

Міністерство освіти і науки України  
Національний аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського  
«Харківський авіаційний інститут»

Кафедра «Вищої математики та системного аналізу» (№ 405)

**ЗАТВЕРДЖУЮ**

Керівник проектної групи

  
(підпис)

О.Г. Ніколаєв  
(ініціали та прізвище)

« 30 » 08 2019 р.

## РОБОЧА ПРОГРАМА ВИБІРКОВОЇ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Елементи нелінійного аналізу

(назва навчальної дисципліни)

Галузь знань: 12 «Інформаційні технології»  
(шифр і найменування галузі знань)

Спеціальність: 124 «Системний аналіз»  
(код та найменування спеціальності)

Освітня програма: Системний аналіз і управління  
(найменування освітньої програми)

**Форма навчання: денна**

**Рівень вищої освіти другий( магістерський)**

**Харків 2019 рік**

Робоча програма «Елементи нелінійного аналізу»

(назва дисципліни)

для студентів спеціальності 124 «Системний аналіз» та освітньої програми «Системний аналіз і управління».

«29» серпня 2019 р., 12 с.

Розробник: Ніколаєв О.Г. завідувач кафедри вищої математики та системного аналізу, д.ф.-м.н., професор

(прізвище та ініціали, посада, науковий ступінь та вчене звання)

  
(підпис)

Робочу програму розглянуто на засіданні кафедри \_\_вищої математики та системного аналізу\_\_

(назва кафедри)

Протокол №  1  від «  29  »  серпня  2019 р.

Завідувач кафедри: д.фіз.-мат.н., професор  
(науковий ступінь та вчене звання)

  
(підпис)

О.Г.Ніколаєв  
(ініціали та прізвище)

## 1. Опис навчальної дисципліни

Найменування показників	Галузь знань, спеціальність, освітня програма, рівень вищої освіти	Характеристика навчальної дисципліни (денна форма навчання)
Кількість кредитів – 6,5	<b>Галузі знань</b> <u>12 «Інформаційні технології»</u> <small>(шифр та найменування)</small>  <b>Спеціальності</b> <u>124 «Системний аналіз»</u> <small>(код та найменування)</small>  <b>Освітні програми</b> <u>Системний аналіз і управління.</u> <small>(найменування)</small>  <b>Рівень вищої освіти:</b> другий (магістерський)	Цикл загальної підготовки
Кількість модулів – 2		<b>Навчальний рік</b>
Кількість змістовних модулів – 3		2019/2020
Індивідуальне завдання _____ <small>(назва)</small>		<b>Семестр</b>
Загальна кількість годин – 64/195		2-й
Кількість тижневих годин для денної форми навчання: аудиторних – 3 години (перша половина семестру), 5 годин (друга половина семестру) самостійної роботи студента – 6,5 годин (перша половина семестру), 10 годин (друга половина семестру)		<b>Лекції</b> <sup>1)</sup>
	40 годин	
	<b>Практичні, семінарські</b> <sup>1)</sup>	
	24 години	
	<b>Лабораторні</b> <sup>1)</sup>	
	_____ годин	
	<b>Самостійна робота</b>	
	131 година	
	<b>Вид контролю</b>	
	модульний контроль, іспит	

Співвідношення кількості годин аудиторних занять до самостійної роботи становить: 64/131

<sup>1)</sup> Аудиторне навантаження може бути зменшене або збільшене на одну годину в залежності від розкладу занять.

## 2. Мета та завдання навчальної дисципліни

**Мета вивчення:** засвоєння основних положень нелінійного аналізу та їх застосування до обчислювальної математики, диференціальних та інтегральних рівнянь, динамічних систем.

**Завдання:** відпрацювання основних понять, теорем, методів та алгоритмів дисципліни, а саме: елементів теорії динамічних систем у фазовому просторі; елементів аналізу нелінійних хвильових рівнянь, елементів нелінійного функціонального аналізу, асимптотичних методів аналізу нелінійних систем.

**Міждисциплінарні зв'язки:** базою для засвоєння нелінійного аналізу є такі дисципліни: «Математичний аналіз», «Алгебра та геометрія», «Диференціальні рівняння», «Функціональний аналіз», «Рівняння математичної фізики», «Варіаційні методи». Використовується як мова сучасної прикладної математики при моделюванні, аналізі, оптимізації, обчисленні параметрів, ідентифікації, керуванні нелінійними системами.

**Результати навчання:** студент повинен

**знати:**

- основні поняття теорії динамічних систем (ДС);
- поняття стійкості стаціонарної точки, фазової траєкторії ДС, слабкої та сильної функції Ляпунова, граничного циклу;
- поняття структурної стійкості ДС, точки біфуркації;
- типи стаціонарних точок динамічних систем; типи граничних циклів, типи точок біфуркації ДС;
- теореми про лінеаризацію, Ляпунова, Пуанкаре-Бендіксона;
- основні поняття теорії гамільтонових систем;
- принцип Гамільтона та формалізм Лагранжа;
- властивості гамільтонових систем;
- поняття канонічних перетворень; циклічних змінних, змінних дія-кут;
- еліптичні функції Якобі та їх властивості;
- рівняння Кортевега-де Фріза та якісний аналіз його стаціонарних розв'язків;
- метод характеристик; інтегрування найпростіших нелінійних хвильових рівнянь;
- поняття дисипативної системи;
- деякі класичні моделі хаотичної динаміки;
- поняття розмірності Хаусдорфа; канторової множини;
- поняття похідної та диференціала Фреше нелінійного оператора;
- формулу Лагранжа для нелінійного оператора;
- принцип стискаючих відображень;
- метод Н'ютона розв'язання нелінійного операторного рівняння;
- поняття асимптотичної послідовності та асимптотичного ряду;
- деякі методи асимптотичного інтегрування диференціальних рівнянь;

**вміти:**

- визначати типи стаціонарних точок динамічних систем;
- досліджувати стійкість стаціонарних точок ДС за допомогою функції Ляпунова;
- визначати типи граничних циклів;
- визначати основні типи точок біфуркації ДС;
- інтегрувати гамільтонові системи в змінних дія-кут;
- інтегрувати найпростіші нелінійні хвильові рівняння методом характеристик;
- знаходити похідні і диференціали Фреше нелінійних операторів;
- знаходити наближені розв'язки нелінійних операторних рівнянь методом стискаючих відображень та оцінювати їх похибку;
- знаходити наближені розв'язки нелінійних операторних рівнянь методом Н'ютона;
- знаходити асимптотичні розв'язки деяких типів нелінійних рівнянь;

**мати навички:**

- аналізу динамічних систем на фазовій площині;
- інтегрування найпростіших нелінійних хвильових рівняння методом характеристик;
- наближеного розв'язання нелінійних операторних рівнянь.

### **3. Програма навчальної дисципліни**

#### **Модуль 1**

##### **Змістовий модуль 1. Елементи теорії динамічних систем в фазовому просторі**

###### **Тема 1. Елементи теорії динамічних систем в фазовому просторі**

Основні поняття теорії динамічних систем (ДС). Приклади динамічних систем. Динамічна система як група перетворень фазового простору. Стаціонарні точки ДС. Класифікація стаціонарних точок лінійної ДС. Фазові портрети простих лінійних систем. Якісно еквівалентні ДС на фазовій площині. Лінеаризація нелінійних систем. Перші інтеграли ДС. Модель математичного маятника. Стійкість стаціонарних точок ДС. Означення стійкості за Ляпуновим та асимптотичної стійкості. Слабка та сильна функції Ляпунова. Теорема Ляпунова. Характеристичні показники Ляпунова, їх властивості. Спектр лінійної диференціальної системи. Теорема про асимптотичну стійкість лінійної однорідної системи. Стійкість періодичних траєкторій. Матриця монодромії. Мультиплікатори. Теорема Флоке. Умова асимптотичної стійкості періодичних розв'язків.

###### **Тема 2. Теорія граничних циклів**

Означення граничного циклу ДС. Приклади. Класифікація граничних циклів ДС. Теорема Пуанкаре-Бендіксона. Умови відсутності у ДС замкнених траєкторій.

###### **Тема 3. Структурна стійкість динамічних систем**

Означення точки та області структурної стійкості, точки біфуркації ДС. Найпростіші одновимірні та двовимірні моделі. Типи точок біфуркацій ДС.

###### **Тема 4. Гамільтонові системи**

Означення гамільтонової системи. Гармонічний осцилятор. Принцип Гамільтона та формалізм Лагранжа. Математичний маятник, як гамільтонова система. Властивості гамільтонових систем. Скобка Пуассона, її властивості. Теорема Пуассона. Канонічні перетворення. Інваріантність скобок Пуассона при канонічних перетвореннях. Циклічні змінні. Змінні дія-кут. Повне інтегрування гамільтонової системи в змінних дія-кут. Еліптичні функції Якобі, їх властивості. Інтегрування нелінійного рівняння маятника в еліптичних функціях.

###### **Тема 5. Елементи хаотичної динаміки**

Дисипативні системи. Аттрактори. Модель Лоренца. Дивні аттрактори. Критерій динамічного хаосу. Фрактальні структури. Вимірність Хаусдорфа. Множина Кантора.

##### **Змістовий модуль 2. Елементи аналізу нелінійних хвильових рівнянь**

###### **Тема 6. Рівняння Кортевега-де Фріза**

Рівняння Кортевега-де Фріза. Пошук стаціонарного розв'язку. Побудова солітонного розв'язку через еліптичні функції. Якісний аналіз фазового портрету динамічної системи для знаходження стаціонарних розв'язків рівняння Кортевега-де Фріза.

## **Тема 7. Найпростіші нелінійні хвильові рівняння**

Лінійне хвильове рівняння. Метод характеристик. Застосування методу характеристик до найпростішого нелінійного рівняння. Геометрична інтерпретація розв'язків. Перекидання хвиль.

### **Модульний контроль**

## **Модуль 2**

### **Змістовий модуль 3. Елементи нелінійного функціонального аналізу**

#### **Тема 8. Вступ до нелінійних операторів**

Означення нелінійного оператора. Похідна і диференціал Фреше нелінійного оператора. Приклади. Композиція нелінійних операторів та їх похідна. Формула Лагранжа та її наслідки.

#### **Тема 9. Неявні оператори**

Означення неявного оператора. Теорема про існування неявного оператора. Теорема про умови диференціювання неявного оператора. Регулярні точки, точки розгалуження і точки біфуркації нелінійних операторних рівнянь.

#### **Тема 10. Нерухомі точки нелінійних операторів**

Означення нерухомої точки нелінійного оператора. Теорема Брауера. Теорема Шаудера. Застосування до розв'язання крайової задачі для нелінійного диференціального рівняння другого порядку. Многозначні відображення та їх нерухомі точки. Теорема Какутані про нерухому точку многозначного відображення та її застосування.

#### **Тема 11. Деякі методи наближеного розв'язання нелінійних операторних рівнянь**

Принцип стискаючих відображень і його застосування. Метод Н'ютона розв'язання нелінійного операторного рівняння. Застосування до розв'язання нелінійної крайової задачі для звичайного диференціального рівняння.

### **Змістовий модуль 4. Методи аналізу нелінійних систем**

#### **Тема 12. Асимптотичні розв'язки нелінійних диференціальних рівнянь**

Означення асимптотичної послідовності та асимптотичного ряду. Приклади. Рівняння Дюфінга. Метод прямого асимптотичного розкладу нелінійного диференціального рівняння. Вікові члени. Метод Пуанкаре побудови рівномірного асимптотичного розкладу розв'язку нелінійного диференціального рівняння.

### **Модульний контроль**

#### 4. Структура навчальної дисципліни

Назви змістовних модулів і тем	Кількість годин				
	Усього	У тому числі			
		л	п	лаб.	с. р.
1	2	3	4	5	6
<b>Модуль 1</b>					
<b>Змістовний модуль 1. Елементи теорії динамічних систем в фазовому просторі</b>					
<b>Тема 1.</b> Елементи теорії динамічних систем в фазовому просторі	50	10	8		32
<b>Тема 2.</b> Теорія граничних циклів	10	2	2		6
<b>Тема 3.</b> Структурна стійкість ДС	20	4	2		14
<b>Тема 4.</b> Гамільтонові системи	28	6	2		20
<b>Тема 5.</b> Елементи хаотичної динаміки	8	2	-		6
Разом за змістовним модулем 1	116	24	14		78
<b>Змістовний модуль 2. Елементи аналізу нелінійних хвильових рівнянь</b>					
<b>Тема 6.</b> Рівняння Кортевега-де Фріза	8	2	-		6
<b>Тема 7.</b> Найпростіші нелінійні хвильові рівняння	9	2	-		7
<b>Модульний контроль</b>	2		2		
Разом за змістовним модулем 2	19	4	2		13
<b>Модуль 2</b>					
<b>Змістовний модуль 3. Елементи нелінійного функціонального аналізу</b>					
<b>Тема 8.</b> Вступ до теорії нелінійних операторів	12	2	2		8
<b>Тема 9.</b> Неявні оператори	8	2	-		6
<b>Тема 10.</b> Нерухомі точки нелінійних операторів	12	4	-		8
<b>Тема 11.</b> Деякі методи наближеного розв'язання нелінійних операторних рівнянь	16	2	2		12
Разом за змістовним модулем 3	48	10	4		34
<b>Змістовний модуль 4. Методи аналізу нелінійних систем</b>					
<b>Тема 12.</b> Асимптотичні розв'язки нелінійних диференціальних рівнянь	10	2	2	-	6
<b>Модульний контроль</b>	2		2		
Разом за змістовним модулем 4	12	2	4		6
<b>Усього годин</b>	<b>195</b>	<b>40</b>	<b>24</b>		<b>131</b>

#### 5. Теми семінарських занять

#### 6. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Класифікація стаціонарних точок лінійних динамічних систем	2
2	Лінеаризація нелінійних рівнянь	2



3	Перші інтеграли диференціальних систем	2
4	Стійкість стаціонарних точок. Метод Ляпунова.	2
5	Граничні цикли динамічних систем	2
6	Структурна стійкість динамічних систем	2
7	Гамільтонові системи	2
8	Модульний контроль	2
9	Похідна і диференціал Фреше нелінійного оператора.	2
10	Наближені методи розв'язання нелінійних операторних рівнянь	2
11	Асимптотичні розв'язки нелінійних диференціальних рівнянь	2
12	Модульний контроль	2
	<b>Разом</b>	24

**Примітка:** Якщо згідно з розкладом навчального процесу додатковий час практичних занять припадає на сесійний тиждень, то відповідне практичне заняття не проводиться

## 7. Теми лабораторних занять

### 8. Самостійна робота

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	2	3
1	Тема 1. Елементи теорії динамічних систем в фазовому просторі. Основні поняття теорії динамічних систем (ДС). Приклади динамічних систем. Динамічна система як група перетворень фазового простору. Стаціонарні точки ДС. Класифікація стаціонарних точок лінійної ДС. Фазові портрети простих лінійних систем. Якісно еквівалентні ДС на фазовій площині. Лінеаризація нелінійних систем. Перші інтеграли ДС. Модель математичного маятника. Стійкість стаціонарних точок ДС. Означення стійкості за Ляпуновим та асимптотичної стійкості. Слабка та сильна функції Ляпунова. Теорема Ляпунова. Характеристичні показники Ляпунова, їх властивості. Спектр лінійної диференціальної системи. Теорема про асимптотичну стійкість лінійної однорідної системи. Стійкість періодичних траєкторій. Матриця монодромії. Мультиплікатори. Теорема Флоке. Умова асимптотичної стійкості періодичних розв'язків. [1,2,5,9,15,17,19,20]	32
2	Тема 2. Теорія граничних циклів. Означення граничного циклу ДС. Приклади. Класифікація граничних циклів ДС. Теорема Пуанкаре-Бендіксона. Умови відсутності у ДС замкнених траєкторій. [1,2, 9,15, 19]	6
3	Тема 3. Структурна стійкість динамічних систем. Означення точки та області структурної стійкості, точки біфуркації ДС. Найпростіші одновимірні та двовимірні моделі. Типи точок біфуркацій ДС. [1,2,9,14,18,20]	14
4	Тема 4. Гамільтонові системи. Означення гамільтонової системи. Гармонічний осцилятор.	20

	<p>Принцип Гамільтона та формалізм Лагранжа. Математичний маятник, як гамільтонова система. Властивості гамільтонових систем. Скобка Пуассона, її властивості. Теорема Пуассона. Канонічні перетворення. Інваріантність скобок Пуассона при канонічних перетвореннях. Циклічні змінні. Змінні дія-кут. Повне інтегрування гамільтонової системи в змінних дія-кут. Еліптичні функції Якобі, їх властивості. Інтегрування нелінійного рівняння маятника в еліптичних функціях. [1,2,5,9,14,16]</p>	
5	<p>Тема 5. Елементи хаотичної динаміки. Дисипативні системи. Аттрактори. Модель Лоренца. Дивні аттрактори. Критерій динамічного хаосу. Фрактальні структури. Вимірність Хаусдорфа. Множина Кантора. [1,2,4,5,6,9,14,17]</p>	6
6	<p>Тема 6. Рівняння Кортвега-де Фріза Рівняння Кортвега-де Фріза. Пошук стаціонарного розв'язку. Побудова солітонного розв'язку через еліптичні функції. Якісний аналіз фазового портрету динамічної системи для знаходження стаціонарних розв'язків рівняння Кортвега-де Фріза. [1,5,6,9,14]</p>	6
7	<p>Тема 7. Найпростіші нелінійні хвильові рівняння Лінійне хвильове рівняння. Метод характеристик. Застосування методу характеристик до найпростішого нелінійного рівняння. Геометрична інтерпретація розв'язків. Перекидання хвиль. [1,5,6,9,12,14]</p>	7
8	<p>Тема 8. Вступ до нелінійних операторів Означення нелінійного оператора. Похідна і диференціал Фреше нелінійного оператора. Приклади. Композиція нелінійних операторів та їх похідна. Формула Лагранжа та її наслідки. [1,10,11,13]</p>	8
9	<p>Тема 9. Неявні оператори Означення неявного оператора. Теорема про існування неявного оператора. Теорема про умови диференціювання неявного оператора. Регулярні точки, точки розгалуження і точки біфуркації нелінійних операторних рівнянь. [8,10,11,13]</p>	6
10	<p>Тема 10. Нерухомі точки нелінійних операторів Означення нерухомої точки нелінійного оператора. Теорема Брауера. Теорема Шаудера. Застосування до розв'язання крайової задачі для нелінійного диференціального рівняння другого порядку. Многозначні відображення та їх нерухомі точки. Теорема Какутані про нерухому точку многозначного відображення та її застосування. [8,10,11,12]</p>	8
11	<p>Тема 11. Деякі методи наближеного розв'язання нелінійних операторних рівнянь Принцип стискаючих відображень і його застосування. Метод Н'ютона розв'язання нелінійного операторного рівняння. Застосування до розв'язання нелінійної крайової</p>	12

	задачі для звичайного диференціального рівняння. [1,10,11]	
12	Тема 12. Асимптотичні розв'язки нелінійних диференціальних рівнянь Означення асимптотичної послідовності та асимптотичного ряду. Приклади. Рівняння Дюфінга. Метод прямого асимптотичного розкладу нелінійного диференціального рівняння. Вікові члени. Метод Пуанкаре побудови рівномірного асимптотичного розкладу розв'язку нелінійного диференціального рівняння. [1,7]	6
	<b>Разом</b>	131

### 9. Індивідуальні завдання

№ з/п	Назва теми
1	Виконання розрахункової роботи на тему «Класифікація стаціонарних точок лінійних динамічних систем. Лінеаризація нелінійних рівнянь. Перші інтеграли диференціальних систем. Стійкість стаціонарних точок. Метод Ляпунова. Граничні цикли динамічних систем. Структурна стійкість динамічних систем, точки біфуркації.»

### 10. Методи навчання

Проведення аудиторних лекцій, практичних занять, індивідуальні консультації, самостійна робота студентів за матеріалами, опублікованими кафедрою

### 11. Методи контролю

Проведення поточного контролю, письмового модульного контролю, фінальний контроль у вигляді іспиту.

### 12. Критерії оцінювання та розподіл балів, які отримують студенти

12.1. Розподіл балів, які отримують студенти (кількісні критерії оцінювання)

Складові навчальної роботи	Бали за одне заняття (завдання)	Кількість занять (завдань)	Сумарна кількість балів
<b>Змістовний модуль 1</b>			
Робота на лекціях	0...0,5	12	0...6
Робота на практичних заняттях	0...2,5	7	0...17,5
Самостійна робота	0...1	6	0...6
Виконання та захист розрахункової роботи	0...20	1	0...20
<b>Змістовний модуль 2</b>			
Робота на лекціях	0...0,5	2	0...1
Робота на практичних заняттях	0...2,5	-	-
Самостійна робота	0...1	-	-
Модульний контроль	0...28	1	0...28

<b>Змістовний модуль 3</b>			
Робота на лекціях	0...0,5	5	0...2,5
Робота на практичних заняттях	0...2,5	2	0...5
Самостійна робота	0...1	2	0...2
<b>Змістовний модуль 4</b>			
Робота на лекціях	0...0,5	1	0...0,5
Робота на практичних заняттях	0...2,5	1	0...2,5
Самостійна робота	0...1	1	0...1
Модульний контроль	0...28	1	0...28
<b>Всього за семестр(*)</b>			<b>0...120</b>

(\*) Якщо кількість модульних балів у студента перевищує 100, то в якості підсумкової оцінки виставляється 100 балів.

Семестровий контроль (іспит) проводиться у разі відмови студента від балів поточного тестування та за наявності допуску до іспиту. При складанні семестрового іспиту студент має можливість отримати максимум 100 балів.

Білет для іспиту/заліку складається з чотирьох питань (двох теоретичних і двох практичних). За кожне питання студент може одержати максимальну суму балів - 25.

## 12.2. Якісні критерії оцінювання

Необхідний обсяг знань для одержання позитивної оцінки:

**Задовільно (60-74).** Оцінка ставиться, якщо студент знає загальні поняття теорії динамічних систем і нелінійних операторних рівнянь, уміє знайти тип стаціонарної точки лінійної системи, дослідити стаціонарні точки ДС за допомогою функції Ляпунова, знає класифікацію граничних циклів ДС і може дослідити їх тип, може навести приклади точок біфуркації ДС і дослідити деякі їх типи, має уявлення про методи дослідження нелінійних операторних рівнянь і може перевірити стисливість нелінійного оператора.

**Добре (75-89).** Оцінка ставиться, якщо студент, крім зазначеного вище, вільно володіє логіко-понятійним апаратом курсу, може обґрунтувати основні його положення (теореми Ляпунова, Ліувілля, Флоке, Брауера, Шаудера), знає властивості гамільтонових систем і може про інтегрувати їх певні типи, може провести якісний аналіз ДС, знає методи аналізу нелінійних операторних рівнянь.

**Відмінно (90-100).** Оцінка ставиться, якщо студент, має стійкі системні знання з дисципліни, уміє їх обґрунтовувати, узагальнювати та продуктивно їх використовує на творчому рівні. Задачі білету розв'язані та мають пояснення до кожного етапу розв'язання. Студент вільно володіє понятійним апаратом, уміє логічно мислити, аналізувати нестандартні ситуації. Має глибокі знання з теорії динамічних систем, нелінійних операторних рівнянь та методів їх наближеного розв'язання.

### 12.3 Критерії оцінювання роботи студента протягом семестру

Протягом семестру студент отримує бали за накопичувальною системою згідно з таблицею наведеною в п. 12.1. Дано деякі пояснення до таблиці.

Робота на лекції – активна форма засвоєння матеріалу курсу: 0,5 бала ставиться за продумані питання, які студент задає лектору, участь в обговоренні предмета лекції, відповіді на питання, які по ходу лекції задає викладач. Активність студента може заохочуватися додатковими коефіцієнтами, які множаться на 0,5 бала.

Робота на практичному занятті оцінюється так: 1,5 бала за захист виконаного домашнього завдання, 2 бали за самостійно розв'язану задачу або 1 бал за розв'язану задачу за допомогою викладача, 2 бали за обґрунтовану відповідь на теоретичне питання з доведенням основних положень біля дошки.

Самостійна робота – 1 бал ставиться студенту за виконання домашнього завдання разом з його захистом в поза аудиторний час.

Індивідуальне завдання включає виконання та захист розрахункової роботи, яка складається з 5 задач за темами, означеними в назві роботи. За кожну задачу можна одержати максимально 4 бали.

Модульний контроль проводиться два рази на семестр на 12 і 16 тижнях на практичних заняттях. Білет для модульного контролю включає 4 питання (два теоретичних і два практичних). За відповідь на одне питання студент може отримати максимально 7 балів. Критерії оцінювання у відсотковому відношенні відповідають якісним критеріям з п. 12.2.

#### **Шкала оцінювання: бальна і традиційна**

Сума балів	Оцінка за традиційною шкалою	
	Іспит, диференційований залік	Залік
90 – 100	Відмінно	Зараховано
75 – 89	Добре	
60 – 74	Задовільно	
0 – 59	Незадовільно	Не зараховано

### 13. Методичне забезпечення

#### **Конспекти лекцій та підручники:**

1. Ніколаєв О.Г., Зайденварг О.Л., Танчик Є.А. Елементи нелінійного аналізу. Навчальний посібник. – Харків: ХАІ, 2015.

### 14. Рекомендована література

#### **Базова**

2. Биркгоф Дж. Динамические системы. – Ижевск: Удмуртский ун-т, 1999.
3. Занг В.-Б. Синергетическая экономика. Время и перемены в нелинейной экономической теории. – М.: Мир, 1999. – 335 с

4. Заславский Г.М., Сагдеев Р.З. Введение в нелинейную физику: от маятника до турбулентности и хаоса. – М.: Наука, 1989.
5. Лоскутов А.Ю., Михайлов А.С. Основы теории сложных систем. – М.-Ижевск: Инт-т компьют. исслед., 2007.
6. Найфе А. Введение в методы возмущений. – М.: Мир, 1984. – 535 с.
7. Ниренберг Л. Лекции по нелинейному функциональному анализу. – М.: Мир, 1977.
8. Табор М. Хаос и интегрируемость в нелинейной динамике. – М.: Эдиториал УРСС, 2001.
9. Треногин В.А. Функциональный анализ. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002.
10. Треногин В.А., Писаревский Б.М., Соболева Т.С. Задачи и упражнения по функциональному анализу. – М.: Наука, 1984.
11. Уизем Дж. Линейные и нелинейные волны. – М.: Мир, 1977.
12. Чуличков А.И. Математические модели нелинейной динамики. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2000.
13. Эрроусмит Д., Плейс К. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Качественная теория с приложениями. – М.: Мир, 1986.
14. Broer H. Bifurcation in Hamiltonian Systems. – Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2003.
15. Hirsh M., Smale S., Devaney R. Differential equations, dynamical systems, and an introduction to chaos. – Oxford: Elsevier Inc, 2013.
16. Ma T., Wang S. Bifurcation theory and applications. – Singapore: World Scientific Publishing, 2005.
17. Perko L. Differential Equations and Dynamical Systems. – New York: Springer-Verlag, 2001.
18. Seydel R. Practical Bifurcation and Stability Analysis. – New York: Springer, 2010.

### **Допоміжна**

1. Шустер Г. Детерминированный хаос: Введение. – М.: Мир, 1988.
2. Wiggins S. Introduction to Applied Nonlinear Dynamical Systems and Chaos. – New York: Springer-Verlag, 1996.

### **15. Інформаційні ресурси**

1. Сайт кафедри [k405@d4.khai.edu](mailto:k405@d4.khai.edu)