

Міністерство освіти і науки України  
Національний аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського  
«Харківський авіаційний інститут»

Кафедра вищої математики та системного аналізу (№ 405)

**ЗАТВЕРДЖУЮ**

Керівник проектної групи

  
(підпис)

О.Г. Ніколаєв  
(ініціали та прізвище)

« 30 » 08 2019 р.

**РОБОЧА ПРОГРАМА ВИБІРКОВОЇ  
НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

**СТОХАСТИЧНІ МОДЕЛІ ЕКОНОМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ**

(назва навчальної дисципліни)

Галузь знань: **12 «Інформаційні технології»**  
(шифр і найменування галузі знань)

Спеціальність: **124 «Системний аналіз»**  
(код та найменування спеціальності)

Освітня програма: **«Системний аналіз і управління»**  
(найменування освітньої програми)

**Форма навчання: денна**

**Рівень вищої освіти: другий (магістерський)**

**Харків 2019 рік**

Робоча програма «СТОХАСТИЧНІ МОДЕЛІ ЕКОНОМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ»  
для студентів спеціальностей 124 «Системний аналіз»  
(назва дисципліни)  
освітньою програмою «Системний аналіз і управління»

« 29 » серпня 2019 р. – 18 с.

Розробник: Брисіна І.В., доцент кафедри вищої математики та  
(прізвище та ініціали, посада, науковий ступінь та вчене звання)  
системного аналізу, к.фіз.-мат.н., доцент

  
(підпис)

Робочу програму розглянуто на засіданні кафедри вищої математики та  
(назва кафедри)  
системного аналізу

Протокол № 1 від « 29 » серпня 2019 р.

Завідувач кафедри: д.фіз.-мат.н., професор  
(науковий ступінь та вчене звання)

  
(підпис)

О.Г.Ніколаєв  
(ініціали та прізвище)

## 1. Опис навчальної дисципліни

Найменування показників	Галузь знань, спеціальність, освітня програма, рівень вищої освіти	Характеристика навчальної дисципліни (денна форма навчання)
Кількість кредитів – 6	<b>Галузь знань:</b> <u>12 «Інформаційні</u> <small>(шифр та найменування)</small> <u>технології»</u>  <b>Спеціальність:</b> <u>124 «Системний аналіз»</u> <small>(код та найменування)</small>  <b>Освітня програма:</b> <u>«Системний аналіз і</u> <small>(найменування)</small> <u>управління»</u>  <b>Рівень вищої освіти:</b>  <u>другий (магістерський)</u>	Цикл професійної підготовки (за вибором)
Кількість модулів – 2		<b>Навчальний рік</b>
Кількість змістовних модулів – 4		2019/2020
Індивідуальне завдання: <u>розрахункова робота</u> <small>(назва)</small>		<b>Семестр</b>
Загальна кількість годин – 64/180		<u>10</u> -й
Кількість тижневих годин для денної форми навчання: аудиторних – 64 самостійної роботи студента – 116		<b>Лекції</b> <sup>1)</sup>  <u>32</u> години
		<b>Практичні</b> <u>32</u> години <b>Лабораторні</b> <sup>1)</sup>  <b>Самостійна робота</b> 116 годин <b>Вид контролю</b> модульний контроль, іспит

Співвідношення кількості годин аудиторних занять до самостійної роботи становить: 64/116.

<sup>1)</sup> Аудиторне навантаження може бути зменшене або збільшене на одну годину в залежності від розкладу занять.

## 2. Мета та завдання навчальної дисципліни

**Мета вивчення:** визначення основних принципів і методів дослідження стосовно імовірнісної природи економічних процесів .

**Завдання:** навчитися описувати класи стохастичних процесів, що мають застосування у економічних та фінансових моделях; мати уяву про класичні і сучасні методи дослідження, про межі застосування аналітичних методів, і, як наслідок, співвідношенням між чисельними і аналітичними методами дослідження

**Міждисциплінарні зв'язки:** алгебра та геометрія, математичний аналіз, теорія ймовірностей , математична статистика, випадкові процеси, актуарна та фінансова математика, математична економіка.

### **Результати навчання:**

1. Знати основні класи випадкових процесів, що є найбільш поширеними у задачах економічного та фінансового напрямків, а також в задачах надійності , теорії масового обслуговування, демографії та ін.(зокрема, процеси Вінера, Пуассона, мартингали, процеси загибелі та розмноження, загальні процеси Маркова, регенеруючі процеси).

2. Знати та вміти застосовувати базові методи теорії ймовірностей, лінійної алгебри, математичного аналізу для розв'язування задач побудови оптимального портфеля, елементам теорії опціонів.

3. Знати основи теорії процесів відновлення, зокрема граничні теореми для процесів відновлення, та вміти застосовувати їх на практиці для розв'язування прикладних задач.

## 3. Програма навчальної дисципліни

### Змістовий модуль 1

#### **Тема 1. Вступ до дисципліни «Стохастичні моделі економічних процесів »**

Предмет вивчення і задачі дисципліни «Стохастичні моделі економічних процесів». Основні історичні етапи розвитку і становлення. Стохастична природа різноманітних економічних процесів, прикладні проблеми демографії, теорії надійності, теорії запасів та інші.

#### **ТЕМА 2. Додаткові розділи теорії випадкових процесів, що використовуються у дисципліні**

Ланцюги Маркова: приклади розв'язування задач з економічним змістом. Однорідні процеси Маркова зі скінченною або зчисленною множиною станів. Рівняння Колмогорова-Чепмена. Процеси загибелі та розмноження. Приклади застосування у демографії (процес Юла, моделі зростання популяцій з імміграцією). Моделі теорії надійності.

Застосування процесів Маркова у знаходженні економічних показників систем масового обслуговування з метою їх оптимізації. Розрахунок оптимальної кількості обслуговуючих приладів для мінімізації ймовірності втрати, затрат на СМО, зменшення втрат, пов'язаних з часом очікування.

Випадкове блукання у дискретному та неперервному випадках. Принцип відбиття. Перетворення вінерівського процесу. Мартингали із дискретним та неперервним часом. Сума випадкового числа випадкових доданків. Три тотожності Вальда. Марківський момент та момент зупинки (застосування теорем про зупинку мартингалів в задачах розорення інвесторів). відновлення. Геометричний ( економічний ) броунівський рух. Експоненційний мартингал. Застосування мартингалів у моделі В-S ринку.

## **Змістовий модуль 2. Елементи теорії портфеля**

### **Тема 3. Елементи теорії портфеля**

Змінення капіталу як випадковий процес. Означення та види ризиків. Класифікація ризиків. Портфель цінних паперів. Випадок некорельованих паперів. Портфелі із двох видів цінних паперів. Markowitz bullet. Принцип диверсифікації. Портфель Марковитца мінімального ризику. Задача Тобіна про оптимізацію стратегії інвестора при наявності неризикових активів ринку. Модель Шарпа. Модель CAPM. Бета активу. Волатильність.

Знаходження очікуваного доходу та ризику портфеля за реальними даними ринку цінних паперів. Портфелі Марковитца та Тобіна ( розрахунки за реальними цінами акцій ).

## **Змістовий модуль 3. Стохастична модель фінансового ринку.**

### **Тема 4. Елементи стохастичної фінансової математики.**

Випадкові процеси фінансового ринку. Задача емітента та задача інвестора. Означення опціонів. Зміст option –call та option-put. Справедлива ціна опціону. Класифікація опціонів за часом їх виконання – європейський та американський тип. Поняття про арбітраж. Біноміальна модель безарбітражного та повного ринку. Біноміальне дерево. Мартингальні ймовірності. Дисконтований мартингал. Модель Кокса-Росса- Рубінштейна. Доведення формули Блека-Шоулза за допомогою теорії мартингалів. Хеджування. Загальні формули розрахунку цін та хеджуючих стратегій для опціонів. Оптимальна стратегія американського платіжного зобов'язання. Опціони із урахуванням дивідендів. Приклад розрахунку опціону на фінансовому ринку. Порівняння розрахунків за біноміальною моделлю та формулою Блека-Шоулза на основі реальних даних вартості цінних паперів. Повні фінансові ринки.

## Змістовий модуль 4

### Тема 5. Процеси відновлення та накопичення.

Означення та важливі приклади процесів відновлення та накопичення. Процес Пуассона. Суперпозиція та просіювання процесів Пуассона. Тотожності Вальда та їх застосування для процесів накопичення. Складений процес Пуассона. Процес Крамера-Лундберга як приклад процесу накопичення. Регенеруючий процес. Альтернуючий процес. Граничні теореми для процесів відновлення. Теореми Сміта та Блекуелла. Spare parts та Future lifetime проблеми, їх застосування у задачах теорії запасів. System availability

### 4. Структура навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин											
	денна форма						заочна форма					
	усього	у тому числі					8	9	10	11	12	13
л		п	лаб	інд	с.р.							
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
<b>Модуль 1</b>												
<b>Змістовий модуль 1. Базові частини теорії випадкових процесів.</b>												
Тема 1. Вступ до дисципліни «Стохастичні моделі економічних процесів»	1	1	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
Тема 2. Додаткові розділи теорії випадкових процесів, що використовуються у дисципліні	39	9	10	--		20	–	–	–	–	–	–
Разом за змістовим модулем 1	40	10	10	-		20	–	–	–	–	–	–
<b>Модуль 2</b>												
<b>Змістовий модуль 2. Елементи теорії портфеля</b>												
Тема 3. Елементи теорії портфеля	37	6	6	-	–	25	–	–	–	–	–	–

Разом за змістовим модулем 2	37	6	6	-	-	25	-	-	-	-	-	-
<b>Змістовий модуль 3. Стохастична модель фінансового ринку</b>												
Тема 4. Основи стохастичної фінансової математики	55	6	6	-		43	-	-	-	-	-	-
Разом за змістовим модулем 3	55	6	6	-		43	-	-	-	-	-	-
<b>Модуль 3</b>												
<b>Змістовий модуль 4 . Процеси відновлення та накопичення</b>												
Тема 4. Процеси відновлення та накопичення.	48	10	10	-		28	-	-	-	-	-	-
Разом за змістовим модулем 4	48	10	10	-		28	-	-	-	-	-	-
Разом за семестр	180	32	32	-		116						

### 5. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кільк. год.
1	2	3
1-2	Ланцюги Маркова: приклади розв'язування задач з економічним змістом. Імовірнісна модель ефективності роботи систем з обмеженою кількістю станів , матриця вартостей, прибутки (збитки) за $n$ кроків, прибуток у середньому. Імовірнісна модель грошових потоків . Імовірнісна потокова модель забруднення атмосфери . Математичні моделі взаємовпливу членів певних соціальних груп. Імовірнісна модель мобільності професій зі зміною поколінь..	4
3	Однорідний процеси Маркова зі скінченною або зчисленною множиною станів. Рівняння Колмогорова-Чепмена.	2

	Процеси загибелі та розмноження. Приклади застосування у демографії (процес Юла, моделі зростання популяцій з імміграцією).	
4-5	Застосування процесів Маркова у знаходженні економічних показників систем масового обслуговування з метою їх оптимізації. Розрахунок оптимальної кількості обслуговуючих приладів для мінімізації ймовірності втрати, затрат на СМО, зменшення втрат, пов'язаних з часом очікування.	4
6	Теорія портфеля. Доходність та ризик. Диверсіфікація. . Статистична обробка даних стосовно цінних паперів реальних компаній.	2
7	Теорія Марковитца. Ефективні портфелі при наявності та відсутності без ризикових цінних паперів. Випадки двох та багатьох видів паперів.	2
8	МодельТобіна. Бета активуПобудова портфелю мінімального ризику для випадку багатьох цінних паперів на основі реальних даних ринків цін .	2
9	Способи визначення справедливої ціни опціонів. Поняття про арбітраж. Мартингальні ймовірності. Модель Кокса-Росса-Рубінштейна.	2
10-11	Справедливі ціни опціонів Порівняння результатів, отриманих за методами Блека-Шоулза, та Кокса-Росса-Рубінштейна. Змінювання справедливої ціни опціону в залежності від параметрів. Значення волатильності	4
12	Теорема відновлення. Функція відновлення. Випадковий процес з лінійною функцією відновлення.	2
13	Рівняння відновлення. Застосування перетворення Лапласа. Теореми Блекуелла та Сміта та їх застосування . Асимптотична поведінка процесів відновлення. Задачі про забезпечення ресурсами (spare part problem) .	2
14-15	Альтернуючий процес. Розподіл стаціонарного перескоку (the remaining (excess) lifetime). Окремі випадки – старіючі (increasing hazard rate)та молодіючі (decreasing hazard rate) розподіли. Коефіцієнт готовності системи( System availability).	4



	Розподіл сумарної наработки. Застосування процесів відновлення та накопичення в проблемах надійності, розрахунках прибутків	
16	Процес ризикового резерву страхової компанії( First passage time) . Регенеруючий процес.	2
	<b>Разом</b>	<b>32</b>

**\*Примітка**

**Кількість годин може змінюватись згідно розкладу занять**

### 7. Теми лабораторних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1		2

### 8. Самостійна робота

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Причини поширеної уваги до стохастичних моделей. Основні ймовірнісні школи у світі, в Україні тощо.	15
2	Процеси накопичення. Процес Крамера-Лундберга.	25
3	Регенеруючі процеси. Процеси народження та смерті. Процес із міграцією. Умови ергодичності. Теорема Феллера.	15
4	Мартингали. Експоненційний мартингал.	1
5	Нобелівські премії у галузі економіки та їх зв'язок із математичними моделями.	5
6	Основні та похідні фінансові інструменти. Причини зростання інтересу до ринку опціонів. Поняття про стохастичні диференціальні рівняння. Випадкові процеси у фінансах. Хеджування. Повні фінансові ринки. Volatility smile.	29
7	Виконання розрахункової роботи на тему «Теорія диверсіфікації»	
	<b>Разом</b>	<b>116</b>

## 9. Методи навчання

Проведення аудиторних лекцій, практичних занять, індивідуальні консультації (при необхідності), самостійна робота студентів за матеріалами, опублікованими кафедрою (методичні посібники), проведення олімпіад.

## 10. Індивідуальні завдання

Розрахункова робота «Теорія портфеля»

## 11. Методи контролю

Проведення поточного контролю у вигляді тестів, усної здачі індивідуальних робіт, письмового модульного контролю, фінальний контроль у вигляді семестрового контролю: іспит (проводиться у разі відмови студента від балів поточного тестування та за наявності допуску).

## 12. Критерії оцінювання та розподіл балів, які отримують студенти

12.1. Розподіл балів, які отримують студенти (кількісні критерії оцінювання)

Складові навчальної роботи	Бали за одне заняття (завдання)	Кількість занять (завдань)	Сумарна кількість балів
<b>Змістовний модуль 1-2</b>			
Робота на практичних заняттях	0...2	8	0...16
Самостійна робота	0...1	8	0...8
Модульний контроль	0...24	1	0...25
<b>Змістовний модуль 3-4</b>			
Робота на практичних заняттях	0...2	6	0...12
Самостійна робота	0...1	6	0...6
Модульний контроль	0...25	1	0...25
Виконання та захист розрахункової роботи	0...20	1	0...20
<b>Всього за семестр (*)</b>			<b>0...112</b>

(\*) Якщо кількість модульних балів у студента перевищує 100, то в якості підсумкової оцінки виставляється 100 балів.

Семестровий контроль (іспит) проводиться у разі відмови студента від балів поточного тестування та за наявності допуску до іспиту. При складанні семестрового іспиту студент має можливість отримати максимум 100 балів.

Білет для іспиту складається з двох теоретичних та двох практичних завдань. За кожне теоретичне питання та практичне завдання студент може отримати до 25 балів. Максимальна сума всіх балів – 100.

## 12.2. Якісні критерії оцінювання

Необхідний обсяг знань для одержання позитивної оцінки:

### знати:

- означення та властивості основних класів стохастичних процесів
- постановки задач стохастичних моделей економічних процесів;
- методи знаходження розв'язків задач оптимізації портфеля на основі поняття доходності та ризику,
- місце ймовірнісних методів у фінансовій математиці, теорії масового обслуговування, теорії запасів.
- 

Необхідний обсяг умінь для одержання позитивної оцінки:

### уміти:

- відрізнити процеси за виглядом їх математичної моделі;
- аналізувати якісні характеристики процесів;
- досліджувати правомірність застосування тої або іншої моделі,
  - застосовувати класичні ймовірнісні методи.

## 12.3 Критерії оцінювання роботи студента протягом семестру

**Задовільно (60-74).** Показати мінімум знань та умінь. Захистити всі індивідуальні завдання. Знати якісний зміст основних постановок задач. Знаходити розв'язки простих задач Марковитца. Знати основні методи застосування ланцюгів та процесів Маркова. Відповіді студента розкривають суть питань без достатньої повноти і обґрунтування, або у відповідях є неправильне тлумачення окремих понять та неточність у формулюванні відповідних термінів.

**Добре (75-89).** Твердо знати матеріал, захистити всі індивідуальні завдання. Знати властивості процесу Вінера. Вміти застосовувати рівняння Колмогорова-Чепмена. Розв'язувати задачі Марковитца, Тобіна. Вміти розв'язувати задачі за формулами Кокса-Росса-Рубінштейна та Блека-Шоулза-Мертонна. Вміти розв'язувати рівняння відновлення. У відповідях студента можуть допускатися окремі помилки непринципового характеру, які не впливають на розкриття суті теоретичних питань. Завдання в цілому виконуються без помилок, але в обґрунтуванні розв'язання є певні недоліки.

**Відмінно (90-100).** Здати всі контрольні точки з оцінкою «відмінно». Досконально знати всі теми та уміти застосовувати їх.

Курсову роботу не передбачено навчальним планом.

### **Шкала оцінювання: бальна і традиційна**

Сума балів	Оцінка за традиційною шкалою	
	Іспит, диференційований залік	Залік
90 – 100	Відмінно	Зараховано
75 – 89	Добре	
60 – 74	Задовільно	
0 – 59	Незадовільно	Не зараховано

### **13. Методичне забезпечення**

**Електронний ресурс, на якому розміщено навчально-методичний комплекс дисципліни: Сайт кафедри [k405@d4.khai.edu](mailto:k405@d4.khai.edu)**

**. Комплекс включає в себе такі обов'язкові складові:**

- робоча програма дисципліни;
- конспект лекцій, підручники (навчальні посібники), в тому числі в електронному вигляді, які за змістом повністю відповідають робочій програмі дисципліни;
- методичні вказівки та рекомендації для виконання розрахункових та практичних робіт, а також рекомендації для самостійної підготовки;
- тематики індивідуальних завдань;
- приклади розв'язування типових задач чи виконання типових завдань;
- питання для контрольних заходів;

каталоги інформаційних ресурсів.

### **14. Рекомендована література**

1. Гнеденко Б.В., Беляев Ю.К., Соловьев А.Д. Математические методы в теории надежности. Основные характеристики надежности и их статистический анализ. — М.: Наука, 1965. — 524 с.
2. Вопросы математической теории надежности / Е.Ю. Барзилович, Ю.К. Беляев, В.А. Каштанов и др.; Под ред. Б.В.Гнеденко. — М.: Радио и связь. 1983. — 376 с.
3. Жлуктенко В.І., Наконечний С.І. Савіна С.С. Стохастичні процеси та моделі в економіці, соціології, екології: Навч. посібник. — К.: КНЕУ, 2002. — 226 с.
4. Каштанов В.А. Элементы теории случайных процессов. М.2010 -113 с.

5. М.Леоненко, Ю.С.Мішура, В.М.Пархоменко, М.Й.Ядренко. Теоретико-ймовірнісні та статистичні методи в економетриці та фінансовій математиці. К., 1995,- 373 с.
6. Медведев Г.А. Математические модели финансовых рисков Электронная книга БГУ, Минск, 2003.
7. Ширяев А.Н. Основы стохастической финансовой математики. М. Фазис, 1998. Т.1-512 с.
8. Abdelmoula Dmoudj-Stock Price Modelling: Theory and Practice.-Lecture notes, Vrije Univesity Amsterdam- 2006
9. Gnedenko B., Ushakov I. Probabilistic Reliability Engineering. — New York: Wiley, 1995.
10. Kovalenko I.N., Kuznetsov N.Yu., Pegg Ph.A. Mathematical Theory of Reliability of Time-Dependent Systems with Practical Applications // J. Wiley & Sons, Chichester, 1997. — 303 p.
11. Veretennikov A.-Stochastic Financial Modelling,- Lecture Notes 2009 <http://www1.maths.leeds.ac.uk/~veretenn/>.
12. Rotar, V. I. Actuarial Models: The Mathematics of Insurance [Text] / V. I. Rotar. — Chapman Hall/CRC, 2007. — 633 p.

## 15. Інформаційні ресурси

Сайт кафедри [k405@d4.khai.edu](mailto:k405@d4.khai.edu)

Додаткові : <https://sites.math.washington.edu/~burke/crs/408/fin-proj/mark1.pdf>

<http://www1.maths.leeds.ac.uk/~veretenn/>