

ВІДГУК
офіційного опонента, докторки фізико-математичних наук,
професорки Кагадій Тетяни Станіславівни
на дисертаційну роботу Скіцка Марії Вікторівни
на тему «Деякі задачі теорії термопружності для багатозв'язних
тіл», поданої на здобуття наукового ступеня доктора філософії
в галузі знань 11 Математика і статистика
за спеціальністю 113 Прикладна математика.

Актуальність теми дисертації.

Актуальність дисертаційної роботи обумовлена нагальною потребою у вдосконаленні математичних методів дослідження складних термопружних процесів у кусково-однорідних тілах, що мають включення, пори, порожнини або внутрішні джерела тепла. У сучасній механіці деформівного твердого тіла дедалі частіше постають задачі, які неможливо ефективно дослідити без створення нових або модифікації існуючих аналітичних або чисельно-аналітичних методів розв'язання крайових задач.

Особливої актуальності набувають математичні розробки, спрямовані на моделювання термопружного стану в областях з ускладненою геометрією, де роль концентраторів напружень грають різної форми порожнини, включення, тріщини, жорсткі ядра, міжфазні границі, області з локалізованим тепловиділенням. Типові інженерні об'єкти, зокрема композити, функціональні градієнтні матеріали, пористі структури, багат шарові елементи з різнорідними вставками, потребують саме таких математичних моделей, які дозволяють з високою точністю враховувати як механічну, так і термічну неоднорідність.

Дисертаційне дослідження присвячене подальшому розвитку апарата узагальненого метода Фур'є на певні класи задач термопружності для багатозв'язних тіл і застосуванню його для визначення температурних і термопружних полів з осьовою симетрією у тілах, обмежених сферичними поверхнями. Розроблені в роботі методи і чисельно-аналітичні моделі мають універсальний характер і можуть бути застосовані до широкого класу прикладних задач, включаючи задачі оптимального керування температурними полями, локального моделювання напружено-деформованого стану пористих і композитних матеріалів, розрахунків ефективних характеристик матеріалів.

Таким чином, актуальність дисертаційної роботи визначається, передусім, її науковим математичним рівнем, глибиною теоретичного аналізу, розвитком методу дослідження та перспективами його використання для точного аналітичного моделювання термомеханічних процесів у складних тілах. Розв'язання означених у роботі задач не тільки відповідає сучасним науковим трендам, а й сприяє розвитку математичного апарату для опису термопружних явищ у неоднорідних багатозв'язних тілах, що робить представлене дослідження актуальним, своєчасним і цінним з наукової точки зору.

Оцінка обґрунтованості наукових результатів дисертації, їх достовірності та новизни.

Наукові результати, отримані в дисертаційній роботі, є обґрунтованими, логічно послідовними та належно аргументованими. У роботі побудовано нові векторні вісесиметричні розв'язки рівнянь Ламе і Дюамеля – Неймана для внутрішності і зовнішності кулі, строго доведено їх базисність. В усіх розглянутих задачах наведено аналіз розв'язувальних систем і доведено фредгольмовість їх операторів. Останнє дає можливість коректно чисельно розв'язати їх методом редукції. Крім теоретичної збіжності методу редукції в роботі також досліджується його практична збіжність в залежності від геометричних параметрів розглянутих задач.

Достовірність результатів підтверджується строгістю математичних викладок, коректністю постановки задач, а також узгодженістю аналітичних результатів із результатами чисельного моделювання. Проведено порівняння отриманих розв'язків з відомими результатами для однозв'язних тіл.

Наукова новизна:

- Розвинуто апарат узагальненого метод Фур'є на вісесиметричні задач стаціонарної термопружності для тіл з кількома сферичними включеннями, порожнинами та неоднорідностями.
- Запропоновано нові базисні розв'язки рівняння Ламе і Дюамеля – Неймана, адаптовані до вісесиметричних тіл, обмежених сферичними поверхнями, із внутрішніми неоднорідностями. Доведено нові теореми додавання цих розв'язків у сферичних системах координат, початки яких зсунуті вздовж осі симетрії.
- Вперше строго розв'язано задачу про пружну кулю зі сферичним включенням з матеріалу, іншого від матеріалу кулі.
- Вперше поставлено задачу про оптимальне керування температурним полем напруженого стану в багатозв'язному тілі та

запропоновано метод її розв'язання. в межах узагальненого методу Фур'є запропоновано підхід до оптимального керування температурним полем, що базується на варіаційному підході з урахуванням конструктивної неоднорідності.

- Розроблено параметричний метод розв'язання нескінченних систем лінійних алгебраїчних рівнянь.
- Побудовано нові точні моделі локального термопружного стану в околі порожнин і включень сферичної форми за відсутністю і при наявності у тілі розподілених джерел тепла.

Усі отримані результати є новими, що підтверджується відповідними публікаціями у фахових виданнях, у тому числі в журналі, що індексуються в Scopus, а також апробацією результатів на міжнародних конференціях.

Оцінка змісту дисертації, її завершеність та дотримання принципів академічної доброчесності.

За своїм змістом дисертаційна робота здобувачки Скіцка Марії Вікторівни відповідає освітньо-науковій програмі «Прикладна математика», про що свідчать публікації за матеріалами дисертаційної роботи, висновок про наукову новизну, теоретичне та практичне значення результатів дисертації, наданий кафедрою вищої математики та системного аналізу Національного аерокосмічного університету ім. М. Є. Жуковського "Харківський авіаційний інститут".

Дисертаційна робота є завершеним комплексним дослідженням, що охоплює постановку, аналітичне розв'язання та чисельне моделювання широкого класу вісесиметричних задач стаціонарної термопружності багатозв'язних тіл з внутрішніми включеннями, порожнинами, а також задач оптимального керування температурним полем. Робота свідчить про високий рівень теоретичної та практичної підготовки здобувачки та про її здатність самостійно проводити наукові дослідження з прикладної математики, математичної фізики та механіки деформованого твердого тіла.

Порушень принципів академічної доброчесності в дисертації та у публікаціях, в яких відображено основні наукові результати роботи, не виявлено. Усі запозичення супроводжуються відповідними бібліографічними посиланнями, а використані літературні джерела коректно оформлені. Основні результати, винесені на захист, здобуті авторкою особисто та опубліковані у рецензованих наукових виданнях.

Мова та стиль викладення результатів.

Дисертаційна робота написана українською мовою, логічно структурована та грамотно викладена. Основний текст підготовлено технічно коректною мовою з використанням сучасної професійної термінології у сфері прикладної математики, математичної фізики та термопружності. Виклад матеріалу супроводжується необхідними ілюстраціями: графіками, таблицями та рисунками, що значною мірою сприяють розумінню суті проведених досліджень і підтверджують отримані результати.

Дисертація складається зі вступу, шести розділів основного змісту, загальних висновків та списку використаних джерел.

У *вступі* авторка обґрунтовує актуальність теми, підкреслюючи важливість розвитку методів термопружності для складених тіл із сферичними неоднорідностями. Зазначено мету дослідження, основні задачі роботи, наукову новизну та практичну цінність результатів. Наведено інформацію про апробацію результатів на міжнародних наукових конференціях.

У *першому розділі* представлено огляд літератури з аналітичного та чисельного розв'язання задач термопружності багатозв'язних тіл з порожнинами, включеннями, контактними поверхнями та неоднорідностями. Особливу увагу приділено методам інтегральних перетворень, функціям Буссінеска, потенціальним функціям, формалізму Штроха, методу Ешелбі та узагальненому методу Фур'є. Визначено основні напрямки дослідження та обґрунтовано вибір методології.

У *другому розділі* розвинено апарат узагальненого методу Фур'є для аналітичного розв'язання вісесиметричних задач стаціонарної термопружності тіл з порожнинами та сферичними включеннями. Побудовано векторні розв'язки рівнянь Ламе і Дюамеля – Неймана. Доведено їх базисність, знайдено їх подання, а також відповідних векторів напружень, у координатній формі. Отримано теореми додавання цих розв'язків у сферичних системах координат, початки яких зсунуті вздовж осі симетрії.

У *третьому розділі* представлено локальну стаціонарну модель термонапруженого стану пористого матеріалу з двома сферичними порожнинами. Модель розроблена з використанням узагальненого методу Фур'є. Наведено чисельний і параметричний аналізи напружень, їх графіки, які показують взаємний вплив концентраторів на характер розподілу напружень.

Четвертий розділ присвячено розв'язанню вісесиметричної крайової задачі теорії пружності для кулі з концентричним сферичним включенням. Задачу розв'язано методом Фур'є. Доводиться оцінка визначника розв'язувальної системи і теорема про існування розв'язку задачі в певному

класі функцій. Чисельні результати отримано для різних типів матеріалів кулі та включення.

У *п'ятому розділі* запропоновано метод розв'язання термопружних задач для простору з двома сферичними включеннями, що виділяють тепло. Задача розв'язана за відсутності обмежень на термічний стан включень. Оцінено практичну збіжність методу при його чисельній реалізації.

Шостий розділ присвячено розробці методу оптимального керування напружено-деформованого стану багатозв'язного тіла за допомогою стаціонарного температурного поля. Розглянуто задачу про мінімізацію середнього нормального навантаження на поверхні сферичного включення шляхом визначення температури на поверхні порожнини у нескінченному тілі. Узагальненим методом Фур'є задачу зведено до задачі оптимального керування, в якій стан об'єкту визначається нескінченною системою лінійних алгебраїчних рівнянь. Запропоновано метод розв'язання останньої задачі та доведення її до чисельних результатів. Наведено чисельний експеримент, який продемонстрував стійкість отриманих результатів.

Загальні висновки роботи підсумовують теоретичні результати роботи, окреслюють їх практичне застосування. Показано переваги цих моделей порівняно з суто чисельними моделями.

Дисертація є важливим внеском у розвиток теорії термопружності та оптимального керування, що підтверджується як теоретичною новизною, так і значущими практичними результатами. Всі розділи роботи є логічно структурованими, методи обґрунтовані математично та підтверджені числовими розрахунками.

Дисертаційна робота оформлена відповідно до вимог наказу МОН України від 12 січня 2017 року № 40 «Про затвердження вимог до оформлення дисертації».

Оприлюднення результатів дисертаційної роботи.

Наукові результати дисертації Скіцка Марії Вікторівни висвітлені у 5 наукових публікаціях, серед яких: 1 стаття у фаховому науковому виданні України (категорія А), що індексується у базах даних Scopus та інших міжнародних наукових платформах, 2 статті у фахових наукових виданнях України (категорія Б), що також індексуються у міжнародних наукових базах даних, а також 2 тези доповідей на міжнародних конференціях.

Публікації Скіцка М.В. відрізняються високим науковим рівнем, пройшли рецензування та перевірку на унікальність згідно з вимогами видавництв. Особистий внесок здобувачки у підготовку та написання цих

публікацій є вагомим. Публікації охоплюють основні результати дисертаційного дослідження, що стосуються методів термопружності, оптимального керування температурним полем, а також чисельних та аналітичних моделей, розроблених в рамках дисертаційної роботи.

Таким чином, наукові результати, викладені в дисертації, в основному висвітлені у наукових публікаціях здобувачки.

Недоліки та зауваження до дисертаційної роботи.

1. У п. 5.3 повторно будується базисні термічні переміщення, що вже були побудовані в розділі 2.
2. В теоремі 5.1 сказано про «наступний» новий результат, але його не наведено.
3. Теорему 6.3 сформульовано, але не доведено.
4. У першому розділі є певна кількість друкарських та стилістичних помилок. Так, на стор. 20 при описанні джерел [1–3] дається не зовсім коректне визначення предмету або об'єкту, що вивчає теорія пружності. На стор. 21 при описанні робіт [7–11] два рази говориться про чутливість методу до похибок обчислення. В деяких реченнях немає узгодження слів. При описанні джерела [41] замість R-функцій записано r-функції, при описанні джерела [62] записано метод кінцевих різниць замість методу скінченних різниць і т. п.

Варто підкреслити, що зазначені зауваження мають несуттєвий характер і не зменшують цінності дисертаційної роботи, що відзначається високим рівнем наукової новизни, строгістю математичного апарату та практичною цінністю отриманих результатів.

Висновок про дисертаційну роботу.

Дисертаційна робота Скіцка Марії Вікторівни на тему «Деякі задачі теорії термопружності для багатозв'язних тіл» виконана на високому науковому рівні, є завершеним науковим дослідженням, що охоплює актуальні задачі теорії термопружності та вносить вагомий теоретичний внесок у прикладну математику, результати дисертації є новими, мають важливе практичне значення, строго обґрунтовані та підтверджені широким комп'ютерним експериментом.

Таким чином, дисертаційна робота «Деякі задачі теорії термопружності для багатозв'язних тіл» відповідає вимогам, визначеним для дисертацій на здобуття наукового ступеня доктора філософії, а її авторка, Скіцка Марія

Вікторівна, заслуговує на присудження наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 113 Прикладна математика.

Офіційний опонент:

Докторка фізико-математичних наук, професорка,
професорка кафедри прикладної математики
Національного технічного університету
«Дніпровська політехніка»

Тетяна КАГАДІЙ