

Міністерство освіти і науки України  
Національний аерокосмічний університет ім. М.Є. Жуковського  
“Харківський авіаційний інститут”

Кафедра «Вищої математики та системного аналізу» № 405  
(назва кафедри)

**ЗАТВЕРДЖУЮ**

Голова НМК 2, к.т.н., доцент

 Крицький Д.М.  
(підпис) (ініціали та прізвище)

«31» 08 2021 р.

**РОБОЧА ПРОГРАМА ОBOB'ЯЗКОВОЇ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

Вища математика

(назва навчальної дисципліни)

**Галузі знань:** 15 «Автоматизація та приладобудування», 17 «Електроніка та телекомунікації», 27 «Транспорт»

(шифр і назва галузі знань)

**Спеціальності:** 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології», 152 «Метрологія та інформаційно вимірювальна техніка», 153 «Мікро- та наносистемна техніка», 173 «Авіоніка», 272 «Авіаційний транспорт»

(код та найменування спеціальності)

**Освітні програми:** Інженерія мобільних додатків. Комп'ютерні технології проектування та виробництва. Комп'ютерно-інтегровані технологічні процеси і виробництва. Комп'ютерні системи технічного зору. Інтелектуальні інформаційні вимірювальні системи. Метрологічне забезпечення випробувань та якості продукції. Якість, стандартизація та сертифікація. Мікро- та наносистемна техніка. Системи автономної навігації та адаптивного управління літальних апаратів. Інтелектуальні транспортні системи.


(найменування освітніх програм)

**Форма навчання:** денна

**Рівень вищої освіти:** перший (бакалаврський)

**Харків 2021 рік**

Розробники: старший викладач кафедри вищої математики та системного аналізу К. П. Барахов


  
\_\_\_\_\_ (підпис)

К. П. Барахов

Робочу програму розглянуто на засіданні кафедри вищої математики та системного аналізу

Протокол № 11 від “25” червня 2021 р.

Завідувач кафедри д.ф.-м.н., професор

  
\_\_\_\_\_ (підпис)

О.Г. Ніколаєв

(прізвище та ініціали)

+

## 1. Опис навчальної дисципліни

Найменування показників	Галузь знань, спеціальність, рівень вищої освіти	Характеристика навчальної дисципліни Денна форма навчання		
Кількість кредитів – 15	Галузь знань: <u>15 «Автоматизація та приладобудування», 17 «Електроніка та телекомунікації», 27 Транспорт</u> (шифр і назва)  Спеціальності: 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології», 152 «Метрологія та інформаційно вимірювальна техніка», 153 «Мікро- та наносистемна техніка», 173 «Авіоніка», 272 «Авіаційний транспорт».	Цикл професійної підготовки		
Кількість модулів – 7		<b>Навчальний рік</b>		
Кількість змістових модулів – 10		2021/2022	2022/2023	
Індивідуальне науково-дослідне завдання _____ (назва)		<b>Семестр</b>		
Загальна кількість годин – 232/450		1	2	3
Кількість семестрових годин для денної форми навчання		<b>Лекції*</b>		
<b>Семестр 1</b>		40 год.	40 год.	32 год.
аудиторних-80 год.   самост. роботи -70 год.		<b>Практичні*</b>		
<b>Семестр 2</b>		40 год.	40 год.	40 год.
аудиторних – 80 год.   самост. роботи – 70 год.		<b>Лабораторні</b>		
<b>Семестр 3</b>	-	-	-	
аудиторних – 72 год.   самост. роботи - 78 год.	<b>Самостійна робота</b>			
Кількість тижневих годин для денної форми навчання:	70 год.	70 год.	78 год.	
<b>Семестр 1</b>	<b>Індивідуальна робота</b>			
аудиторних-5 год.   самост. роботи -4,375 год.	<b>Вид контролю</b>			
<b>Семестр 2</b>	Модульний контроль, іспит			
аудиторних - 5 год.   самост. роботи -4,375 год.				
<b>Семестр 3</b>				
аудиторних - 4,375 год.   самост. роботи – 4,875 год.	Рівень вищої освіти: <u>перший (бакалаврський)</u>			

### Примітка

Співвідношення кількості годин аудиторних занять до самостійної і індивідуальної роботи становить:

для денної форми навчання – 232/218.

\* Аудиторне навантаження може бути збільшене, або зменшене на одну годину в залежності від розкладу занять.

## 2. Мета та завдання навчальної дисципліни

**Мета вивчення:** отримати фундаментальні знання з вищої математики, які дозволять студентам розв'язувати важливі практичні та теоретичні задачі з різних галузей сучасної математики та суміжних дисциплін, а також закладуть основи фундаментальної математичної підготовки.

**Завдання:** закласти основи фундаментальної фахової підготовки, а саме: векторна алгебра та аналітична геометрія; рівняння ліній і поверхонь першого та другого порядків; матричне числення та методи розв'язання систем лінійних алгебричних рівнянь; границя числової послідовності, границя та неперервність функції, похідна, інтегральне числення, функції багатьох змінних, ряди, елементи гармонічного аналізу, кратні інтеграли, поверхневі та криволінійні інтеграли; теорія ймовірностей та ін.

**Міждисциплінарні зв'язки:** алгебра та геометрія, фізика, теоретична механіка та ін.

### Результати навчання:

1. Знати і вміти застосовувати на практиці диференціальне та інтегральне числення, ряди та інтеграл Фур'є, векторну та лінійну алгебру, аналітичну геометрію та векторний аналіз, теорію ймовірностей в обсязі, необхідному для вирішення типових завдань.
2. Знати та вміти застосовувати базові методи інтегрування звичайних диференціальних рівнянь і систем.
3. Вміти використовувати стандартні схеми та методи для розв'язання задач, що сформульовані природною мовою.

## 3. Програма навчальної дисципліни

### Модуль 1

#### Змістовий модуль 1. Векторна алгебра та аналітична геометрія

##### Тема 1. Векторна алгебра і елементи теорії визначників

Визначники 2-го, 3-го,  $n$ -го порядку, властивості, обчислення. Алгебричні доповнення і мінори. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР). Правило Крамера розв'язання СЛАР. Вектори. Лінійні операції над векторами. Лінійно-залежні та лінійно-незалежні системи векторів. Колінеарні та компланарні вектори. Базис, розкладання вектора за базисом. Проекція вектора та його координати. Декартові прямокутні координати на площині і в просторі. Лінійні операції над векторами в координатній формі. Скалярний добуток векторів, його властивості. Довжина вектора, кут між векторами, умови перпендикулярності і паралельності векторів, які задані у координатній формі. Векторний добуток векторів, його властивості, обчислення в координатній формі, геометричний зміст. Мішаний добуток векторів, властивості, обчислення, геометричний зміст, застосування. Подвійний векторний добуток.

##### Тема 2. Рівняння прямої і площини

Площина, вектор нормалі. Загальне рівняння площини. Кут між площинами, умови паралельності і перпендикулярності площин. Відстань між площинами. Пряма у просторі, напрямний вектор прямої, рівняння прямої в параметричному вигляді, у канонічному ви-

гляді, як пари площин, що перетинаються. Відстань між прямими. Основні задачі на пряму лінію і площину.

## Модуль 2

**Змістовий модуль 2.** Матричне числення та елементи лінійної алгебри.

### Тема 1. Матриці і системи лінійних алгебраїчних рівнянь

Матриці. Дії з матрицями. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР). Метод Гаусса розв'язання СЛАР. Обернена матриця. Матричний метод розв'язання системи лінійних рівнянь. Ранг матриці, його обчислення. Дослідження розв'язності системи лінійних рівнянь, теорема Кронекера-Капеллі. Гаусса розв'язання СЛАР. Однорідні СЛАР. Фундаментальна система розв'язків. Структури розв'язків однорідної та неоднорідної СЛАР.

### Тема 2. Лінійні векторні простори. Лінійні оператори та їх матриці

Елементи теорії лінійних просторів. Приклади лінійних просторів. Базиси та вимірність лінійних просторів. Евклідов простір. Нерівності Коші-Буняковського та Мінковського. Ортонормовані системи векторів. Метод ортогоналізації. Лінійний оператор, приклади. Матриця лінійного оператора у заданому базисі. Матриця переходу при заміні базису. Власні числа і власні вектори лінійних операторів. Ортогональний оператор та матриця. Симетрична матриця та оператор.

### Тема 3. Квадратичні форми. Рівняння поверхонь і ліній другого порядку

Криві на площині. Канонічна форма запису рівнянь еліпса, гіперболи та параболи. Дослідження геометричних властивостей еліпса, гіперболи та параболи. Квадратична форма. Матриця квадратичної форми. Зведення квадратичної форми до канонічного вигляду. Загальне рівняння кривих другого порядку. Зведення загального рівняння кривої другого порядку до канонічного вигляду. Поверхні другого порядку. Канонічні форми запису рівнянь основних поверхонь, дослідження форми поверхні методом перерізу. Зведення до канонічного вигляду загального рівняння поверхні другого порядку.

## Модуль 3

**Змістовий модуль 3.** Теорія границь. Неперервність.

### Тема 1. Теорія границь послідовностей.

Множина дійсних чисел. Числові послідовності. Границя послідовності. Нескінченно малі та нескінченно великі послідовності та їх властивості. Основні властивості послідовностей, які мають границю. Існування границі монотонної послідовності. Число  $e$ .

### Тема 2. Теорія границь функцій. Неперервні функції

Границя функції в точці. Границя функції в нескінченності. Арифметичні властивості границь. Нескінченно малі функції та їх властивості. Нескінченно великі функції. Деякі важливі границі. Порівняння нескінченно малих функцій. Еквівалентні нескінченно малі. Застосування нескінченно малих для обчислення границь. Неперервні функції. Властивості неперервних у точці функцій: неперервність суми, добутку та частки; границя та неперервність складеної функції. Односторонні границі функцій у точці. Точки розриву функції та їх класифікація. Неперервність функції на відрізку; обмеженість, існування найбільшого та найменшого значення.

**Змістовий модуль 4.** Диференціальне числення.

### Тема 1. Диференціальне числення функцій однієї незалежної змінної

Похідна функції. Геометричне тлумачення похідної. Похідна оберненої функції, функцій заданих параметрично. Похідні обернених тригонометричних функцій, гіперболічних функцій. Диференційованість функцій. Неперервність диференційованої функції. Диференціал. Геометричне тлумачення диференціала. Похідні та диференціали вищих порядків. Формула Лейбница. Теореми Ролля, Коші, Лагранжа. Наслідки. Правила Лопіталя-Бернуллі. Розкриття невизначеностей за правилами Лопіталя-Бернуллі. Формула Тейлора з залишковим членом у формі Лагранжа. Зображення функцій  $\exp(x)$ ,  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\ln(1+x)$ ,  $(1+x)^{\alpha}$  за

допомогою формули Тейлора. Застосування диференціального числення до дослідження функцій та побудови графіків. Зростання та спадання функцій. Екстремум. Необхідні та достатні умови екстремуму. Дослідження функцій на опуклість та вгнутість. Точки перегину. Асимптоти кривих. Дослідження функцій та побудова графіків функцій. Приклади. Найменше та найбільше значення функції на відрізку. Полярна система координат, зв'язок з декартовою, графіки функцій у полярній системі. Кривизна кривої.

### **Тема 2. Диференціальне числення функції кількох незалежних змінних**

Основні означення. Диференційованість функції кількох змінних. Похідні від складених функцій. Повний диференціал. Похідні від неявних функцій. Похідна за напрямком, градієнт. Частинні похідні вищих порядків. Незалежність результату диференціювання від порядку диференціювання. Диференціали вищих порядків. Формула Тейлора. Екстремуми функцій багатьох змінних. Необхідні умови екстремуму. Достатні умови екстремуму. Умовний екстремум.

## **Модуль 4**

### **Змістовий модуль 5. Інтегральне числення функцій однієї незалежної змінної**

#### **Тема 1. Невизначений інтеграл**

Первісна. Невизначений інтеграл, його властивості. Таблиця інтегралів. Найпростіші методи інтегрування. Заміна змінної у невизначеному інтегралі. Інтегрування частинами. Інтегрування простих дробів. Інтегрування лінійних та дробово-лінійних ірраціональностей. Інтегрування тригонометричних функцій. Інтегрування квадратичних ірраціональностей.

#### **Тема 2. Визначений інтеграл**

Визначений інтеграл як границя інтегральних сум. Основні властивості визначеного інтеграла. Теорема про середнє значення. Похідна від інтеграла зі змінною верхньою границею. Формула Ньютона-Лейбниця. Інтегрування частинами та заміна змінної у визначеному інтегралі. Застосування визначених інтегралів до обчислення площ плоских фігур у декартових координатах, у полярних координатах, та у випадку функцій, які задані параметрично. Диференціал довжини дуги кривої. Обчислення довжини дуги кривої, площі поверхні обертання, об'єму тіла обертання. Загальна схема застосування визначеного інтеграла. Приклади з фізики та механіки.

#### **Тема 3. Невласні інтеграли**

Невласні інтеграли з нескінченними границями інтегрування. Означення. Теореми порівняння. Абсолютна збіжність. Інтеграли від необмежених функцій.

#### **Тема 4. Криволінійні інтеграли**

Криволінійні інтеграли другого роду, обчислення, застосування. Незалежність криволінійного інтеграла від шляху інтегрування. Відновлення функції за повним диференціалом. Фізичне застосування криволінійних інтегралів.

## **Модуль 5**

### **Змістовий модуль 6. Диференціальні рівняння та їх системи**

#### **Тема 1. Звичайні диференціальні рівняння та їх системи**

Фізичні задачі, які приводять до диференціальних рівнянь. Основні поняття теорії диференціальних рівнянь. Задача Коші. Огляд методів розв'язання диференціальних рівнянь першого порядку: з відокремлюваними змінними, однорідні рівняння, лінійні рівняння, рівняння Бернуллі, рівняння у повних диференціалах, рівняння Клеро і Лагранжа. Диференціальні рівняння вищих порядків. Крайові задачі для диференціальних рівнянь. Рівняння, які припускають пониження порядку. Лінійні диференціальні рівняння вищих порядків. Лінійні однорідні диференціальні рівняння зі сталими коефіцієнтами, фундаментальна система розв'язків. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння зі сталими коефіцієнтами. Структура загального розв'язку. Метод Лагранжа варіації довільних сталих. Лінійні

неоднорідні диференціальні рівняння зі сталими коефіцієнтами та спеціальною правою частиною. Системи лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами. Задача Коші. Матричний метод розв'язання систем лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами. Елементи теорії стійкості. Стійкість за Ляпуновим. Асимптотична стійкість. Дослідження на стійкість лінійних систем. Дослідження на стійкість за першим наближенням. Критерій стійкості Гурвіца.

## Модуль 6

### Змістовий модуль 7. Кратні інтеграли. Елементи теорії векторного поля

#### Тема 1. Кратні інтеграли

Подвійні інтеграли, їх властивості. Обчислення подвійних інтегралів. Заміна змінних у подвійних інтегралах, подвійний інтеграл у полярних координатах. Геометричні та механічні застосування. Формула Гріна. Потрійні інтеграли. Заміна змінних у потрійних інтегралах. Потрійний інтеграл у циліндричних та сферичних координатах. Геометричні та механічні застосування. Площа криволінійної поверхні. Поверхневі інтеграли. Формули Остроградського-Гаусса та Стокса.

#### Тема 2. Елементи теорії векторного поля

Векторні лінії поля, їх диференціальні рівняння. Течія векторного поля через відкрити та замкнену поверхні, її обчислення. Дивергенція векторного поля, фізичне тлумачення, обчислення. Застосування формули Остроградського-Гаусса. Циркуляція векторного поля, обчислення. Ротор векторного поля, фізичне тлумачення, обчислення. Застосування формули Стокса. Оператор «набла», властивості, дії з оператором. Векторні диференціальні операції другого порядку. Основні типи векторних полів: соленоїдальне, потенціальне, гармонічне, їх характеристики. Основна теорема векторного аналізу.

### Змістовий модуль 8. Числові та функціональні ряди. Ряди Фур'є. Перетворення Фур'є

#### Тема 1. Числові і функціональні ряди

Числові ряди. Збіжність та сума ряду. Геометрична прогресія. Необхідна умова збіжності ряду Ряди з додатними членами. Теореми порівняння. Ознаки збіжності Даламбера та Коші. Інтегральна ознака збіжності ряду. Оцінка залишку ряду за допомогою інтегральної ознаки. Знакозмінні ряди. Абсолютна та умовна збіжність рядів. Ряди, члени яких чергуються знаками. Ознака Лейбниці, оцінка залишку ряду. Функціональні ряди, область збіжності. Теореми про рівномірно збіжні ряди. Степеневі ряди. Теорема Абеля. Інтервал і радіус збіжності. Неперервність суми степеневих рядів. Почленне інтегрування та диференціювання степеневих рядів. Ряд Тейлора. Розкладання в ряд функцій:  $\sin(x)$ ,  $\cos(x)$ ,  $\exp(\pm x)$ ,  $\ln(1+x)$ . Застосування степеневих рядів до наближених обчислень.

#### Тема 2. Ряди Фур'є. Інтеграл Фур'є. Перетворення Фур'є

Ортогональні системи функцій. Приклади. Ряд Фур'є по тригонометричній системі функцій. Розкладання у тригонометричний ряд Фур'є функцій, заданих на інтервалі  $(-1, 1)$ . Розкладання у тригонометричний ряд Фур'є парних та непарних функцій. Теорема Діріхле. Комплексна форма запису ряду Фур'є. Інтеграл Фур'є. Перетворення Фур'є. Синус та косинус перетворення Фур'є.

#### 4. Структура навчальної дисципліни

Назви змістовних модулів і тем	Кількість годин				
	Усього	У тому числі			
		л	п	лаб.	с. р.
1	2	3	4	5	6
<b>Семестр 1</b>					
<b>Модуль 1</b>					
<b>Змістовий модуль 1. Векторна алгебра та аналітична геометрія</b>					
Тема 1. Векторна алгебра і елементи теорії визначників	24	8	8	–	8
Тема 2. Рівняння прямої і площини	14	2	4	–	8
<b>Модульний контроль</b>	2	2	–	–	–
<b>Разом за змістовним модулем 1</b>	<b>40</b>	<b>12</b>	<b>12</b>	–	<b>16</b>
<b>Модуль 2</b>					
<b>Змістовий модуль 2. Матричне числення та елементи лінійної алгебри</b>					
Тема 1. Матриці і системи лінійних алгебраїчних рівнянь	22	8	6	–	8
Тема 2. Лінійні векторні простори. Лінійні оператори та їх матриці	24	10	4	–	10
Тема 3. Квадратичні форми. Рівняння поверхонь і ліній другого порядку	16	2	6	–	8
<b>Модульний контроль</b>	2	2	–	–	–
<b>Разом за змістовним модулем 2</b>	<b>64</b>	<b>22</b>	<b>16</b>		<b>26</b>
<b>Модуль 3 (початок)</b>					
<b>Змістовий модуль 3. Теорія границь. Неперервність</b>					
Тема 1. Теорія границь послідовностей	14	2	4	–	8
Тема 2. Теорія границь функцій. Неперервні функції	22	4	8	–	10
<b>Разом за змістовним модулем 3</b>	<b>36</b>	<b>6</b>	<b>12</b>		<b>18</b>
Індивідуальне завдання	<b>10</b>				<b>10</b>
<b>Разом годин за 1 семестр</b>	<b>150</b>	<b>40</b>	<b>40</b>	–	<b>70</b>
<b>Семестр 2</b>					
<b>Модуль 3 (продовження)</b>					
<b>Змістовий модуль 4. Диференціальне числення</b>					
Тема 1. Диференціальне числення функцій однієї незалежної змінної	40	10	14	–	16
Тема 2. Диференціальне числення функцій кількох незалежних змінних	24	8	8	–	8
<b>Модульний контроль</b>	2	2	–	–	–
<b>Разом за змістовним модулем 4</b>	<b>66</b>	<b>20</b>	<b>22</b>	–	<b>24</b>
<b>Модуль 4</b>					
<b>Змістовий модуль 5. Інтегральне числення функцій однієї незалежної змінної</b>					
Тема 1. Невизначений інтеграл	28	8	8	–	12
Тема 2. Визначений інтеграл	22	6	4	–	12
Тема 3. Невласні інтеграли	11	2	3	–	6
Тема 4. Криволінійні інтеграли	11	2	3	–	6
<b>Модульний контроль</b>	2	2	–	–	–



1	2	3	4	5	6
<b>Разом за змістовним модулем 5</b>	<b>74</b>	<b>20</b>	<b>18</b>	–	<b>36</b>
Індивідуальне завдання	<b>10</b>				<b>10</b>
<b>Разом годин за 2 семестр</b>	<b>150</b>	<b>40</b>	<b>40</b>	–	<b>70</b>
<b>Семестр 3</b>					
<b>Модуль 5</b>					
<b>Змістовий модуль 6.. Диференціальні рівняння та їх системи</b>					
Тема 1. Звичайні диференціальні рівняння та їх системи	50	12	14		24
<b>Модульний контроль</b>	2	2	–	–	–
<b>Разом за змістовним модулем 6</b>	<b>52</b>	<b>14</b>	<b>14</b>		<b>24</b>
<b>Модуль 6</b>					
<b>Змістовий модуль 7. Кратні інтеграли. Елементи теорії векторного поля</b>					
Тема 1. Кратні інтеграли	22	6	6		10
Тема 2. Елементи теорії векторного поля	18	4	4		10
<b>Разом за змістовним модулем 7</b>	<b>40</b>	<b>10</b>	<b>10</b>	–	<b>20</b>
<b>Змістовий модуль 8. Числові та функціональні ряди. Ряди Фур'є. Перетворення Фур'є</b>					
Тема 1. Числові і функціональні ряди	26	4	10		14
Тема 2. Ряди Фур'є. Інтеграл Фур'є. Перетворення Фур'є	20	2	6		10
<b>Модульний контроль</b>	2	2	–	–	–
<b>Разом за змістовними модулями 7 та 8</b>	<b>48</b>	<b>8</b>	<b>16</b>	–	<b>24</b>
Індивідуальне завдання	<b>10</b>				<b>10</b>
<b>Разом годин за 3 семестр</b>	<b>150</b>	<b>32</b>	<b>40</b>	–	<b>78</b>
<b>Усього годин з дисципліни</b>	<b>450</b>	<b>112</b>	<b>120</b>	–	<b>218</b>

### 5. Теми семінарських занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1		

### 6. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кільк. год.
1	2	3
<b>1 семестр</b>		
1	Визначники другого і третього порядків. Перетворення визначників	2
2	Лінійні операції над векторами. Базис, розкладання по базису. Лінійні операції в координатній формі	2
3	Скалярний і векторний добуток векторів. Геометричні застосування	2
4	Мішаний добуток векторів. Геометричні застосування	2
5-6	Площина і пряма. Взаємне розташування площин та прямих. Задачі на пряму і площину	4
7	Матриці. Дії над матрицями	2
8-9	Обернена матриця. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь	4

1	2	3
10-11	Лінійні векторні простори. Лінійні оператори та їх матриці	4
12-14	Квадратичні форми. Канонічні форми запису рівнянь еліпса, гіперболи та параболи. Перетворення рівнянь ліній другого порядку	6
15-16	Границя послідовності. Обчислення границь послідовностей	4
17-19	Границі функцій. Обчислення границь	6
20	Неперервність функції. Точки розриву функції та їх класифікація	2
<b>2 семестр</b>		
21-22	Техніка диференціювання	4
23	Правила Лопіталю-Бернуллі	2
24	Екстремум функції. Дослідження функцій на опуклість. Точки перегину. Асимптоти	2
25-27	Побудова графіків функцій у декартовій та полярній системах координат	6
28-29	Обчислення частинних похідних. Повний диференціал функції кількох змінних. Похідні складених функцій, функцій що задані неявно.	4
30	Дотична площина і нормаль до поверхні. Похідні вищих порядків. Похідна за напрямком	2
31	Екстремуми функцій кількох змінних. Безумовний екстремум.	2
32-35	Інтегрування за допомогою таблиці інтегралів, тотожних перетворень. Заміна змінних, інтегрування частинами. Інтегрування раціональних та дробово-раціональних функцій. Інтегрування виразів, з тригонометричними та ірраціональними функціями.	8
36-37	Геометричне і механічне застосування визначених інтегралів: обчислення площ плоских фігур, довжини дуг, об'ємів тіл, площ поверхонь обертання, статичних моментів.	4
38-39	Невласні інтеграли	3
40	Криволінійні інтеграли	3
<b>3 семестр</b>		
41 -42	Диференціальні рівняння першого порядку	4
43	Диференціальні рівняння вищих порядків	2
44	Однорідні лінійні рівняння з і сталими коефіцієнтами.	2
45-46	Неоднорідні лінійні диференціальні рівняння зі сталими коефіцієнтами. Метод варіації довільних сталих, рівняння зі спеціальною правою частиною	4
47	Системи лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами	2
48	Подвійні інтеграли, обчислення	2
49	Обчислення потрійних інтегралів. Подвійні та потрійні інтеграли у криволінійних системах координат	2
50	Площа криволінійної поверхні. Поверхневі інтеграли	2
51	Течія векторного поля через відкриту та замкнену поверхні. Дивергенція поля, її обчислення. Формула Остроградського-Гаусса	2
52	Ротор векторного поля, обчислення. Циркуляція. Формула Стокса. Оператор "набла", дії з оператором	2
53	Числові ряди з додатними членами. Ознаки збіжності	2
54	Ряди, члени яких чергуються знаками. Ознака Лейбница, оцінка залишку ряду. Абсолютна та умовна збіжність рядів	2
55-57	Функціональні ряди, область збіжності. Ознака Вейерштрасса. Степеневі ряди. Радіус збіжності і інтервал збіжності	6

1	2	3
58-59	Ряд Фур'є. Розкладання у тригонометричний ряд Фур'є функцій, заданих на інтервалі $(-\pi, \pi)$ та $(-l, l)$ . Розкладання у тригонометричний ряд Фур'є парних та непарних функцій	4
60	Застосування перетворення Фур'є	2
	<b>Разом</b>	<b>120</b>

### 7. Теми лабораторних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1.		

### 8. Самостійна робота

№ з/п	Назва теми	Кільк. годин
1	2	3
1.	Основні властивості визначників вищих порядків. Розв'язок систем лінійних рівнянь методом Крамера. Колінеарні та компланарні вектори. Базис, розкладання вектора за базисом. Подвійний векторний добуток [1, заняття 1-2; 6; 7; 11; 12].	8
2.	Пряма на площині. Основні задачі на пряму лінію і площину [1, заняття 6-8; 6; 7; 11; 12].	8
3.	Метод Гаусса розв'язання СЛАР. Матричний метод розв'язання системи лінійних рівнянь. Фундаментальна система розв'язків. Структури розв'язків одорідної та неоднорідної СЛАР [1, заняття 10-11; 6; 7; 11; 12].	8
4.	Евклідів простір. Нерівності Коші-Буняковського та Мінковського. Ортонормовані системи векторів Метод ортогоналізації. Лінійний оператор, приклади. Матриця лінійного оператора у заданому базисі. Матриця переходу при заміні базису. Ортогональний оператор та матриця. Симетрична матриця та оператор [1, заняття 13-14; 6; 7; 11; 12].	10
5.	Дослідження геометричних властивостей еліпса, гіперболи та параболи. Поверхні другого порядку. Канонічні форми запису рівнянь основних поверхонь, дослідження форми поверхні методом перерізу. Зведення до канонічного вигляду загального рівняння поверхні другого порядку [1, заняття 16-17; 6; 7; 11; 12].	8
6.	Нескінченно малі та нескінченно великі послідовності та їх властивості. Основні властивості послідовностей, які мають границю. Існування границі монотонної послідовності [2, заняття 2, 4; 7; 13].	8
7.	Неперервні функції. Властивості неперервних у точці функцій: неперервність суми, добутку та частки; границя та неперервність складеної функції. Односторонні границі функцій у точці. Неперервність функції на відрізку; обмеженість, існування найбільшого та найменшого значення [2, заняття 2, 4; 7; 13].	10
8.	Індивідуальне завдання	10
9.	Похідна функції. Таблиця похідних. Диференційованість функцій. Неперервність диференційованої функції. Диференціал. Геометричне тлумачення диференціала. Теорема Ролля, Коші, Лагранжа. Наслідки. Формула Тейлора з залишковим членом у формі Лагранжа. Зображення функцій $\exp(x)$ , $\sin x$ , $\cos x$ , $\ln(1+x)$ , $(1+x)^{\alpha}$ за допомогою формули Тейлора. Найменше та найбільше значення функції на відрізку. Кривизна кривої. Еволюта і евольвента [2, заняття 5-13; 7; 13].	16

1	2	3
10.	Границя функції кількох змінних. Диференційованість функції кількох змінних. Неперервність. Частинні похідні вищих порядків. Незалежність результату диференціювання від порядку диференціювання. Диференціали вищих порядків. Формула Тейлора. Умовний екстремум [2, заняття 14-17; 7; 13].	8
11.	Інтегрування квадратичних ірраціональностей. Визначений інтеграл як границя інтегральних сум. Основні властивості визначеного інтеграла. Теорема про середнє значення. Похідна від інтеграла зі змінною верхньою границею. Застосування визначеного інтеграла до обчислення площі поверхні обертання та об'єму тіла. Невласні інтеграли від необмежених функцій [3, заняття 1-10; 8; 13]. Криволінійні інтеграли. Незалежність криволінійного інтеграла від шляху інтегрування. Відновлення функції за повним диференціалом [4, заняття 5-6; 8,13].	36
12.	Індивідуальне завдання	10
13.	Рівняння нерозв'язані відносно похідної. Рівняння Клеро і Лагранжа. Обвідна однопараметричної сім'ї кривих. Лінійно-залежні та лінійно-незалежні системи функцій. Властивості визначника Вронського. Матричний метод розв'язання систем лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами. Випадок кратних коренів характеристичного рівняння. Стійкість за Ляпуновим. Асимптотична стійкість. Дослідження на стійкість лінійних систем. Дослідження на стійкість за першим наближенням. Критерій стійкості Гурвіца [3, заняття 11-20;8;13].	24
15.	Подвійні інтеграли, їх властивості. Геометричні та механічні застосування. Потрійні інтеграли. Геометричні та механічні застосування. Поверхневі інтеграли. Формули Остроградського-Гаусса та Стокса [4, заняття 1-4, 6-7; 8;14].	10
16.	Векторні лінії поля, їх диференціальні рівняння. Дивергенція векторного поля, фізичне тлумачення, обчислення. Застосування формули Остроградського-Гаусса. Циркуляція векторного поля, обчислення. Ротор векторного поля, фізичне тлумачення, обчислення. Застосування формули Стокса. Основні типи векторних полів: соленоїдальне, потенціальне, гармонічне, їх характеристики. Основна теорема векторного аналізу[4, заняття 8-11; 8;14].	10
17.	Числові ряди. Оцінка залишку ряду за допомогою інтегральної ознаки. Ряди, члени яких чергуються знаками. Оцінка залишку ряду. Функціональні ряди. Теорема про рівномірно збіжні ряди. Степеневі ряди. Ряд Тейлора. Розкладання в ряд функцій: $\sin(x)$ , $\cos(x)$ , $\exp(\pm x)$ , $\ln(1 \pm x)$ . Застосування степеневих рядів до наближених обчислень [4, заняття 12-16; 9;14].	14
18.	Ортогональні системи функцій. Приклади. Комплексна форма запису ряду Фур'є. Інтеграл Фур'є. [4, заняття 17-19; 9;14].	10
9.	Індивідуальне завдання	10
	<b>Разом</b>	<b>218</b>

### 9. Індивідуальні завдання

**Перший семестр.** Виконання розрахункової роботи «Векторна та лінійна алгебра».

**Другий семестр.** Виконання розрахункової роботи «Диференціальне числення. Методи інтегрування».

**Третій семестр.** Виконання розрахункової роботи «Кратні інтеграли. Ряди».

### 10. Методи навчання

Проведення аудиторних лекцій, практичних занять, індивідуальні консультації (при необхідності), самостійна робота студентів за матеріалами, опублікованими кафедрою (методичні посібники), проведення олімпіад.

### 11. Методи контролю

Проведення поточного контролю у вигляді тестів, усної здачі індивідуальних робіт, письмового модульного контролю, фінальний контроль у вигляді семестрового контролю: іспит (проводиться у разі відмови студента від балів поточного тестування та за наявності допуску).

### 12. Критерії оцінювання та розподіл балів, які отримують студенти

12.1. Розподіл балів, які отримують студенти (кількісні критерії оцінювання)

#### Семестр 1

(\* ) Якщо кількість модульних балів у студента перевищує 100, то в якості підсумкової оцінки виставляється 100 балів.

Складові навчальної роботи	Бали за одне заняття (завдання)	Кількість занять (завдань)	Сумарна кількість балів
<b>Змістовний модуль 1</b>			
Робота на практичних заняттях	0...3	6	0...18
Самостійна робота	0...0,5	8	0...4
Модульний контроль	0...25	1	0...25
<b>Змістовні модулі 2 та 3</b>			
Робота на практичних заняттях	0...3	14	0...42
Самостійна робота	0...0,5	22	0...11
Модульний контроль	0...25	1	0...25
Виконання та захист розрахункової роботи	0...10	1	0...10
<b>Всього за семестр(*)</b>			<b>0...135</b>

#### Семестр 2

Складові навчальної роботи	Бали за одне заняття (завдання)	Кількість занять (завдань)	Сумарна кількість балів
<b>Змістовний модуль 4</b>			
Робота на практичних заняттях	0...3	11	0...33
Самостійна робота	0...0,5	12	0...6
Модульний контроль	0...25	1	0...25
<b>Змістовний модуль 5</b>			
Робота на практичних	0...3	9	0...27

заняттях			
Самостійна робота	0...0,5	18	0...9
Модульний контроль	0...25	1	0...25
Виконання та захист розрахункової роботи	0...10	1	0...10
<b>Всього за семестр(*)</b>			<b>0...135</b>

### Семестр 3

Складові навчальної роботи	Бали за одне заняття (завдання)	Кількість занять (завдань)	Сумарна кількість балів
<b>Змістовний модуль 6</b>			
Робота на практичних заняттях	0...3	7	0...21
Самостійна робота	0...0,5	12	0...6
Модульний контроль	0...25	1	0...25
<b>Змістовні модулі 7 та 8</b>			
Робота на практичних заняттях	0...3	13	0...39
Самостійна робота	0...0,5	15	0...7
Модульний контроль	0...25	1	0...25
Виконання та захист розрахункової роботи	0...10	1	0...10
<b>Всього за семестр(*)</b>			<b>0...133</b>

Семестровий контроль (іспит) проводиться у разі відмови студента від балів поточного тестування та за наявності допуску до іспиту. При складанні семестрового іспиту студент має можливість отримати максимум 100 балів.

Білет для іспиту складається з двох теоретичних та трьох практичних завдань. За кожне теоретичне питання та практичне завдання студент може отримати до 20 балів. Максимальна сума всіх балів – 100.

#### 12.2. Якісні критерії оцінювання

Необхідний обсяг знань для одержання позитивної оцінки:

**знати:**

- векторну алгебру і аналітична геометрію;
- матричне числення і методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь;
- методи диференціального і інтегрального числення функцій однієї і кількох незалежних змінних;
- методи розв'язання диференціальних рівнянь;
- методи дослідження числових і функціональних рядів, рядів Фур'є;

Необхідний обсяг умінь для одержання позитивної оцінки:

**уміти:**

- застосовувати математичний апарат в навчальному процесі і науково-дослідницькій діяльності;
- визначати межу можливих застосувань математичних методів;
- досліджувати питання коректності постановки задач та існування розв'язків.

### 12.3. Критерії оцінювання роботи студента протягом семестру

**Задовільно (60-74).** Показати мінімум знань та умінь. Захистити всі індивідуальні завдання. Знати таблицю еквівалентних н.м. функцій, першу та другу особливі границі, таблицю похідних. Уміти виконувати дії з матрицями та знаходити скалярний, векторний та мішаний добутки векторів, які задані в координатній формі, обчислювати границі функції за допомогою еквівалентних н.м. функцій, диференціювати функції. Знаходити частинні похідні функції багатьох змінних. Знати таблицю невизначених інтегралів. Уміти обчислювати невизначений та визначений інтеграл, використовуючи різні методи інтегрування: безпосереднє, за допомогою підстановок та частинами. Проводити обчислення подвійних інтегралів у прямокутній системі координат. Знати закони розподілу неперервних та дискретних випадкових величин.

**Добре (75-89).** Твердо знати мінімум, захистити всі індивідуальні завдання. Уміти: знаходити матрицю, обернену даній та ранг матриці; розв'язувати системи алгебраїчних рівнянь; використати вектори для обчислювання кутів, проєкцій, площ трикутників та паралелограмів; обчислювати відстань між точками, від точки до площини та прямої, між площиною та прямою; володіти технікою знаходження границі функції; диференціювати функції. Розв'язувати задачі прикладного характеру за допомогою частинних похідних. Обчислювати невизначений та визначений інтеграл від різних класів функцій; застосовувати інтегральне числення при розв'язанні задач геометрії; обчислювати кратні інтегралі. Обчислювати ймовірності випадкових величин, будувати функції розподілу.

**Відмінно (90-100).** Здати всі контрольні точки з оцінкою «відмінно». Досконально знати всі теми та уміти застосовувати їх.

Курсову роботу не передбачено навчальним планом.

Протягом семестру студент отримує бали за накопичувальною системою згідно з таблицею наведеною в п. 12.1. Дано деякі пояснення до таблиці.

Робота на лекції – активна форма засвоєння матеріалу курсу: 0,5 балів ставиться за продумані питання, які студент задає лектору, участь в обговоренні предмета лекції, відповіді на питання, які по ходу лекції задає викладач. Активність студента може заохочуватися додатковими коефіцієнтами, які множаться на 0,5 балів.

Робота на практичному занятті оцінюється так: 2 бали за самостійно розв'язану задачу або за обґрунтовану відповідь на теоретичне питання з доведенням основних положень; 1 бал за розв'язану задачу за допомогою викладача.

Самостійна робота – 1 бал ставиться студенту за виконання домашнього завдання разом з його захистом.

Індивідуальне завдання включає виконання та захист розрахункової роботи за темами, означеними в назві роботи.

Модульний контроль проводиться на 8 і 16 тижнях на практичних заняттях.

#### Шкала оцінювання: бальна і традиційна

Сума балів	Оцінка за традиційною шкалою	
	Іспит, диференційований залік	Залік
90 – 100	Відмінно	Зараховано
75 – 89	Добре	
60 – 74	Задовільно	
0 – 59	Незадовільно	Не зараховано

### 13. Методичне забезпечення

Підручники, навчальні посібники, які видані в Університеті:

1. Робочий зошит з лінійної алгебри та аналітичної геометрії. Харків, ХАІ, 1997.
2. Робочий зошит. Диференціальне числення функцій однієї та декількох змінних. Харків, ХАІ, 1997.
3. Робочий зошит. Інтегральне числення. Диференціальні рівняння. Харків, ХАІ, 1998.
4. Робочий зошит. Кратні і криволінійні інтеграли. Теорія поля. Ряди. Теорія функцій комплексного змінного і елементи операційного числення. Харків, ХАІ, 2000.
5. Робочий зошит. Варіаційне числення. Диференціальні рівняння у частиних похідних. Теорія ймовірностей. Харків, ХАІ, 2003.
6. О.Г. Ніколаєв. Аналітична геометрія та лінійна алгебра. - Харків, "Основа", 2000.
7. І. В. Брисіна, О. В. Головченко, Г. І. Кошовий, О. Г. Ніколаєв та ін. Практичний курс вищої математики в чотирьох книгах. Кн. 1. Лінійна алгебра та аналітична геометрія. Диференціальне числення функцій однієї та декількох змінних: Навч. посібник для ВУЗів. – Харків: Нац. аерокос. ун-т „Харк. авіац. ін-т”, 2004.
8. І. В. Брисіна, О. В. Головченко, Г. І. Кошовий, О. Г. Ніколаєв та ін. Практичний курс вищої математики в чотирьох книгах. Кн. 2. Інтегральне числення функцій однієї змінної. Диференціальні рівняння. Кратні та криволінійні інтеграли. Елементи теорії векторного поля.: Навч. посібник для ВУЗів. – Харків: Нац. аерокос. ун-т „Харк. авіац. ін-т”, 2004.
9. І. В. Брисіна, О. В. Головченко, Г. І. Кошовий, О. Г. Ніколаєв та ін. Практичний курс вищої математики в чотирьох книгах. Кн. 3. Ряди. Інтеграл Фур’є. Функції комплексної змінної та операційне числення. Теорія ймовірностей і математична статистика: Навч. посібник для ВУЗів. – Харків: Нац. аерокос. ун-т „Харк. авіац. ін-т”, 2004.
10. І. В. Брисіна, О. В. Головченко, Г. І. Кошовий, О. Г. Ніколаєв та ін. Практичний курс вищої математики в чотирьох книгах. Кн. 4. Варіаційне числення. Рівняння математичної фізики. Випадкові процеси: Навч. посібник для ВУЗів. – Харків: Нац. аерокос. ун-т „Харк. авіац. ін-т”, 2004.
11. О. Г. Ніколаєв. Алгебра і геометрія: підруч.– Харків : Нац. аерокосм. ун-т ім. М. Є. Жуковського «Харків. авіац. ін-т», 2017.

#### **14. Рекомендована література**

##### **Базова**

1. Робочий зошит з лінійної алгебри та аналітичної геометрії. Харків, ХАІ, 1997.
2. Робочий зошит. Диференціальне числення функцій однієї та декількох змінних. Харків, ХАІ, 1997.
3. Робочий зошит. Інтегральне числення. Диференціальні рівняння. Харків, ХАІ, 1998.
4. Робочий зошит. Кратні і криволінійні інтеграли. Теорія поля. Ряди. Теорія функцій комплексного змінного і елементи операційного числення. Харків, ХАІ, 2000.
5. Робочий зошит. Варіаційне числення. Диференціальні рівняння у частиних похідних. Теорія ймовірностей. Харків, ХАІ, 2003.
6. О.Г. Ніколаєв. Аналітична геометрія та лінійна алгебра. - Харків, "Основа", 2000.
7. І. В. Брисіна, О. В. Головченко, Г. І. Кошовий, О. Г. Ніколаєв та ін. Практичний курс вищої математики в чотирьох книгах. Кн. 1. Лінійна алгебра та аналітична геометрія. Диференціальне числення функцій однієї та декількох змінних: Навч. посібник для ВУЗів. – Харків: Нац. аерокос. ун-т „Харк. авіац. ін-т”, 2004.
8. І. В. Брисіна, О. В. Головченко, Г. І. Кошовий, О. Г. Ніколаєв та ін. Практичний курс вищої математики в чотирьох книгах. Кн. 2. Інтегральне числення функцій однієї змінної. Диференціальні рівняння. Кратні та криволінійні інтеграли. Елементи теорії



векторного поля.: Навч. посібник для ВУЗів. – Харків: Нац. аерокос. ун-т „Харк. авіац. ін-т”, 2004.

9. І. В. Брисіна, О. В. Головченко, Г. І. Кошовий, О. Г. Ніколаєв та ін. Практичний курс вищої математики в чотирьох книгах. Кн. 3. Ряди. Інтеграл Фур'є. Функції комплексної змінної та операційне числення. Теорія ймовірностей і математична статистика: Навч. посібник для ВУЗів. – Харків: Нац. аерокос. ун-т „Харк. авіац. ін-т”, 2004.

10. І. В. Брисіна, О. В. Головченко, Г. І. Кошовий, О. Г. Ніколаєв та ін. Практичний курс вищої математики в чотирьох книгах. Кн. 4. Варіаційне числення. Рівняння математичної фізики. Випадкові процеси: Навч. посібник для ВУЗів. – Харків: Нац. аерокос. ун-т „Харк. авіац. ін-т”, 2004.

11. О. Г. Ніколаєв. Алгебра і геометрія: підруч.– Харків : Нац. аерокосм. ун-т ім. М. Є. Жуковського «Харків. авіац. ін-т», 2017.

12. В.П. Дубовик, І.І. Юрик. Вища математика:навч. посіб. у 3 ч., ч.1.– Харків.– Веста, 2008.

13. В.П. Дубовик, І.І. Юрик. Вища математика:навч. посіб. у 3 ч., ч.2.– Харків.– Веста, 2008.

14. В.П. Дубовик, І.І. Юрик. Вища математика:навч. посіб. у 3 ч., ч.3.– Харків.– Веста, 2008.

### **Допоміжна**

1. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. - М.: Наука, 1985.
2. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. - М.: Наука, 1972.
3. Бугров Я.С., Никольский С.М. Дифференциальное и интегральное исчисление. -М.: Наука, 1980.
4. Мышкис А.Д. Лекции по высшей математике. М.: Наука, 1973.
5. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление. Т. 1,2 -М.: Наука, 1968.
6. Эльсгольц Л. Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. – М.: Наука, 1969.

### **15. Інформаційні ресурси**

**Сайт бібліотеки** Національного аерокосмічного університету ім. М.Є. Жуковського «Харківський авіаційний інститут»  
<https://library.khai.edu>