>32</b>	–	–	–	–	–
<b>Модуль 5</b>										
<b>Змістовий модуль 9. Криволінійні і кратні інтеграли</b>										
Тема 13. Криволінійні і кратні інтеграли	20	8	2	–	10	–	–	–	–	–
Разом за змістовим модулем 9 у семестрі 2	20	8	2	–	10	–	–	–	–	–
<b>Змістовий модуль 10. Елементи теорії векторного поля</b>										



Тема 14. Елементи теорії векторного поля	28	8	6	–	14	–	–	–	–	–
Разом за змістовим модулем 9	28	8	6	–	14	–	–	–	–	–
<b>Разом годин за 2 семестр</b>	<b>180</b>	<b>48</b>	<b>32</b>	–	<b>100</b>	–	–	–	–	–
<b>Разом годин</b>	<b>360</b>	<b>88</b>	<b>80</b>	–	<b>192</b>	–	–	–	–	–

### 5. Теми семінарських занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1		

### 6. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кільк. год.
1	Визначники другого і третього порядків. Перетворення визначників	2
2	Лінійні операції над векторами. Базис, розкладання по базису. Лінійні операції в координатній формі	2
3	Скалярний і векторний добуток векторів. Геометричні застосування	2
4	Мішаний добуток векторів. Геометричні застосування	2
5-7.	Площина і пряма. Взаємне розташування площин та прямих. Задачі на пряму і площину	6
8	Матриці. Дії над матрицями	2
9	Обернена матриця. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь	2
10	Лінійні векторні простори. Лінійні оператори та їх матриці	2
11-13.	Канонічні форми запису рівнянь еліпса, гіперболи та параболи. Перетворення рівнянь ліній другого порядку	6
14	Границя послідовності. Обчислення границь послідовностей	2
15-18	Границі функцій. Обчислення границь	8
19	Неперервність функції. Точки розриву функції та їх класифікація	2
20	Техніка диференціювання	2
21	Правила Лопіталя-Бернуллі	2
22	Екстремум функції. Дослідження функцій на опуклість. Точки перегину. Асимптоти	2
23-24	Побудова графіків функцій у декартовій системі координат	4
25	Обчислення частинних похідних. Повний диференціал функції кількох змінних. Похідні складених функцій, функцій що задані неявно.	2
26	Дотична площина і нормаль до поверхні. Похідні вищих порядків. Похідна за напрямком	2
27	Екстремуми функцій кількох змінних. Безумовний екстремум.	2
28-29.	Інтегрування за допомогою таблиці інтегралів, тотожних перетворень. Заміна змінних, інтегрування частинами. Інтегрування раціональних та дробово-раціональних функцій. Інтегрування виразів, з тригонометричними та ірраціональними функціями.	4
30	Геометричне і механічне застосування визначених інтегралів: обчислення площ плоских фігур, довжини дуг, об'ємів тіл, площ повер-	2

	хонь обертання, статичних моментів.	
31	Невласні інтеграли	2
32-33	Диференціальні рівняння першого порядку	4
34-35.	Неоднорідні лінійні диференціальні рівняння зі сталими коефіцієнтами. Метод варіації довільних сталих, рівняння зі спеціальною правою частиною	4
36	Системи лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами. Елементи теорії стійкості Ляпунова розв'язку диференціальних рівнянь	2
37	Обчислення криволінійних і подвійних інтегралів	2
38	Обчислення потрійних інтегралів. Подвійні та потрійні інтеграли у криволінійних системах координат	2
39	Площа криволінійної поверхні. Поверхневі інтеграли	2
40	Течія векторного поля через відкриту та замкнену поверхні. Дивергенція. Теорема Остроградського-Гаусса	2
	<b>Разом</b>	<b>80</b>

### 7. Теми лабораторних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1		

### 8. Самостійна робота

№ з/п	Назва теми	Кільк. годин
1	2	3
1.	Основні властивості визначників вищих порядків. Розв'язок систем лінійних рівнянь методом Крамера. Колінеарні та компланарні вектори. Базис, розкладання вектора за базисом. Подвійний векторний добуток [1, заняття 1-2; 6; 7;11]. (Тема 1)	10
2.	Пряма на площині. Основні задачі на пряму лінію і площину [1, заняття 6-8; 6; 7;11]. (Тема 2)	12
3.	Метод Гаусса розв'язання СЛАР. Матричний метод розв'язання системи лінійних рівнянь. Фундаментальна система розв'язків. Структури розв'язків одорідної та неоднорідної СЛАР [1, заняття 10-11; 6; 7; 11]. (Тема 3)	8
4.	Евклідів простір. Нерівності Коші-Буняковського та Мінковського. Ортонормовані системи векторів Метод ортогоналізації. Лінійний оператор, приклади. Матриця лінійного оператора у заданому базисі. Матриця переходу при заміні базису. Ортогональний оператор та матриця. Симетрична матриця та оператор [1, заняття 13-14; 6; 7; 11]. (Тема 4)	12
5.	Дослідження геометричних властивостей еліпса, гіперболи та параболи. Поверхні другого порядку. Канонічні форми запису рівнянь основних поверхонь, дослідження форми поверхні методом перерізу. Зведення до канонічного вигляду загального рівняння поверхні другого порядку [1, заняття 16-17; 6; 7; 11]. (Тема 5)	10
6.	Нескінченно малі та нескінченно великі послідовності та їх властивості. Основні властивості послідовностей, які мають границю. Існування границі монотонної послідовності [2, заняття 2,4; 7; 12]. (Тема 6)	8
7.	Неперервні функції. Властивості неперервних у точці функцій: неперервність суми, добутку та частки; границя та неперервність складеної функції. Односторонні границі функцій у точці. Неперервність функції	10

	на відрізку; обмеженість, існування найбільшого та найменшого значення [2, заняття 2, 4; 7; 12]. (Тема 7)	
8.	Похідна функції. Таблиця похідних. Диференційованість функцій. Неперервність диференційованої функції. Диференціал. Геометричне тлумачення диференціала. Теореми Ролля, Коші, Лагранжа. Наслідки. Формула Тейлора з залишковим членом у формі Лагранжа. Зображення функцій $\exp(x)$ , $\sin x$ , $\cos x$ , $\ln(1+x)$ , $(1+x)^{\alpha}$ за допомогою формули Тейлора. Найменше та найбільше значення функції на відрізку. [2, заняття 5-13; 7; 12]. (Тема 8)	22
9.	Границя функції кількох змінних. Диференційованість функції кількох змінних. Неперервність. Частинні похідні вищих порядків. Незалежність результату диференціювання від порядку диференціювання. Диференціали вищих порядків. Формула Тейлора. Умовний екстремум [2, заняття 14-17; 7; 12]. (Тема 9).	16
10.	Інтегрування квадратичних ірраціональностей (підстановки Ейлера). Визначений інтеграл як границя інтегральних сум. Основні властивості визначеного інтеграла. Теорема про середнє значення. Похідна від інтеграла зі змінною верхньою границею. Застосування визначеного інтеграла до обчислення площі поверхні обертання та об'єму тіла, розташованого вздовж осі. Невласні інтеграли від необмежених функцій [3, заняття 1-10; 8]. (Тема 10)	28
11.	Дії з комплексними числами [4, заняття 20; 9]. ((Тема 11)	4
12.	Рівняння нерозв'язані відносно похідної. Рівняння Клеро і Лагранжа. Обвідна однопараметричної сім'ї кривих. Лінійно-залежні та лінійно-незалежні системи функцій. Властивості визначника Вронського. Матричний метод розв'язання систем лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами. Випадок кратних коренів характеристичного рівняння. Стійкість за Ляпуновим. Асимптотична стійкість. Дослідження на стійкість лінійних систем. Дослідження на стійкість за першим наближенням. [3, заняття 11-20; 8]. (Тема 12)	28
13.	Криволінійні інтеграли . Обчислення, застосування. Незалежність криволінійного інтеграла від шляху інтегрування. Відновлення функції за повним диференціалом [4, заняття 5-6; 8]. Подвійні інтеграли, їх властивості. Геометричні та механічні застосування. Потрійні інтеграли. Геометричні та механічні застосування. Поверхневі інтеграли. Формули Остроградського-Гаусса та Стокса [4, заняття 1-4, 6-7; 8]. (Тема 13)	10
14.	Векторні лінії поля, їх диференціальні рівняння. Дивергенція векторного поля, фізичне тлумачення, обчислення. Застосування формули Остроградського-Гаусса. Циркуляція векторного поля, обчислення. Ротор векторного поля, фізичне тлумачення, обчислення. Застосування формули Стокса. Основні типи векторних полів: соленоїдальне, потенціальне, гармонічне, їх характеристики. Основна теорема векторного аналізу[4, заняття 8-11; 8]. (Тема 14)	14
	<b>Разом</b>	<b>192</b>

### 9. Індивідуальна робота

№ з/п	Назва теми
1	Виконання розрахункової роботи на тему «Векторна та лінійна алгебра»

### 10. Методи навчання

Проведення аудиторних лекцій, практичних занять, індивідуальні консультації (при необхід-

ності), самостійна робота студентів за матеріалами, опублікованими кафедрою (методичні посібники), проведення олімпіад.

## 11. Методи контролю

Проведення поточного контролю, письмового модульного контролю, фінальний контроль у вигляді іспитів.

### Семестр 1

(\* ) Якщо кількість модульних балів у студента перевищує 100, то в якості підсумкової оцінки виставляється 100 балів.

Складові навчальної роботи	Бали за одне заняття (завдання)	Кількість занять (завдань)	Сумарна кількість балів
<b>Змістовний модуль 1</b>			
Робота на лекціях	0...0,5	5	0...2,5
Робота на практичних заняттях	0...2	7	0...14
Самостійна робота	0...1	7	0...7
Модульний контроль	0...25	1	0...25
<b>Змістовні модулі 2 та 3</b>			
Робота на лекціях	0...0,5	11	0...5,5
Робота на практичних заняттях	0...2	15	0...30
Самостійна робота	0...1	15	0...15
Модульний контроль	0...25	1	0...25
Виконання та захист розрахункової роботи	0...6	1	0...6
<b>Всього за семестр(*)</b>			<b>0...130</b>

### Семестр 2

Складові навчальної роботи	Бали за одне заняття (завдання)	Кількість занять (завдань)	Сумарна кількість балів
<b>Змістовний модуль 4</b>			
Робота на лекціях	0...0,5	10	0...5
Робота на практичних заняттях	0...2	9	0...18
Самостійна робота	0...1	9	0...9
Модульний контроль	0...25	1	0...25
<b>Змістовні модулі 5 та 6</b>			
Робота на лекціях	0...0,5	14	0...7
Робота на практичних заняттях	0...2	13	0...26
Самостійна робота	0...1	13	0...13
Модульний контроль	0...25	1	0...25
<b>Всього за семестр(*)</b>			<b>0...128</b>

Семестровий контроль (іспит) проводиться у разі відмови студента від балів поточного тестування та за наявності допуску до іспиту. При складанні семестрового іспиту студент має можливість отримати максимум 100 балів.

Білет для іспиту складається з двох теоретичних та трьох практичних завдань. За кожне теоретичне питання та практичне завдання студент може отримати до 20 балів. Максимальна сума всіх балів – 100.

## 12.2. Якісні критерії оцінювання

Необхідний обсяг знань для одержання позитивної оцінки:

**знати:**

- векторну алгебру і аналітичну геометрію;
- матричне числення і методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь;
- методи диференціального і інтегрального числення функцій однієї і кількох незалежних змінних;
- методи розв'язання диференціальних рівнянь;

Необхідний обсяг умінь для одержання позитивної оцінки:

**уміти:**

- застосовувати математичний апарат в навчальному процесі і науково-дослідницькій діяльності;
- визначати межу можливих застосувань математичних методів;
- досліджувати питання коректності постановки задач та існування розв'язків.

## 12.3. Критерії оцінювання роботи студента протягом семестру

**Задовільно (60-74).** Показати мінімум знань та умінь. Захистити всі індивідуальні завдання. Знати таблицю еквівалентних н.м. функцій, першу та другу особливі границі, таблицю похідних. Уміти виконувати дії з матрицями та знаходити скалярний, векторний та мішаний добуток векторів, які задані в координатній формі, обчислювати границі функції за допомогою еквівалентних н.м. функцій, диференціювати функції. Знаходити частинні похідні функції багатьох змінних. Знати таблицю невизначених інтегралів. Уміти обчислювати невизначений та визначений інтеграл, використовуючи різні методи інтегрування: безпосереднє, за допомогою підстановок та частинами. Проводити обчислення подвійних інтегралів у прямокутній системі координат.

**Добре (75-89).** Твердо знати мінімум, захистити всі індивідуальні завдання. Уміти: знаходити матрицю, обернену даній та ранг матриці; розв'язувати системи алгебраїчних рівнянь; використати вектори для обчислювання кутів, проєкцій, площ трикутників та паралелограмів; обчислювати відстань між точками, від точки до площини та прямої, між площиною та прямою; володіти технікою знаходження границі функції; диференціювати функції. Розв'язувати задачі прикладного характеру за допомогою частинних похідних. Обчислювати невизначений та визначений інтеграл від різних класів функцій; застосовувати інтегральне числення при розв'язанні задач геометрії; обчислювати кратні інтегралі.

**Відмінно (90-100).** Здати всі контрольні точки з оцінкою «відмінно». Досконально знати всі теми та уміти застосовувати їх.

Курсову роботу не передбачено навчальним планом.

Протягом семестру студент отримує бали за накопичувальною системою згідно з таблицею наведеною в п. 12.1. Дамо деякі пояснення до таблиці.

Робота на лекції – активна форма засвоєння матеріалу курсу: 0,5 бала ставиться за продумані питання, які студент задає лектору, участь в обговоренні предмета лекції, відповіді на питання, які по ходу лекції задає викладач. Активність студента може заохочуватися додатковими коефіцієнтами, які множаться на 0,5 бала.

Робота на практичному занятті оцінюється так: 2 бали за самостійно розв'язану задачу або за обґрунтовану відповідь на теоретичне питання з доведенням основних положень; 1 бал за розв'язану задачу за допомогою викладача.

Самостійна робота – 1 бал ставиться студенту за виконання домашнього завдання разом з його захистом.

Індивідуальне завдання включає виконання та захист розрахункової роботи за темами, означеними в назві роботи.

Модульний контроль проводиться на 8 і 16 тижнях на практичних заняттях.

### Шкала оцінювання: бальна і традиційна

Сума балів	Оцінка за традиційною шкалою	
	Іспит, диференційований залік	Залік
90 – 100	Відмінно	Зараховано
75 – 89	Добре	
60 – 74	Задовільно	
0 – 59	Незадовільно	Не зараховано

### 13. Методичне забезпечення

#### Підручники, навчальні посібники, які видані в Університеті:

1. Робочий зошит з лінійної алгебри та аналітичної геометрії. Харків, ХАІ, 1997.
2. Робочий зошит. Диференціальне числення функцій однієї та декількох змінних. Харків, ХАІ, 1997.
3. Робочий зошит. Інтегральне числення. Диференціальні рівняння. Харків, ХАІ, 1998.
4. Робочий зошит. Кратні і криволінійні інтеграли. Теорія поля. Ряди. Теорія функцій комплексного змінного і елементи операційного числення. Харків, ХАІ, 2000.
5. Робочий зошит. Варіаційне числення. Диференціальні рівняння у частиних похідних. Теорія ймовірностей. Харків, ХАІ, 2003.
6. Ніколаєв О.Г. Аналітична геометрія та лінійна алгебра. - Харків, "Основа", 2000.
7. І. В. Брисіна, О. В. Головченко, Г. І. Кошовий, О. Г. Ніколаєв та ін. Практичний курс вищої математики в чотирьох книгах. Кн. 1. Лінійна алгебра та аналітична геометрія. Диференціальне числення функцій однієї та декількох

- змінних: Навч. посібник для ВУЗів. – Харків: Нац. аерокос. ун-т „Харк. авіац. ін-т”, 2004.
8. І. В. Брисіна, О. В. Головченко, Г. І. Кошовий, О. Г. Ніколаєв та ін. Практичний курс вищої математики в чотирьох книгах. Кн. 2. Інтегральне числення функцій однієї змінної. Диференціальні рівняння. Кратні та криволінійні інтеграли. Елементи теорії векторного поля.: Навч. посібник для ВУЗів. – Харків: Нац. аерокос. ун-т „Харк. авіац. ін-т”, 2004.
  9. І. В. Брисіна, О. В. Головченко, Г. І. Кошовий, О. Г. Ніколаєв та ін. Практичний курс вищої математики в чотирьох книгах. Кн. 3. Ряди. Інтеграл Фур’є. Функції комплексної змінної та операційне числення. Теорія ймовірностей і математична статистика: Навч. посібник для ВУЗів. – Харків: Нац. аерокос. ун-т „Харк. авіац. ін-т”, 2004.
  10. І. В. Брисіна, О. В. Головченко, Г. І. Кошовий, О. Г. Ніколаєв та ін. Практичний курс вищої математики в чотирьох книгах. Кн. 4. Варіаційне числення. Рівняння математичної фізики. Випадкові процеси: Навч. посібник для ВУЗів. – Харків: Нац. аерокос. ун-т „Харк. авіац. ін-т”, 2004.
  11. Г. К. Бахмет, А. В. Головченко, А. Г. Николаєв, Н. Л. Кальчук, Е. А. Танчик. Аналитическая геометрия: Учебное пособие. – Харьков: Нац. аэрокосм. ун-т им. Н. Е. Жуковского «Харьк. авиац. ин-т», 2014. – 299 с.
  12. Г. К. Бахмет, А. В. Головченко, А. Г. Николаєв и др. Высшая математика [Электронный ресурс]: учеб. пособие : в 5 ч. – Х. : Нац. аэрокосм. ун-т им. Н. Е. Жуковского «Харьк. авиац. ин-т», 2015. – Ч. 2 : Математический анализ. – 149 с.
  13. Г. К. Бахмет, А. В. Головченко, А. Г. Николаєв и др. Высшая математика [Электронный ресурс]: учеб. пособие : в 5 ч. – Х. : Нац. аэрокосм. ун-т им. Н. Е. Жуковского «Харьк. авиац. ин-т», 2016. – Ч. 3 : Комплексные числа. Интегральное исчисление. – 160 с.
  14. Г. К. Бахмет, А. В. Головченко, А. Г. Николаєв и др. Высшая математика [Электронный ресурс]: учеб. пособие : в 5 ч. – Х. : Нац. аэрокосм. ун-т им. Н. Е. Жуковского «Харьк. авиац. ин-т», 2017. – Ч. 4 : Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Криволинейные интегралы. – 271 с.
  15. Г. К. Бахмет, А. В. Головченко, А. Г. Николаєв и др. Высшая математика [Электронный ресурс]: учеб. пособие : в 5 ч. – Х. : Нац. аэрокосм. ун-т им. Н. Е. Жуковского «Харьк. авиац. ин-т», 2018. – Ч. 5 : Ряды. Функция комплексной переменной. Операционное исчисление. Элементы теории вероятностей – 305 с.

**Електронний ресурс, на якому розміщено навчально-методичний комплекс дисципліни: . Комплекс включає в себе такі обов’язкові складові:**

- робоча програма дисципліни;
- конспект лекцій, підручники (навчальні посібники), в тому числі в електронному вигляді, які за змістом повністю відповідають робочій програмі дисципліни;

- методичні вказівки та рекомендації для виконання розрахункових та практичних робіт , а також рекомендації для самостійної підготовки;
- тематики індивідуальних завдань;
- приклади розв'язування типових задач чи виконання типових завдань;
- питання для контрольних заходів;
- каталоги інформаційних ресурсів.

#### **14. Рекомендована література**

##### **Базова**

1. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. - М.: Наука, 1985.
2. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. - М.: Наука, 1972.
3. Бугров Я.С., Никольский С.М. Дифференциальное и интегральное исчисление. -М.: Наука, 1980.
4. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике.- 1975 .
5. Мышкис А.Д. Лекции по высшей математике. М.: Наука, 1973.
6. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление. Т. 1,2 -М.: Наука, 1968.

##### **Допоміжна**

1. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике.- 1975 .
2. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление. Т. 1,2 -М.: Наука, 1968.
3. Эльсгольц Л. Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. – М.: Наука, 1969.

#### **16.Інформаційні ресурси**

Сайт кафедри [k405@khai.edu](mailto:k405@khai.edu)