

Міністерство освіти і науки України
Національний аерокосмічний університет
ім. М. Є. Жуковського «Харківський авіаційний інститут»

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

Церне Едуард Олексійович

УДК 621.396.96

ДИСЕРТАЦІЯ

**АПЕРТУРНИЙ СИНТЕЗ ЗОБРАЖЕНЬ
З ВИКОРИСТАННЯМ ШИРОКОСМУГОВИХ СИГНАЛІВ**

Спеціальність 172 Телекомунікації та радіотехніка
Галузь знань 17 Електроніка та телекомунікації

Подається на здобуття наукового ступеня доктора філософії

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело


_____ Едуард ЦЕРНЕ
(підпис)

Науковий керівник
Волосяк Валерій Костянтинович, доктор технічних наук, професор

Харків – 2024

АНОТАЦІЯ

Церне Едуард Олексійович. Апертурний синтез зображень з використанням широкосмугових сигналів. - Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора філософії з галузі знань 17 Електроніка та телекомунікації за спеціальністю 172 Телекомунікації та радіотехніка. – Національний аерокосмічний університет ім. М.Є. Жуковського «Харківський авіаційний інститут», Харків, 2024.

Дисертаційне дослідження спрямоване на розроблення та дослідженню методів обробки сигналів у системах активного апертурного синтезу радіозображень з широкосмуговими та надширокосмуговими стохастичними зондуючими сигналами. Вказані системи пропонується використовувати у якості доповнення до класичних бортових радарів з синтезуванням апертури антени для формування суцільного радіозображення у широкому діапазоні кутів без мертвої зони в області надиру аерокосмічного носія і кутах, близьких до нього. Таким чином, мета дослідження – збільшити зону огляду класичних радарів з синтезуванням апертури антени за рахунок їх доповнення системами активного апертурного синтезу з новими методами оброблення стохастичних широкосмугових та надширокосмугових зондуючих сигналів.

Об'єктом дослідження є апертурний синтез зображень на основі використання та обробки стохастичних сигналів.

Предметом дослідження є методи, алгоритми, структурні схеми, програмно-алгоритмічні та схемотехнічні рішення обробки радіосигналів у системах активного апертурного синтезу з широкосмуговими та надширокосмуговими стохастичними зондуючими сигналами.

Необхідність проведення дослідження обумовлена тим, що сучасні радарні системи з синтезуванням апертури антени, які є найпоширенішими при вирішенні задач дистанційного зондування Землі у радіодіапазоні, не можуть забезпечити високу роздільну здатність формованих радіозображень у кутових напрямках $\pm 15^\circ$

від надиру аерокосмічного носія. Це призводить до зниження загальної ефективності зондування заданої області, оскільки вимагає додаткових прольотів аерокосмічного носія для формування повного радіозображення. Можливим варіантом вирішення проблеми є доповнення існуючих радарів з синтезуванням апертури антени додатковими системами, здатними формувати радіозображення у кутових напрямках $\pm 15^\circ$, що дозволить отримувати радіозображення зондованої поверхні без розривів, пов'язаних з особливостями радарів з синтезуванням апертури антени. У якості додаткового радару можна використати системи апертурного синтезу, які є поширеними у радіоастрономії. Проте у нас час такі системи є вузькосмуговими, тому формування ними радіозображень з високою роздільною здатністю вимагає залучення антенних решіток з великими базами між елементами, що не дозволяє зробити систему бортовою. Даний недолік пропонується вирішити переходом до обробки широкосмугових сигналів, що дозволить зменшити розмір антенної решітки при незмінній роздільній здатності формованих радіозображень. Водночас методи та алгоритми оброблення широкосмугових сигналів у системах апертурного наразі є мало дослідженими. Тому для досягнення мети дисертаційного дослідження було вирішено низку завдань.

Перш за все, у роботі розроблено математичні моделі відбитих від зондованої поверхні широкосмугових полів і пов'язаних з ними когерентних і некогерентних зображень. Отримані моделі ґрунтуються на використанні V_F -перетворень, а їх особливістю є відсутність необхідності виконання умови квазімонохроматичного наближення, яка створювала математичні складнощі під час розв'язання задач активного апертурного синтезу зображень при використанні широко- та надширокосмугових стохастичних зондуючих сигналів. Водночас запропоновано евристичні алгоритми формування радіозображень у системах активного апертурного синтезу.

Окрім евристичних, за критерієм максимуму функціоналу правдоподібності синтезовано оптимальний алгоритм формування радіозображень у системах

активного апертурного синтезу, особливістю математичного представлення якого є операція декореляції спостережень. Дана операція дозволяє розширити робочий діапазон частот та підвищити якість формованих системою радіозображень. Також на основі синтезованої математичної моделі оптимального алгоритму запропонована структурна схема радіосистеми активного апертурного синтезу радіозображень та визначено особливості її реалізації.

Перевірка отриманих алгоритмів формування радіозображень виконана шляхом імітаційного моделювання. У результаті продемонстровано їх загальну працездатність, а також ефективність операції декореляції спостережень задля підвищення якості отриманих зображень. Водночас показано, що операція декореляції є ефективною лише у випадку, коли функція невизначеності радіосистеми оцінена з малою похибкою, а збільшення цієї похибки призводить до значного спотворення формованих радіозображень та загальної недоцільності використання декорелюючого фільтру.

Додатково розроблено та досліджено експериментальний макет системи активного апертурного синтезу. Отримано на практиці функції кореляції вихідних сигналів приймачів при різних смугах зондуючого сигналу: монохроматичний, 50 МГц, 100 МГц та 680 МГц. Для заданих випадків побудовано функції кореляції сигналів, прийнятих рознесеними у просторі приймачами, гетеродини яких були синхронізовані загальним опорним генератором.

Враховуючи експериментальні результати, виконано розрахунок потенційної лінійної роздільної здатності радіозображень, формованих запропонованою системою активного апертурного синтезу, за різних умов. Показано доцільність її використання у якості доповнення існуючих РСА для формування неперервних радіозображень у широкому діапазоні кутів.

Ключові слова: дистанційне зондування, метод активного апертурного синтезу, стохастичний сигнал, надширокосмуговий сигнал, оптимальний алгоритм, декорелююча фільтрація, антенна решітка, експериментальне дослідження, формування радіозображень, гаусівський шум, якість сигналу, якість зображень, функції кореляції, радіоелектронні засоби.

Список публікацій здобувача за темою дисертації

1. V. Pavlikov, V. Volosyuk, M. Nechyporuk, A. Sobkolov, O. Odokienko and E. Tserne, "Algorithm of Formation Radio Images from Aerospace Carriers," 2020 IEEE Ukrainian Microwave Week (UkrMW), 2020, pp. 54-58, doi: 10.1109/UkrMW49653.2020.9252702.
2. M. V. Nechyporuk, V. V. Pavlikov, A. D. Sobkolov, O. E. Tserne, Valerii K. Volosyuk, S. S. Zhyla Aperture synthesis of surface images using active remote sensing with ultra-wideband stochastic signals // Telecommunications and Radio Engineering, Vol. 79, 2020, Is. 15, pp. 1327-1347. Doi: 10.1615/TelecomRadEng.v79.i15.30
<http://www.dl.begellhouse.com/journals/0632a9d54950b268,0d5f232b6dbbf1fa,05418f490fbd2325.html>
3. V. Pavlikov, V. Volosyuk, S. Zhyla, E. Tserne, O. Shmatko and A. Sobkolov, "Development of Broadband Criterion for Spatially Distributed Radio Systems Synthesis," 2021 IEEE 3rd Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (UKRCON), 2021, pp. 232-236, doi: 10.1109/UKRCON53503.2021.9575281.
4. V. Pavlikov, V. Volosyuk, S. Zhyla, E. Tserne, O. Shmatko and A. Sobkolov, "Active-Passive Radar for Radar Imaging from Aerospace Carriers," IEEE EUROCON 2021 - 19th International Conference on Smart Technologies, 2021, pp. 18-24, doi: 10.1109/EUROCON52738.2021.9535619.
5. Volosyuk, V., Zhyla, S., Pavlikov, V., Tserne, E., Sobkolov, A., Shmatko, O. & Belousov, K. 2021, "Mathematical description of imaging processes in ultra-wideband active aperture synthesis systems using stochastic sounding signals", Radioelectronic and Computer Systems, 2021, no. 4, pp. 166-182. Doi:10.32620/reks.2021.4.14
6. Pavlikov, V., Belousov, K., Zhyla, S., Tserne, E., Shmatko, O., Sobkolov, A., Vlasenko, D., Kosharskyi, V., Odokiienko, O. & Ruzhentsev, M. 2021, "Radar imaging complex with sar and asr for aerospace vehicle", Radioelectronic and Computer Systems, 2021, no. 3, pp. 63-78. Doi:10.32620/reks.2021.3.06

7. V. Pavlikov, V. Volosyuk, S. Zhyla, E. Tserne, O. Shmatko and O. Odokienko, "Aerospace Wide Swath Radio Vision Complex," 2022 IEEE 16th International Conference on Advanced Trends in Radioelectronics, Telecommunications and Computer Engineering (TCSET), 2022, pp. 93-98, doi: 10.1109/TCSET55632.2022.9766879.

8. S. Zhyla, V. Volosyuk, V. Pavlikov, N. Ruzhentsev, E. Tserne, A. Popov, et al., "Practical imaging algorithms in ultra-wideband radar systems using active aperture synthesis and stochastic probing signals," in Radioelectronic and computer systems, vol.105, issue 1, 2023, pp. 55-73. DOI: 10.32620/reks.2023.1.05

ABSTRACT

Tserne Eduard Oleksiiovich. Aperture synthesis of images using wideband signals.
– Qualification scientific work on the rights of manuscript.

Dissertation for the degree of Doctor of Philosophy (PhD) in the field of knowledge 17 Electronics and Telecommunications, specialty 172 Telecommunications and Radio Engineering. – National Aerospace University "Kharkiv Aviation Institute", Kharkiv, 2024.

The dissertation research is aimed at developing and studying signal processing methods in systems of active aperture synthesis of radio images with wideband and ultra-wideband stochastic sounding signals. These systems are proposed to be used as an addition to classical airborne synthetic aperture radar to obtain radio images in a wide range of sounding angles without a “blind” zone in the area of the aerospace carrier nadir and angles close to it. Thus, the aim of the research is to increase the imaging area of synthetic aperture radars by supplementing them with active aperture synthesis systems with new methods of processing stochastic wideband and ultra-wideband sounding signals.

The object of research is aperture synthesis of images based on the processing of stochastic signals.

The subject of the research is methods, algorithms, structural diagrams, algorithmic and circuitry solutions for radio signal processing in active aperture synthesis systems with wideband and ultra-wideband stochastic sounding signals.

The need for this research is caused by the fact that modern synthetic aperture radar systems, which are the most common in solving remote sensing problems in the radio band, cannot provide high resolution of the formed radio images in angular directions $\pm 15^\circ$ from the nadir direction of the aerospace carrier. This leads to a decrease in the overall efficiency of sensing a given area, as it requires additional overflights of the aerospace carrier to form a complete radio image. A possible solution to the problem is to supplement the existing SAR with additional radars capable of forming radio images in angular directions of $\pm 15^\circ$, which will allow obtaining radio images of the underline

surface without gaps caused by the specifics of synthetic aperture radars. Aperture synthesis systems, which are common in radio astronomy, can be used as an additional radar. However, such systems are currently narrow-band, so the high-resolution imaging requires the use of antenna arrays with large bases between elements, which does not allow the system to be made on-board. This drawback is proposed to be solved by transitioning to the processing of wideband signals, which will reduce the size of the antenna array while maintaining the same resolution of the generated radio images. At the same time, the methods and algorithms for processing broadband signals in aperture systems are currently not well studied. Therefore, a number of tasks were solved to achieve the aim of the dissertation research.

First, in this work, we develop mathematical models of wideband fields reflected from the sounded surface and related coherent and incoherent images. The obtained models are based on the use of V_F -transforms, and their peculiarity is the avoidance of the need to fulfil the condition of quasi-monochromatic approximation, which created mathematical difficulties in solving the problems of active aperture image synthesis when using wide- and ultra-wideband stochastic sounding signals. At the same time, heuristic algorithms for radio imaging in active aperture synthesis systems are proposed.

In addition to the heuristic ones, the optimal algorithm for radio imaging in active aperture synthesis systems is synthesized according to the criterion of maximum likelihood functional, the specific feature of which is the operation of observation decorrelation. This operation makes it possible to extend the operating frequency range and improve the quality of radio images generated by the system. Also, on the basis of the synthesized mathematical model of the optimal algorithm, a structural diagram of the active aperture synthesis radio system is proposed, and the features of its implementation are determined.

The obtained imaging algorithms were tested by simulation modelling. As a result, their overall performance, and the effectiveness of the observation decorrelation operation to improve the quality of the obtained images were shown. At the same time, it was shown that the decortication operation is effective only when the ambiguity function

of the radio system is estimated with a small error, and an increase in this error leads to a significant distortion of the generated radio images and the general inexpediency of using a decorticating filter.

Additionally, an experimental model of the active aperture synthesis system was developed and investigated. The correlation functions of the receivers' output signals at different bands of the sounding signal are obtained in practice: monochromatic, 50 MHz, 100 MHz, and 680 MHz for the given cases, the correlation functions of the signals received by spatially spaced receivers whose hetero-units were synchronized by a common reference oscillator were constructed.

Considering the experimental results, the potential linear resolution of the radio images formed by the proposed active aperture synthesis system is calculated under various conditions. The expediency of its use as a complement to the existing RSAs for the formation of continuous radio images in a wide range of angles is shown.

Considering the experimental results, the potential linear resolution of the radio images formed by the proposed active aperture synthesis system is calculated under various conditions. The expediency of its use as a complement to the existing SAR systems for the formation of uninterrupted radio images in a wide range of angles is shown.

Keywords: remote sensing, active aperture synthesis method, stochastic signal, ultra-wideband signal, optimal algorithm, decorrelation filtering, antenna array, experimental study, radio image formation, Gaussian noise, signal quality, image quality, correlation functions, radio electronic devices

ЗМІСТ

АНОТАЦІЯ.....	2
ABSTRACT	7
ЗМІСТ	10
ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ.....	14
ВСТУП.....	15
РОЗДІЛ 1 ОГЛЯД СИСТЕМ З СИНТЕЗУВАННЯМ АПЕРТУРИ АНТЕНИ ТА ВИЗНАЧЕННЯ ОСНОВНИХ МАТЕМАТИЧНИХ СПІВВІДНОШЕНЬ ДЛЯ ШИРОКОСМУГОВИХ СИСТЕМ АКТИВНОГО АПЕРТУРНОГО СИНТЕЗУ	25
1.1 Радіолокаційні системи з синтезуванням апертури антени	25
1.1.1 Однопозиційні системи	25
1.1.2 Багатопозиційні системи	32
1.2. Математичний опис і статистичний аналіз надширокосмугового поля в області спостереження системи активного апертурного синтезу.....	40
1.2.1 Математичний опис поля відбитих надширокосмугових сигналів в приймальній області.....	40
1.2.2 Модель стохастичного надширокосмугового зонduючого сигналу .	47
1.2.3 Статистичний опис сигналів в області спостереження	49
1.2.4 Кореляційна функція і комплексна функція когерентності поля $\dot{s}(\vec{r}', t)$ в області спостереження $\vec{r}' \in D'$	51
1.2.5 Теорема про зв'язок кутової густини інтенсивності поля (некогерентного зображення) із другою похідною його кореляційної функції .	57
1.3 Формулювання задач дослідження.....	59
Висновки до розділу.....	61
РОЗДІЛ 2 ЕВРИСТИЧНІ АЛГОРИТМИ АПЕРТУРНОГО СИНТЕЗУ ЗОБРАЖЕНЬ ПОВЕРХОНЬ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ АКТИВНИХ СИСТЕМ З НАДШИРОКОСМУГОВИМИ ЗОНДУЮЧИМИ СИГНАЛАМИ	63

2.1 Математичний опис структури радіозображень у надширокосмугових системах активного апертурного синтезу з використанням стохастичних зондувальних сигналів	63
2.1.1 Статистичний аналіз надширокосмугових сигналів після їх реєстрації антенною системою. Визначення структури некогерентних зображень.	63
2.1.2 Спектральні густини комплексної функції просторової когерентності та автокореляційної функції АФР	68
2.1.3 Математичний зв'язок оцінки зображення з СГКФПК і СГПАФ АФР	71
2.2 Практичні алгоритми формування зображень у надширокосмугових радіолокаційних системах активного апертурного синтезу з використанням стохастичних зондуючих сигналів	78
2.2.1 Алгоритми формування зображень за даними приймання та оброблення надширокосмугових стохастичних сигналів	78
2.2.2 Обробка сигналів, зареєстрованих ідеалізованою континуальною апертурою	81
2.2.3 Структура практичного алгоритму формування радіозображення в антенних решітках.....	87
2.3 Метод активного надширокосмугового апертурного синтезу зображень на основі формування другої похідної від просторово-часової кореляційної функції стохастичного сигналу	94
2.3.1 Обґрунтування методу	94
2.3.2 Практична реалізація теореми про зв'язок зображення з другою похідною від кореляційної функції поля, що спостерігається	97
2.3.3 Взаємозв'язок різних методів формування зображень.....	100
2.3.4 Обґрунтування алгоритму інтегрування другої похідної кореляційної функції	108
Висновки до розділу.....	111

РОЗДІЛ 3 ОПТИМІЗАЦІЯ АЛГОРИТМУ АПЕРТУРНОГО СИНТЕЗУ ЗОБРАЖЕНЬ ПОВЕРХОНЬ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ АКТИВНИХ СИСТЕМ З ШИРОКОСМУГОВИМИ ЗОНДУЮЧИМИ СИГНАЛАМИ..... 113

3.1 Загальні відомості щодо оптимізації систем дистанційного зондування 113

3.1.1 Постановка задач оптимізації систем дистанційного зондування.. 113

3.1.2 Конструювання функціоналів густини ймовірностей у задачах активного дистанційного зондування 118

3.2 Синтез оптимального алгоритму обробки сигналів 128

3.3 Структурна схема радіосистеми 145

Висновки до розділу..... 147

РОЗДІЛ 4 ІМІТАЦІЙНЕ МОДЕЛЮВАННЯ АЛГОРИТМІВ ФОРМУВАННЯ РАДІОЗОБРАЖЕНЬ СИСТЕМАМИ АКТИВНОГО АПЕРТУРНОГО СИНТЕЗУ 148

4.1 Імітаційне моделювання евристичного алгоритму оцінки некогерентного зображення..... 148

4.2 Імітаційне моделювання оптимального алгоритму активного апертурного синтезу..... 152

Висновки до розділу..... 157

РОЗДІЛ 5 ТЕХНІЧНА РЕАЛІЗАЦІЯ ТА ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ МАКЕТНОГО ЗРАЗКА СИСТЕМИ АКТИВНОГО АПЕРТУРНОГО СИНТЕЗУ 158

5.1 Технічна реалізація макетного зразка системи активного апертурного синтезу 158

5.2 Дослідження при монохроматичному зондуючому сигналі 164

5.3 Дослідження при зондуючому сигналі з розширеною смугою частот 167

5.4 Дослідження при шумовому зондуючому сигналі 173

5.5 Дослідження при шумовому зонduючому сигналі та наявності завади	178
5.6 Потенційні можливості системи активного апертурного синтезу з широкосмуговими зонduючими сигналами.....	184
Висновки до розділу.....	188
ВИСНОВКИ	190
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	194

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

- АС – апертурний синтез;
АФР – амплітудно-фазовий розподіл;
АЧХ – амплітудно-частотна характеристика;
БПЛА – безпілотний літальний апарат;
ДС – діаграма спрямованості;
ЕПР – ефективна площа розсіювання;
КМН – квазімонохроматичне наближення
НВЧ – надвисокочастотний;
РБО – радар бічного огляду;
РЛС – радіолокаційна система
РСА – радар з синтезуванням апертури антени
РТС – радіотехнічна система;
СГКФПК – спектральна густина комплексної функції просторової когерентності;
СГП – спектральна густина потужності;
СГПАФ АФР – спектральна густина просторової автокореляційної функції амплітудно-фазового розподілу;
СКП – середньоквадратична похибка;
СФЗ – система формування зображення;
ФАПЧ – фазове автопідстроювання частоти.

ВСТУП

Актуальність теми. Для вирішення задач картографування рельєфу поверхні, повітряної та космічної розвідки, керування ракетним озброєнням активно використовуються активні та пасивні радіотехнічні системи (РТС), що базуються на аерокосмічних носіях [1-3]. Одними з перших таких активних систем були некогерентні радіолокаційні станції (РЛС), серед яких найбільшого поширення набули радары бічного огляду (РБО). Перевагою таких радарів є досить прості принципи формування радіозображень досліджуваних поверхонь та відповідні технічні реалізації [4-6]. Роздільна здатність формованих РБО зображень за азимутом визначається шириною діаграми спрямованості (ДС) антени, а за кутом місця – довжиною імпульсу зонduючого сигналу. Таким чином, досягнення необхідної роздільної здатності за кутом місця у РБО вимагає зменшення тривалості зонduючого імпульсу або використання імпульсів з покращеними автокореляційними властивостями, таких як імпульси з лінійно-частотною (ЛЧМ) або фазовою модуляцією (ФМ). Підвищити роздільну здатність за азимутом можливо лише шляхом збільшення розмірів антени системи у площині напрямку польоту, що складає серйозну проблему, адже фізичні розміри аерокосмічних носіїв завжди жорстко обмежені. Дана проблема була вирішена активними когерентними РЛС з синтезуванням апертури антени (РСА).

Так, РСА на сьогоднішній день є одними з найбільш поширених та ефективних серед РТС [7]. Їх особливість полягає у когерентному накопиченні та подальшій обробці сигналу, прийнятого під час польоту літального апарату [8]. Така обробка дозволяє досягти високої просторової роздільної здатності формованих радіозображень підстильної поверхні в азимутальному напрямку без необхідності використання великогабаритних вздовжфюзеляжних антенних систем на борту носія. Роздільна здатність за кутом місця у РСА, як і у РБО, визначається вибором зонduючого сигналу.

Проте наведені активні РЛС мають деякі недоліки, насамперед – обмеженість зони огляду підстильної поверхні. Сучасні системи формують радіозображення

лише у бічних напрямках та мають «мертву зону» огляду, яка зазвичай складає $\pm 15^\circ$ від напрямку у надир [9-11]. Це пов'язано з неможливістю забезпечення достатньої роздільної здатності зображень за вказаними кутами, а за напрямком у надир – роздільна здатність відсутня повністю.

Формування радіозображень у мертвій зоні активних РЛС можливо забезпечити залученням пасивних систем, наприклад – систем апертурного синтезу (АС), які набули широкого поширення в радіоастрономії [12-14]. Ці системи здебільшого працюють зі стохастичними сигналами, прийнятими від джерел власного радіотеплового випромінювання, а отримання радіозображень високої роздільної здатності досягається за рахунок раціонального використання області спостереження та приймання сигналів просторово-розподіленими антенними системами [15-17].

Однак пряме доповнення активних РЛС пасивними системами апертурного синтезу для формування радіозображень без розриву у напрямку надиру має деякі складнощі. Перш за все, сформовані такими радаром зображення мають різний фізичний сенс. Окремі елементи дозволу радіозображення, сформованого РСА або РБО, еквівалентні ефективній поверхні розсіювання відповідної опроміненої ділянки досліджуваної поверхні. Водночас радіозображення, отримане з залученням пасивних систем, відповідає значенням радіояскравісних температур досліджуваних ділянок. Таким чином, для побудови сумісного радіозображення необхідно об'єднати значення радіояскравісної температури та значення ефективної поверхні розсіювання, що є досить складною задачею [18-20].

Також складнощі виникають з забезпеченням високої просторової роздільної здатності радіозображень, формованих існуючими пасивними радаром, адже вона у значній мірі залежить від параметрів антенної системи. У сучасних системах апертурного синтезу висока роздільна здатність радіозображень, серед іншого, досягається раціональним використання області реєстрації радіосигналів, яка складається з багатоелементної антени, елементи якої рознесені у просторі спеціальним чином (хрест Мілса, Т- та Г-подібні системи, кільця тощо) [21-23]. Такі геометричні форми антенних решіток дозволяють звужити функцію

невизначеності системи та зменшити рівень її бічних пелюсток [24, 25]. Але для випадку обробки вузькосмугових сигналів у системах апертурного синтезу, підвищення роздільної здатності вимагає залучення антенних решіток, геометричні розміри яких можуть складати сотні і тисячі кілометрів. Це, у свою чергу, не дозволяє реалізувати метод апертурного синтезу у вигляді бортової системи авіаційного або космічного апарату, не втративши якість формованих радіозображень.

Вузькосмуговість сучасних активних радіосистем дистанційного зондування Землі (ДЗЗ) є однією з причин ще одного їх недоліку – низької завадостійкості. Вузькосмугові та монохроматичні зондуючі сигнали не складно виявити у радіоефірі, а останні досягнення в області радіоелементної бази та систем цифрової обробки інформації дозволяють виявляти наявність зондуючого сигналу радару та створювати спрямовану перешкоду, або ж записувати зондуючі сигнали, обробляти їх та перевипромінювати у режимі реального часу. Перший спосіб може призвести до «засліплення» радару [26-28], а другий – теоретично дозволяє підмінити отримуване системою радіозображення на власне, що викривить розвідувальну інформацію. Так, у наш час вже існують засоби, здатні ставити спрямовану перешкоду радарним системам, встановленим на аерокосмічних носіях [29-31], що може значно ускладнити отримання інформації стосовно окремих захищених ділянок поверхні. Даний напрямок наразі отримав обширний розвиток, ведуться розробки нових систем, що у подальшому може призвести до значних перешкод при вирішенні задач дистанційного зондування активними радіосистемами [32, 33].

Виходячи з наведеного можна стверджувати, що на сьогодні постала актуальна наукова задача синтезування алгоритмів обробки сигналів у системах активного апертурного синтезу з широкосмуговими зондуючими сигналами. Реалізація таких алгоритмів дозволить формувати радіозображення «мертвої зони» сучасних РСА у напрямку надиру, а використання широкосмугових зондуючих сигналів дозволить зменшити геометричні розміри антенної системи до рівня, прийнятного для встановлення на аерокосмічні носії, та підвищити загальну завадостійкість РЛС.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.

Робота виконувалася у межах наукових робіт кафедри аерокосмічних радіоелектронних систем Національного аерокосмічного університету ім. М. Є. Жуковського «Харківський авіаційний інститут», у яких автор був виконавцем, а саме:

- «Розвиток теорії надширокосмугових систем активного апертурного синтезу для високоточного дистанційного зондування з високошвидкісних аерокосмічних платформ», №ДР 0119U100968, 2019-2021pp.;
- «Проектування, розроблення макету та експериментальне дослідження пасивного радару з завадозахищеним сигналом підсвічування цілей для виявлення БПЛА», №ДР 0123U102000, 2023-2024pp.

Мета і завдання дослідження.

Мета – збільшити зону огляду класичних радарів з синтезуванням апертури антени за рахунок їх доповнення системами активного апертурного синтезу з новими методами оброблення стохастичних широкосмугових та надширокосмугових зондуючих сигналів.

Для досягнення поставленої мети дослідження потрібно вирішити наступні завдання:

- 1) проаналізувати сучасні аерокосмічні радіосистеми формування зображень;
- 2) виконати математичну формалізацію моделі широкосмугового зондуючого сигналу та визначити статистичні характеристики такого сигналу;
- 3) виконати математичний опис радіозображень, формованих системами активного апертурного синтезу з широкосмуговими та надширокосмуговими зондуючими сигналами та встановити зв'язок з формованих зображень з фізичними параметрами системи;

- 4) синтезувати оптимальний алгоритм оброблення широкосмугових та надширокосмугових стохастичних сигналів у системах активного апертурного синтезу;
- 5) дослідити працездатність отриманих алгоритмів шляхом імітаційного моделювання;
- 6) розробити та дослідити експериментальний макет системи активного апертурного синтезу.

Об'єкт дослідження – Апертурний синтез зображень на основі використання та обробки стохастичних сигналів.

Предмет дослідження – методи, алгоритми, структурні схеми, програмно-алгоритмічні та схемотехнічні рішення обробки радіосигналів у системах активного апертурного синтезу з широкосмуговими та надширокосмуговими стохастичними зондуючими сигналами.

Методи дослідження:

- методи математичної статистики, статистичної теорії оптимальних рішень та оцінок параметрів імовірнісних розподілів;
- методи V -перетворень для вирішення задач статистичного синтезу алгоритмів обробки широкосмугових та надширокосмугових сигналів у системах активного апертурного синтезу;
- методи моделювання та експериментального дослідження для підтвердження достовірності отриманих результатів та можливості їх реалізацій на практиці.

Наукова новизна отриманих результатів:

1. Вперше для активних радіолокаційних систем дистанційного зондування поверхонь широкосмуговими та надширокосмуговими сигналами, на основі математичного апарату спектральних V_F -перетворень визначено математичний зв'язок оцінок некогерентних зображень поверхонь із спектральною густиною комплексної функції просторової когерентності, спектральною густиною автокореляційної функції амплітудно-фазового розподілу приймальної антенної

системи та енергетичним спектром зондуючих коливань. Це дозволило визначити алгоритмічну структуру операцій формування радіозображень у різних частотних піддіапазонах спектра сигналу, що випромінюється.

2. Вперше виконано математичний опис статистичної оцінки інтегрального зображення, сформованого за всіма частотами спектрів відбитих від поверхні широкосмугових або надширокосмугових стохастичних сигналів, та встановлено її зв'язок з ефективним перерізом розсіювання поверхні, спектральною густиною комплексної функції просторової когерентності, спектральною густиною автокореляційної функції амплітудно-фазового розподілу приймальної антенної системи та енергетичним спектром зондуючих коливань. Це дозволило визначити алгоритмічну структуру операцій формування інтегральних зображень поверхонь у мертвій зоні безпосередньо під літальним апаратом.

3. Вперше надано алгоритмічний опис процедур формування інтегральних за частотами некогерентних зображень поверхонь широкосмуговими і надширокосмуговими системами активного апертурного синтезу, основу якого складає розділення спектра прийнятого сигналу на піддіапазони частот з виконанням умови просторово-часової вузькосмуговості. Це дозволило отримати практичні алгоритми формування радіозображень зображень як у вузьких смугах спектра зондуючого сигналу, так і інтегрального зображення за всіма смугами.

4. Вперше у результаті рішення задачі активного апертурного синтезу зображень в оптимізаційній постановці методом пошуку максимуму функціоналу правдоподібності обґрунтовано доцільність введення в алгоритми оброблення операцій попередньої декореляції прийнятих сигналів і подальшого формування зображень у різних піддіапазонах методами паралельного огляду поверхні. Операція декореляції дозволяє покращити якість формованих радіозображень шляхом додаткового розширення спектра сигналу.

5. Отримав подальший розвиток розвитку метод формування інтегрального некогерентного зображення поверхні системою активного апертурного синтезу, основу якого складає інтегрування за часом другої похідної просторово-часової кореляційної функції прийнятих сигналів. Суттєву новизну мають практичні

алгоритми реалізації цього методу, що полягають у формуванні взаємних кореляційних функцій сигналів із виходів елементів антенних решіток, обчисленні їх похідних з урахуванням затримок, що забезпечує вирівнювання фронту падаючого поля, та подальшому підсумовуванні отриманих сигналів.

Практичне значення одержаних результатів:

1. Розширення зони огляду сучасних бортових активних радіолокаційних станцій ДЗЗ шляхом усунення їх «сліпої зони» у напрямку надиру.
2. Зменшення фізичних розмірів антенної системи за рахунок обробки ширококутових сигналів.
3. Зменшення обчислювальної складності алгоритмів побудови зображень активними системами апертурного синтезу, що підвищує ефективність їх реалізації з залученням сучасної елементної бази аналогової та цифрової обробки сигналів.

Особистий внесок здобувача. Усі роботи виконано у співавторстві.

Автору належать наступні результати, які полягають у:

- синтезі оптимального алгоритму формування високоточних радіозображень з аерокосмічних носіїв;
- спрощенні алгоритмів формування радіозображень у ширококутових системах активного апертурного синтезу;
- імітаційному моделюванні алгоритмів формування зображень системами активного апертурного синтезу;
- розробці та експериментальному дослідженні макетного зразка спрощеної системи активного апертурного синтезу.

Апробація результатів дисертації. Результати дослідження апробовані на наступних міжнародних конференціях, праці яких індексуються у н.м.б.д. Scopus:

1. 2020 IEEE Ukrainian Microwave Week, (UkrMW 2020).
2. 2021 IEEE 3rd Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (UKRCON 2021)
3. 19th IEEE International Conference on Smart Technologies (EUROCON 2021);

4. 16th International Conference on Advanced Trends in Radioelectronics, Telecommunications and Computer Engineering (TCSET 2022).

Публікації. Основні результати дослідження опубліковані у чотирьох статтях (всі статті входять до м.н.б.д. Scopus) та у чотирьох збірниках доповідей у працях міжнародних конференцій, матеріали яких індексуються у н.м.б.д. Scopus. Загалом у н.м.б.д. Scopus відображено 41 робота, а $h\text{-index}=14$ (ScopusID: 57218704755). На основі результатів дисертаційної роботи отримано патент України на винахід

Структура і об'єм дисертаційної роботи. Дисертація містить вступ, п'ять розділів, висновки, список використаних джерел. Повний об'єм дисертації 204 сторінки, у тому числі 11 сторінок списку використаних джерел у кількості 89 найменувань.

Список публікацій здобувача

Статті

1. M. V. Nechyporuk, V. V. Pavlikov, A. D. Sobkolov, O. E. Tserne, Valerii K. Volosyuk, S. S. Zhyla Aperture synthesis of surface images using active remote sensing with ultra-wideband stochastic signals // Telecommunications and Radio Engineering, Vol. 79, 2020, Is. 15, pp. 1327-1347. Doi: 10.1615/TelecomRadEng.v79.i15.30 <http://www.dl.begellhouse.com/journals/0632a9d54950b268,0d5f232b6dbbf1fa,05418f490fbd2325.html> [індексується у н.м.б.д. Scopus, Q3].

2. Volosyuk, V., Zhyla, S., Pavlikov, V., Tserne, E., Sobkolov, A., Shmatko, O. & Belousov, K. 2021, "Mathematical description of imaging processes in ultra-wideband active aperture synthesis systems using stochastic sounding signals", Radioelectronic and Computer Systems, 2021, no. 4, pp. 166-182. Doi:10.32620/reks.2021.4.14 [індексується у н.м.б.д. Scopus, Q3]

3. Pavlikov, V., Belousov, K., Zhyla, S., Tserne, E., Shmatko, O., Sobkolov, A., Vlasenko, D., Kosharskyi, V., Odokienko, O. & Ruzhentsev, M. 2021, "Radar imaging complex with sar and asr for aerospace vehicle", Radioelectronic and Computer Systems, 2021, no. 3, pp. 63-78. Doi:10.32620/reks.2021.3.06 [індексується у н.м.б.д. Scopus, Q3]

4. S. Zhyla, V. Volosyuk, V. Pavlikov, N. Ruzhentsev, E. Tserne, A. Popov, et al., "Practical imaging algorithms in ultra-wideband radar systems using active aperture synthesis and stochastic probing signals," in Radioelectronic and computer systems, vol.105, issue 1, 2023, pp. 55-73. DOI: 10.32620/reks.2023.1.05

Матеріали міжнародних конференцій:

5. V. Pavlikov, V. Volosyuk, M. Nechyporuk, A. Sobkolov, O. Odokienko and E. Tserne, "Algorithm of Formation Radio Images from Aerospace Carriers," 2020 *IEEE Ukrainian Microwave Week (UkrMW)*, 2020, pp. 54-58, doi: 10.1109/UkrMW49653.2020.9252702.

6. V. Pavlikov, V. Volosyuk, S. Zhyla, E. Tserne, O. Shmatko and A. Sobkolov, "Development of Broadband Criterion for Spatially Distributed Radio Systems Synthesis," 2021 IEEE 3rd Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering

(UKRCON), 2021, pp. 232-236, doi: 10.1109/UKRCON53503.2021.9575281.

7. V. Pavlikov, V. Volosyuk, S. Zhyla, E. Tserne, O. Shmatko and A. Sobkolov, "Active-Passive Radar for Radar Imaging from Aerospace Carriers," IEEE EUROCON 2021 - 19th International Conference on Smart Technologies, 2021, pp. 18-24, doi: 10.1109/EUROCON52738.2021.9535619.

8. V. Pavlikov, V. Volosyuk, S. Zhyla, E. Tserne, O. Shmatko and O. Odokienko, "Aerospace Wide Swath Radio Vision Complex," 2022 IEEE 16th International Conference on Advanced Trends in Radioelectronics, Telecommunications and Computer Engineering (TCSET), 2022, pp. 93-98, doi: 10.1109/TCSET55632.2022.9766879.

Патент:

9. Спосіб і пристрій формування радіолокаційного зображення земної поверхні з літального апарата. Патент України на винахід №. 127594. / Павліков В. В., Церне Е. О., Шматко О. О., Волосяк В.К., Одокієнко О.В., Собколов А. Д., Попов А. В.; 26.10.2023

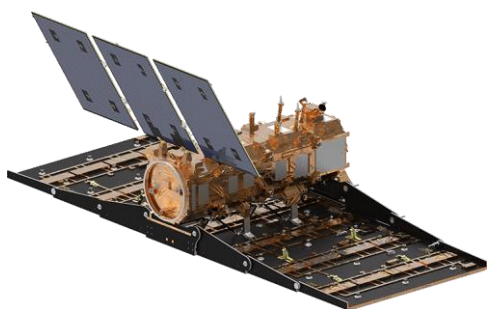
РОЗДІЛ 1

ОГЛЯД СИСТЕМ З СИНТЕЗУВАННЯМ АПЕРТУРИ АНТЕНИ ТА ВИЗНАЧЕННЯ ОСНОВНИХ МАТЕМАТИЧНИХ СПІВВІДНОШЕНЬ ДЛЯ ШИРОКОСМУГОВИХ СИСТЕМ АКТИВНОГО АПЕРТУРНОГО СИНТЕЗУ

1.1 Радіолокаційні системи з синтезуванням апертури антени

1.1.1 Однопозиційні системи

Одними з найбільш розповсюджених та ефективних радіосистем ДЗЗ у сучасності є РСА аерокосмічного базування, загальний принцип роботи яких описаний багатьох роботах [34-36]. Їх використовують для вирішення багатьох задач як цивільного, так і військового призначення, серед яких можна виділити: моніторинг стану навколишнього середовища, отримання інформації щодо стану окремих ділянок земної поверхні під час техногенних та природних катастроф, оперативна розвідка військових об'єктів тощо. Наприклад, супутник SAOCOM 1A з бортовою САР діапазону 1,275 ГГц, показаний на рисунку 1.1(а), призначений для контролю наслідків стихійних лих, а на рисунку 1.1(б) показано компактний РСА Leonardo Osprey 30 Radar X-діапазону, призначений для встановлення на тактичні та стратегічні безпілотні літальні апарати (БПЛА) та оперативної розвідки в умовах бойового зіткнення [37, 38].



а)



б)

Рисунок 1.1 – Супутник SAOCOM 1A з бортовою РСА (а) та компактна бортова РСА Osprey 30 Radar для використання у складі БПЛА (взято з [37, 38])

Головною перевагою РСА над іншими радіосистемами дистанційного зондування, такими як РБО та пасивні системи АС, є висока роздільна здатність отримуваних радіозображень, яка за азимутом визначається параметрами антенної системи та часом накопичення сигналу [39]. Розглянемо схематичну геометрію задачі формування радіозображення за азимутом на рисунку 1.2.

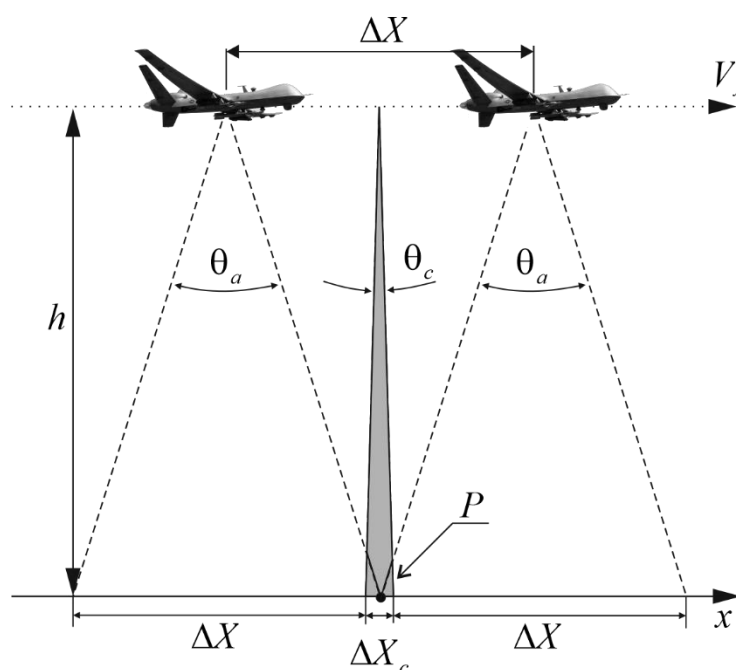


Рисунок 1.2 – Геометрія задачі формування радіозображення за азимутом

На рисунку 1.2 деякий літальний апарат з бортовою РЛС рухається вздовж осі x на висоті h з постійною швидкістю V_l . Антена РЛС з кутовою шириною діаграми спрямованості θ_a та лінійною (вздовж осі x) ΔX опромінює протягом часу $\Delta X/V_l$ на досліджуваній поверхні деяку точку P . У такому випадку, формування синтезованої апертури антени є когерентним накопиченням сигналу, відбитого досліджуваною точкою P , в межах ДС антени. Просторовий інтервал ΔX можна розглядати, як штучну апертуру антени з шириною ДС θ_c , сформовану вздовж лінії польоту, а час $T_c = \Delta X/V_l$, протягом якого досліджувана точка P

опромінюється діаграмою спрямованості та виконується синфазне накопичення сигналу, відбитого нею – часом синтезування апертури. У результаті, гранична лінійна роздільна здатність синтезованого зображення описується рівнянням [39]:

$$\Delta X_c = \frac{d}{2}, \quad (1.1)$$

де d – розмір апертури антени радара.

За дальністю роздільна здатність радіозображень, формованих за допомогою РСА, значною мірою визначається параметрами зонduючого сигналу та може бути розрахована за наступною формулою:

$$\Delta R = \frac{c\tau_i}{2}, \quad (1.2)$$

де c – швидкість світла;

τ_i – тривалість зонduючого імпульсу.

Відповідно до формули (1.1), збільшення роздільної здатності радіозображень за дальністю (зменшення ΔR) вимагає зменшення тривалості зонduючого імпульсу τ_i . Проте через фізичні обмеження у радарях неможливо нескінченно зменшувати параметр τ_i , оскільки для сталого детектування відбитих від досліджуваної поверхні сигналів зонduючий радіоімпульс повинен складати не менше 10-ти періодів несучого колювання. Тому у сучасних системах підвищення роздільної здатності за дальністю досягається не шляхом зменшення тривалості безпосередньо зонduючого імпульса, а використанням зонduючих сигналів складної форми – сигналів з лінійною частотною модуляцією, фазоманіпульованих послідовностей тощо. Важливою характеристикою таких сигналів є вузькі автокореляційні функції, які за часом є значно меншими за саму тривалість

імпульсу. Таким чином у результаті додаткової кореляційної обробки прийнятих сигналів можна отримати вкрай високу роздільну здатність за дальністю незважаючи на довжину радіоімпульса у часі.

Проте при високій роздільній здатності по дальності, РСА та РБО здатні забезпечити формування радіозображень з високою лінійною роздільною здатністю лише при кутах зондування $\pm 15^\circ$ від надиру і більше, як це показано на рисунку 1.3. Це пов'язано з тим, що залежність лінійної роздільної здатності ΔR_{lin} (приведеної до зондованої поверхні) від кута зондування β визначається наступною формулою:

$$\Delta R_{lin} = \frac{c\tau_i}{2\cos\beta}. \quad (1.3)$$

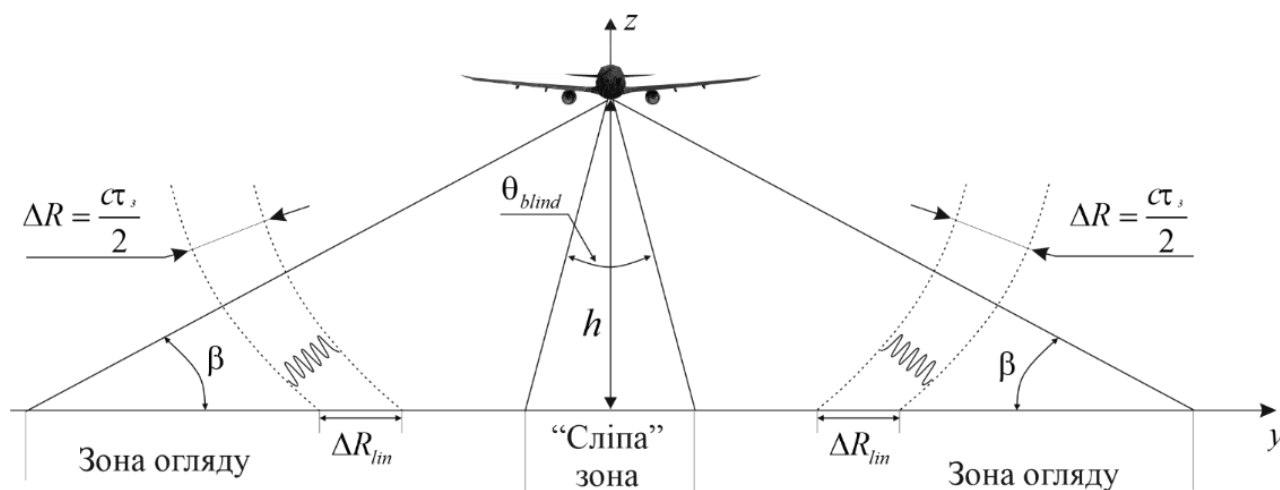


Рисунок 1.3 – Геометрія задачі формування зображення РСА за кутом місця

Відповідно до формули (1.3) з оглядом на геометрію рисунку 1.3, чим більше кут зондування β наближається до напрямку у надир ($\beta \rightarrow 90^\circ$), тим більшим буде значення ΔR_{lin} і меншою роздільна здатність зображення, формованого у даному напрямку. Розглянемо приклад. Нехай дистанційне зондування виконується за

допомогою бортової РСА, встановленої на літаку, висота польоту якого складає 5 км, а тривалість зондуючого імпульсу радару – 20 нс. У такому випадку залежність лінійної роздільної здатності від кута зондування можна представити графіком, показаним на рисунку 1.4.

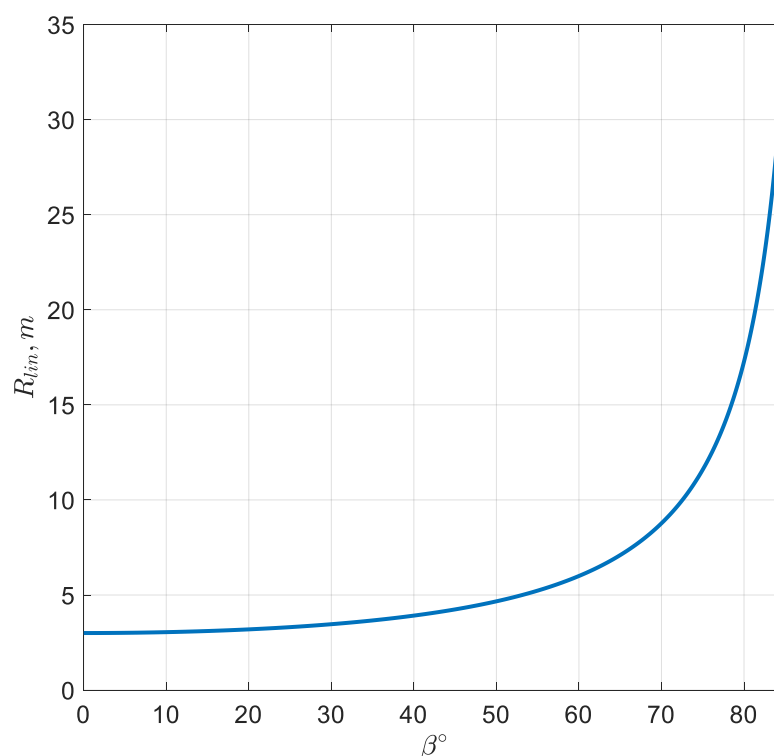


Рисунок 1.4 – Залежність лінійної роздільної здатності від кута зондування при тривалості зондуючого імпульсу 20 нс

На рисунку 1.4 можна побачити, що при кутах зондування, більших за 75° , розміри ділянок ΔR_{lin} починають значно збільшуватися, що не робить доцільним побудову радіозображень у даному діапазоні кутів. Таким чином, при зондуванні по обидві сторони від напрямку руху літака і «мертвою» зоною у діапазоні кутів $\pm 15^\circ$ від напрямку надиру, радіозображення смуги шириною 29,4 км під літаком не може бути побудоване з задовільною роздільною здатністю. Даний недолік значно

зменшує загальну ефективність радіосистеми та вимагає проведення додаткових вимірів задля отримання повної інформації щодо місцевості, що в умовах, наприклад, бойових дій може наражати на додаткову небезпеку як екіпаж носія, так і вартісну систему загалом.

Також особливостями роботи РСА, які можна віднести до недоліків, є спотворення на радіозображеннях позицій об'єктів, що рухаються, а також низька завадостійкість систем. Так, при обробці сигналів у РСА формуються опорні сигнали, які враховують ефект Допплера, що виникає при зондуванні нерухомих ділянок досліджуваної поверхні з рухомого носія РЛС, що складає основу алгоритму синтезування апертури. Проте у такій системі неможливо попередньо врахувати наявність на досліджуваній поверхні рухомих об'єктів, які вносять додатковий зсув частоти у відбитий зондуючий імпульс. Це і призводить до зсуву місцеположення таких об'єктів на сформованому радіозображенні відносно їх дійсного положення [40, 41]. Наприклад, автомобілі, що рухаються по дорозі, на радіозображенні можуть зміститися поза дорогу і тим далі від неї, чим вища їх швидкість, а потяги – рухатися поза рейками, як це показано на рисунку 1.4.

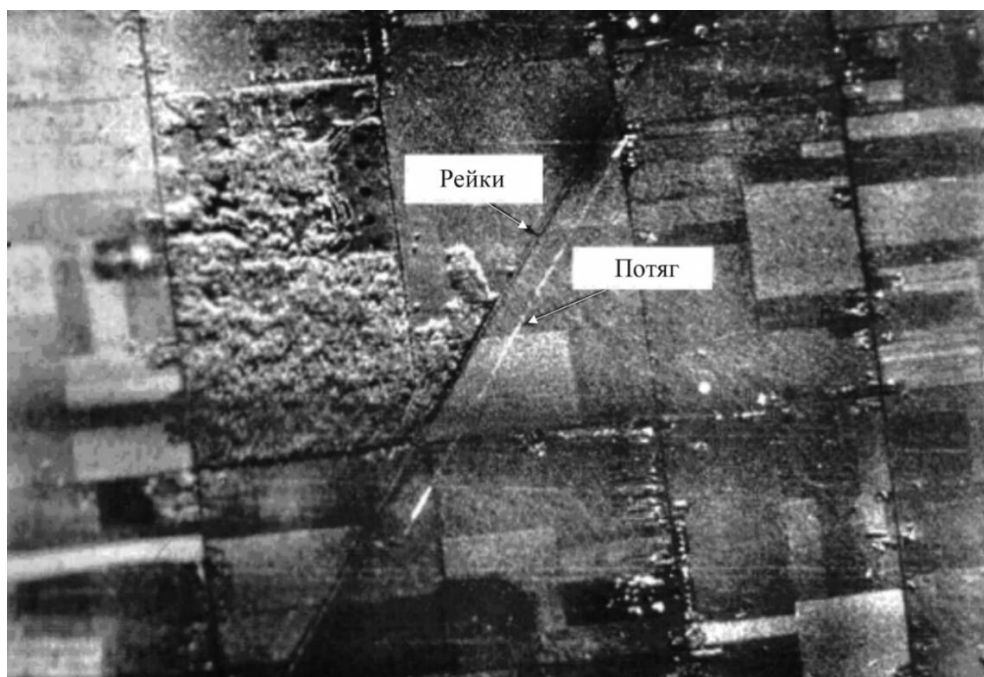


Рисунок 1.4 – Радіозображення з рухомим потягом, отримане за допомогою РСА
(взято з [40])

Низька завадостійкість сучасних РСА значною мірою пов'язана з вузькосмуговістю зондуючих сигналів та відомою орієнтовною інформацією щодо робочих діапазонів частот таких систем. Так, сигнали, уся енергетика яких зосереджена у вузькому діапазоні частот, досить не важко виявити у радіоефірі та визначити напрямок на їх джерело сучасними високоінтегрованими радіоприймачами. Далі, з врахуванням інформації щодо робочого діапазону частот та місцезнаходження носія РЛС, на приймач радару може бути поставлена спрямована завада, яка спотворить результати зондування деякої області. На рисунку 1.5 показано приклад радіозображення, сформоване супутником ICEYE з РСА під впливом зовнішньої завади [26]. Як можна побачити, значна частина радіозображення «засвітлена» та інформація з неї не може бути відновлена, що дозволяє скривати від радіолокаційних засобів розвідки об'єкти різного ступеня важливості.

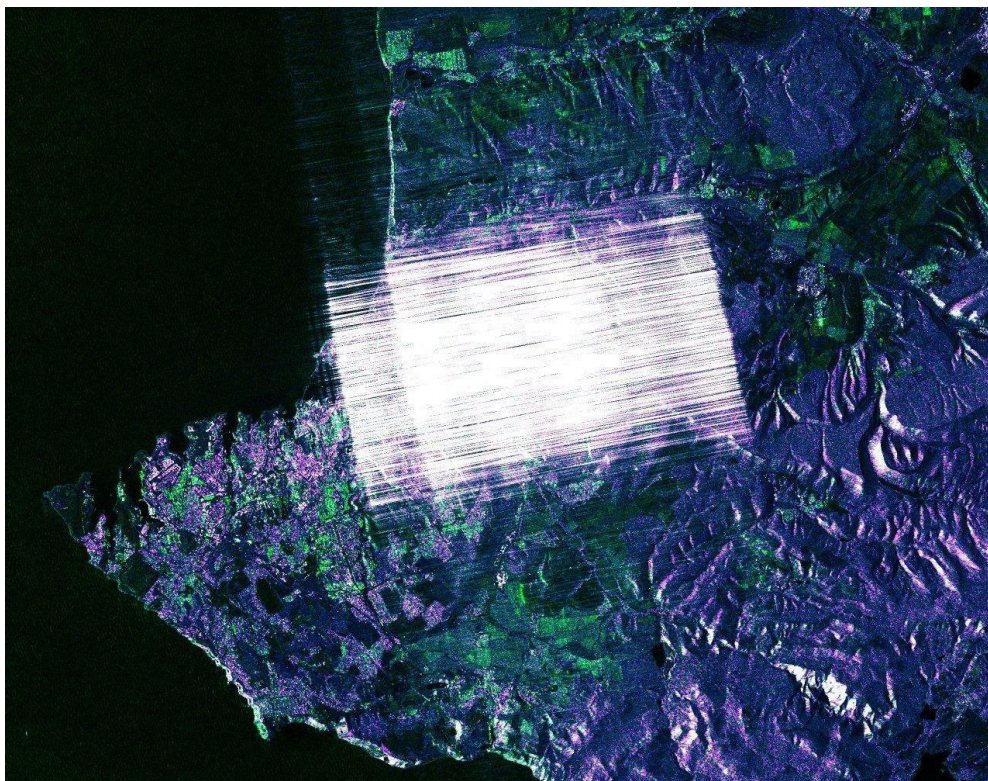


Рисунок 1.5 – Радіозображення, сформоване РСА під впливом зовнішньої завади
(взято з [26])

Деяких з наведених раніше недоліків можна позбутися переходом від однопозиційних РСА до багатопозиційних, які наразі вважаються перспективними до розвитку.

1.1.2 Багатопозиційні системи

До багатопозиційних радіотехнічних систем відносять РЛС, передавачі та приймачі яких є рознесеними у просторі на відстань, близьку або більшу за відстань «передавач-зондована поверхня» або «зондована поверхня-приймач» [42]. Водночас з точки зору РСА це лише передбачає, що передавальна та приймальна антенні системи встановлюються на окремих платформах [43].

Багатопозиційні РСА можна поділи на активні та напівактивні [44, 45]. У активних системах радар на кожній платформі у своєму складі має як передавач, так і приймач (рисунк 1.6, а). Водночас склад напівактивних систем передбачає залучення однієї платформи з передавачем або прийомопередавачем, та декількох повністю пасивних приймачів, як це показано на рисунку 1.6, б.

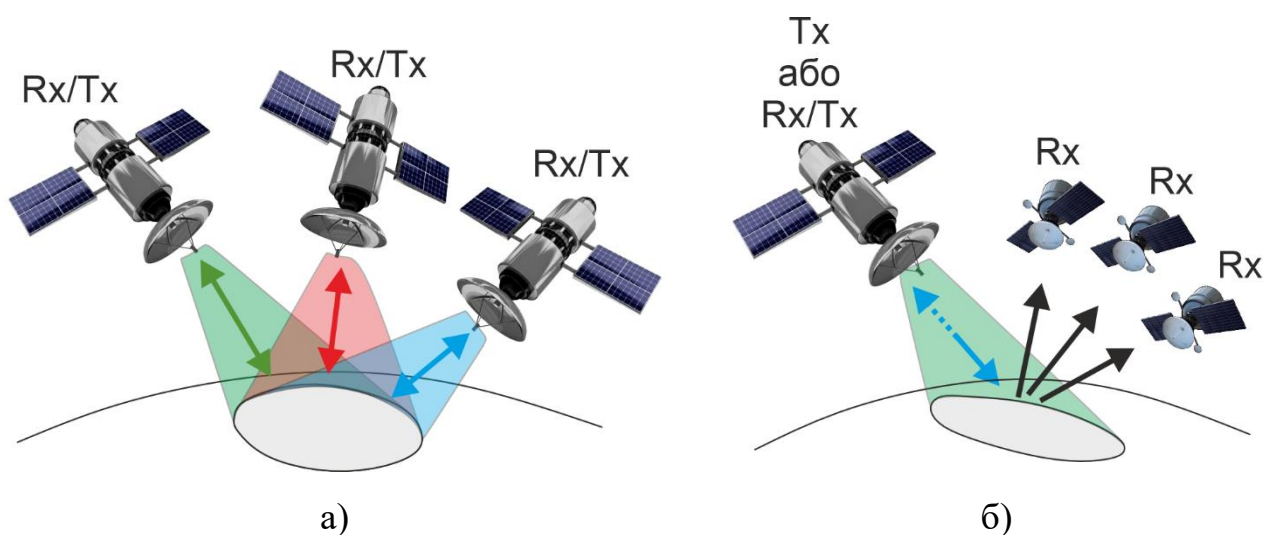


Рисунок 1.6 – Активна (а) та напівактивна (б) багатопозиційна радарна система

У загальному випадку, багатопозиційні РЛС ДЗЗ передбачають залучення довільної кількості носіїв, проте наразі найбільш поширеними та дослідженими є бістатичні системи, у яких передавач та приймач знаходяться на двох незалежних аерокосмічних носіях. Обробка інформації у таких системах значною мірою залежить від взаємоположення носіїв у просторі та їх шляхів руху. Усього виділяють три основні конфігурації, геометрії яких показані на рисунку 1.7.

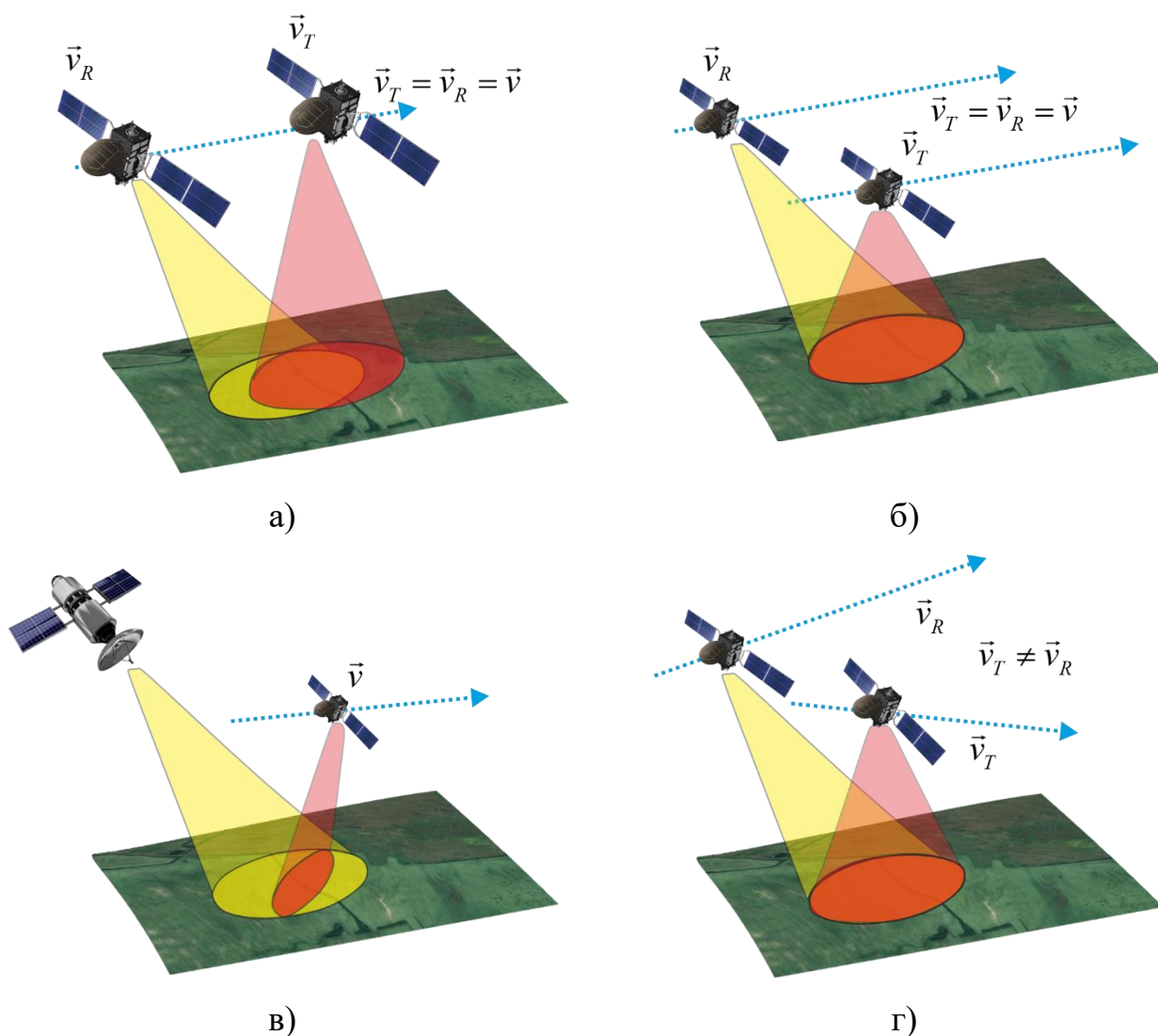


Рисунок 1.7 – Класифікація геометрій бістатичних РСА: а, б – азимутально-інваріантна з одним та двома шляхами відповідно; в – стаціонарно-рухома; г – азимутально-інваріантна

При азимутально-інваріантній конфігурації покладається, що носії передавача та приймача рухаються вздовж одного шляху з ідентичними векторами швидкості на деякій відстані один від одного (рисунок 1.7, а), або рухаються по окремим співспрямованим шляхам з однаковими векторами швидкості (рисунок 1.7, б). При стаціонарно-рухома конфігурації (рисунок 1.7, в) передбачається, що один носій переміщується у просторі, а інший – встановлено стаціонарно. При такій конфігурації стаціонарним може бути як передавач, так і приймач. Азимутально-варіантна конфігурація передбачає рух носіїв передавальної та приймальної частин РСА з різними векторами швидкості. Прикладом такої системи є бістатичний РСА LuTan-1, який представляє собою угруповування з двох супутників, працюючих в L-діапазоні частот та призначених для спостереження за деформаціями поверхні Землі [46, 47].

Теорія оброблення сигналів у бістатичних РСА наразі є досить розвиненою та висвітленою у значній кількості наукових праць [49-52]. Водночас постійно пропонуються нові алгоритми, націлені на зменшення обчислювальної складності формування радіозображень. Інтерес світових вчених до бістатичних систем пов'язаний з новими можливостями, які вони надають у порівнянні з класичними моностатичними РСА. Це стосується розширених можливостей щодо інтерферометрії, визначення рухомих об'єктів, томографії та вимірювань водних поверхонь.

Інтерферометричні системи зазвичай використовують для відновлення висот місцевості зондованої поверхні, що передбачає залучення двох рознесених антен, з яких сигнали записуються у когерентній формі. Для випадку класичних моностатичних РСА використовують два метода інтерферометрії. При першому, носій РЛС повинен пролетіти двічі по одному й тому ж маршруту, проте у такому випадку складно досягти повної ідентичності маршруту наряду з когерентністю вимірювань за часом. Інший метод передбачає встановлення двох систем на один носій, що дозволяє отримати під час одного прольоту два когерентних вимірювання. Проте розміри носія значно обмежують розмір бази між антенами, що значно впливає на точність вимірювання висот. З іншого боку, бістатичні РСА

на мають зазначених недоліків і можуть гнучко забезпечити необхідну конфігурацію двох антен для інтерферометричних вимірювань [53, 54]. На рисунку 1.8 показано приклад цифрової моделі місцевості, відновленої за допомогою супутникового угруповування TanDEM-X [55].

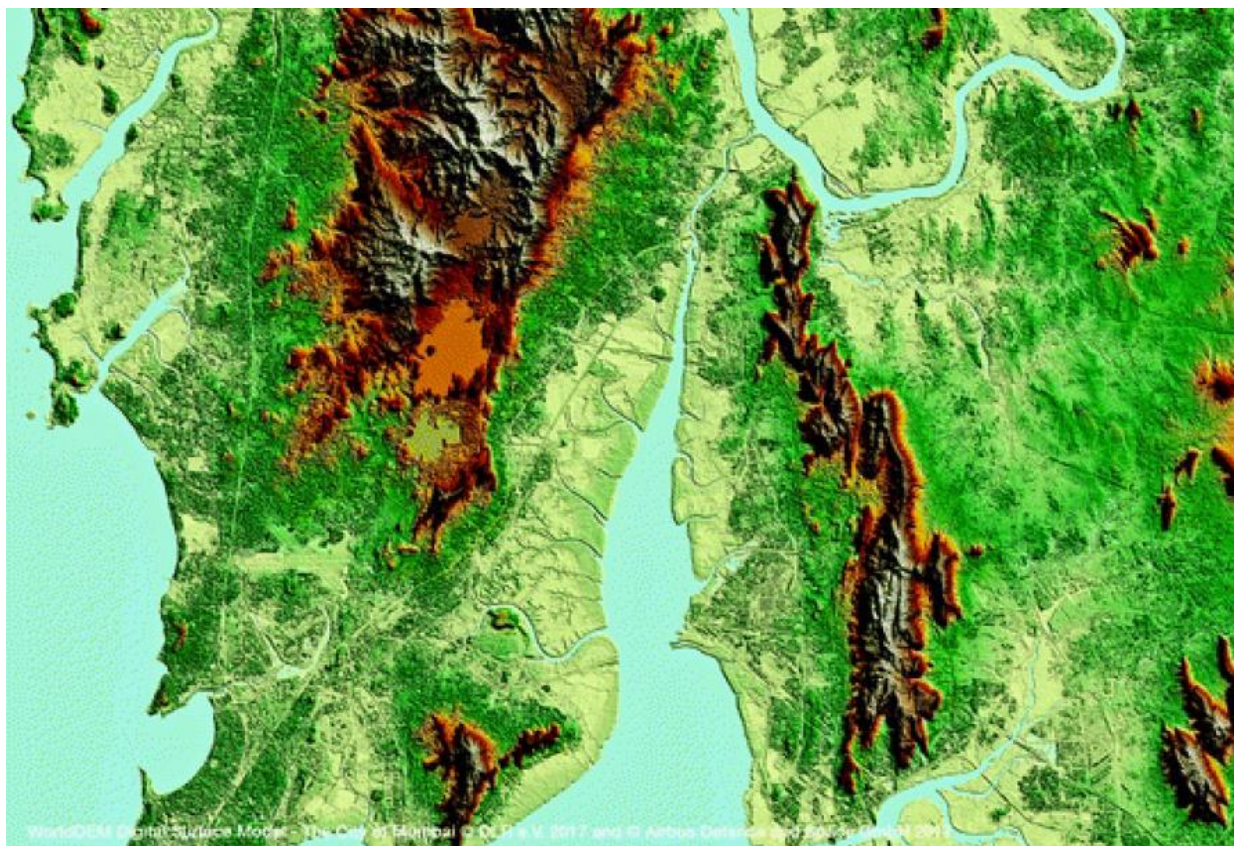


Рисунок 1.8 – Цифрова модель місцевості, побудована з залученням супутникового угруповування TanDEM-X (взято з [55])

Залучення бістатичних РСА розширює можливості щодо виявлення, дослідження та ідентифікації рухомих та стаціонарних об'єктів. Це забезпечується можливістю одночасного опромінення та спостереження відбитих сигналів з різних просторових точок, що доповнюється регулюванням напрямків діаграм спрямованості передавача та приймача. Такі РЛС дозволяють краще виявляти

об'єкти зі стелс-технологіями [56], виділяти рухомі об'єкти на фоні стаціонарних, оцінювати діелектричну проникність та шорсткість поверхні тощо.

Також перспективним є реалізація алгоритмів томографії із залученням багатопозиційного РСА. Так, інтерферометричні системи, які використовують лише інформацію про фазу отриманої інформації, не дозволяють досягти високої роздільної здатності за вистою. Водночас залучення системи з одним передавачем та великою кількістю приймачів дозволяє не лише визначити висоти окремих об'єктів, а й виконати повну 3-вимірну реконструкцію досліджуваних об'єктів з високою просторовою деталізацією. У наш час дана технологія дистанційного зондування з залученням радарів є найефективнішою для моніторингу складних територій, наприклад таких, як щільна забудова міста. На рисунку 1.9 приклад тривимірного радіозображення, отриманого томографічною обробкою інформації з супутникової системи TerraSAR-X [57]. Обробка виконана з залученням відкритого програмного пакету TomoSAR [58].

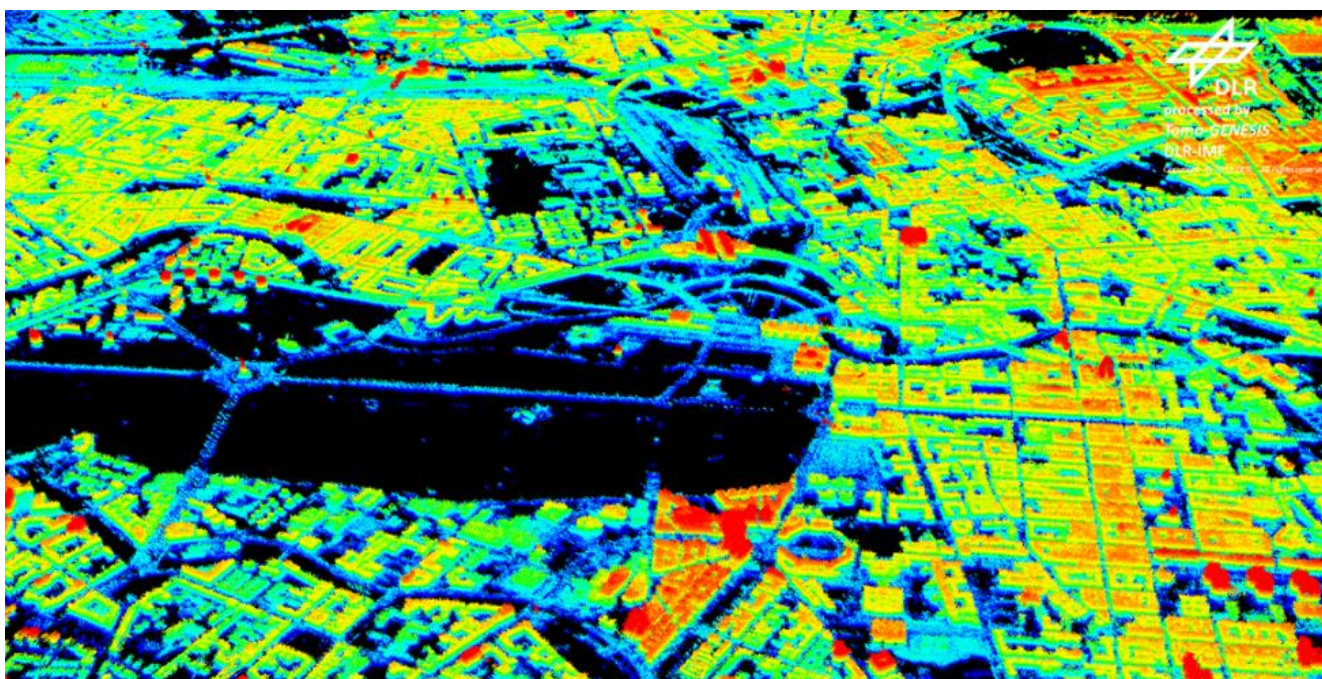


Рисунок 1.9 – Тривимірне радіозображення, отримане обробкою даних системи TerraSAR-X програмним пакетом TomoSAR (взято з [57])

До переваги багатопозиційної системи також необхідно віднести її більшу завадостійкість у порівнянні з однопозиційною, яка досягається розподіленням приймальних та передавальних елементів радару на значні відстані у просторі. Для придушення такої системи недостатньо поставати заваду лише у напрямку передавача, де для випадку класичної РСА знаходиться і приймач. Так, одночасно необхідно придушити усі приймачі радару, що на практиці зробити вкрай складно, адже якщо система працює у режимі «один передавач-багато приймачів» – виявити кожен пасивний приймач, який нічого не випромінює у навколишній простір, майже не можливо. Навіть якщо фізично вивести з ладу носій-передавач, його функціональність зможе прийняти на себе будь-який інший у випадку активної багатопозиційної системи.

Проте не зважаючи на унікальні переваги, які надають багатопозиційні системи синтезування апертури над однопозиційними, їх використання пов'язане з деякими проблемами. Головною проблемою багатопозиційних систем є синхронізація окремих носіїв у просторі, за фазою та часом [59].

Проблема синхронізації у просторі полягає у складності наведення діаграм спрямованості передавальної та приймальної частин системи на одну ділянку зондованої поверхні, що унеможлиблює виявлення приймачем сигналів, розсіяних цілями. Однак у наш час з розширеними можливостями керування параметрами діаграм спрямованості антен дану проблему навчилися ефективно вирішувати.

Наразі дослідники сконцентровані на проблемі синхронізації за часом та фазою, яка виникає через розділення гетеродинів та інших генераторів частот на приймачах та передавачах. У такому випадку частота генератора на передавачі не може повністю відповідати частоті на стороні приймача, що призводить до накопичення помилок при демодуляції сигналу приймачем та подальшого погіршення якості радіозображень, що отримуються. Наразі запропоновано багато методів задля вирішення даної проблеми. Перш за все, пропонується реалізувати безперервний дуплексний міжсупутниковий канал зв'язку, через який виконувати синхронізацію генераторів [60, 61]. Також для синхронізації можна використовувати спільний еталон часу, наприклад час глобальної супутникової

навігаційної системи GPS [62]. Третій метод базується на реалізації на стороні приймача додаткового каналу, який приймає радіоімпульс, безпосередньо випромінений передавачем, і на основі оцінки прийнятого сигналу синхронізувати генератори [63].

На рисунку 1.10 можна побачити результат наявності розсинхронізації генераторів у передавальній та приймальній частинах супутникової системи TerraSAR-X. Рисунку 1.10, а відображена матриця амплітуд сигналів безпосередньо на виході приймача [64]. Так, сигнал зсувається у вікні приймача через наявність постійного зсуву у лініях дальності. Результат постсинхронізації приймання сигналів показано на рисунку 1.10, б. Так як початок вікна приймання від початку був затриманий на декілька мікросекунд, частину даних у результаті постобробки відновити вже неможливо. Необхідно зауважити, що сучасні методи синхронізації є застосовними лише для конкретних випадків. Загального методу вирішення проблеми синхронізації наразі не існує.

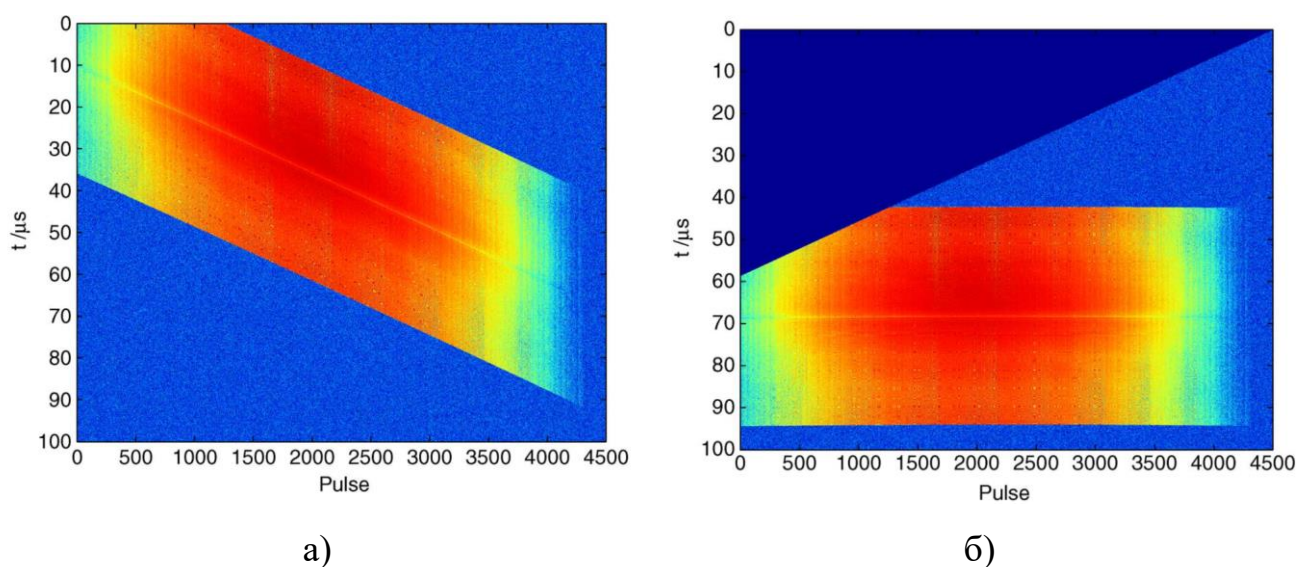


Рисунок 1.10 – Візуалізація сигналів, прийнятих системою TerraSAR-X:

а – вихідні дані; б – дані після синхронізації (взято з [64])

Наявність декількох незалежних носіїв також призводить до значної проблеми генерації опорних сигналів при реалізації алгоритмів формування

радіозображень. Сучасні швидкі методи формування опорних сигналів застосовні лише для розрахунків у частотній області. Водночас бістатичні РСА мають складну та гнучку геометрію побудови радіозображень, що робить необхідним постійно змінювати вирази для опису сигналів і ускладнює генерацію опорних сигналів у частотній області. Таким чином, формування опорних сигналів для багатопозиційних систем може виконуватися лише у часовій області. Це призводить до зниження загальної швидкодії формування радіозображень та необхідності залучення більш потужних обчислювальних систем, що не завжди є можливим у бортовому виконанні системи зондування.

У свою чергу складна геометрія багатопозиційної системи призводить і до складності формування самого радіозображення. Так, загальна затримка у часі на поширення сигналу залежить як від відстані «передавач-ціль», так і від «ціль-приймач», які у загальному випадку не є однаковими. Це робить формулу дальності складнішою за випадок однопозиційного РСА та не дозволяє використовувати класичні методи формування радіозображень. Більш того, кожна окрема конфігурацію «передавач-ціль-приймач» для отримання якісного радіозображення вимагає власного методу, розробленого саме для неї, і в більшості такий метод не буде придатним для використання у інших конфігураціях системи. Таким чином, складно визначити загальний метод формування радіозображень для всіх можливих конфігурацій багатопозиційної РСА.

Водночас багатопозиційні системи у повній мірі не вирішують проблем однопозиційних РСА. У даних системах так само присутня «мертва» зона безпосередньо під носіями, що для деяких геометрії зондування може знизити загальну ефективність формування радіозображень. Таким чином, для формування радіозображень в області надиру носія та кутах, близьких до нього (зазвичай, $\pm 15^\circ$) доцільно залучати додаткові системи. У якості доповнення доцільно розглянути системи апертурного синтезу, які наразі є розвиненими у пасивному вузькосмуговому варіанті. Проте задля доповнення існуючих РСА, доцільно розглянути можливість реалізації системи апертурного синтезу у активному

варіанті (з сигналом підсвічування) та за умови обробки широко- та надширокосмугових стохастичних сигналів. Підсвічування дозволить отримувати двома системами ідентичну з фізичним змістом інформацію щодо параметрів досліджуваної поверхні, а реалізації широкосмугової обробки сигналів у системі активного апертурного синтезу звужить функції кореляції прийнятих окремими елементами сигналів, що дозволить зменшити фізичні розміри антенної системи або підвищити роздільну здатність формованих зображень. Водночас створення таких широкосмугових активних систем вимагає розроблення нових алгоритмів оброблення сигналів та формування зображень, що першочергово вимагає деталізувати математичний опис надширокосмугових сигналів в області спостереження системи активного апертурного синтезу

1.2. Математичний опис і статистичний аналіз надширокосмугового поля в області спостереження системи активного апертурного синтезу

1.2.1 Математичний опис поля відбитих надширокосмугових сигналів в приймальній області

Для математичного опису поля відбитих надширокосмугових сигналів в приймальній області та подальшого пошуку алгоритму побудови радіолокаційних зображень з аерокосмічного носія в кутах, близьких до надиря, скористаємося геометрією задачі, зображеною на рисунку 1.11. На ньому уведено такі позначення: x, y – система координат, пов'язана з підстильною поверхнею; x', y' – система координат, пов'язана з фазовим центром приймальної антенної системи; θ_{xk}, θ_{yk} – кути між осями x', y' , та напрямком на елемент поверхні $d\vec{r}$ з центром у точці P ; D' – область спостереження, яка вважається плоскою, $\vec{r}' = (x', y') \in D'$; D – поверхня, що досліджується, $\vec{r} = (x, y) \in D$; ДФС – діаграмо-формуєча схема; \vec{r} –

радіус-вектор, спрямований до відбиваючої точки на підстильній поверхні; \vec{r}' – радіус-вектор, спрямований до положення точки спостереження в області спостереження D' ; $\left| \dot{E}(\vec{\vartheta} - \vec{\vartheta}_k) \right|$ – модуль діаграми спрямованості антенної системи, сфокусованої у напрямку $\vec{\vartheta}_k$; $R(\vec{r}, 0')$ – відстань від точки випромінювання $0'$ до елемента поверхні $d\vec{r}$ з центром у точці P ; $R(\vec{r}, \vec{r}')$ – відстань від елемента поверхні $d\vec{r}$ з центром у точці P до точки спостереження в області приймання D' .

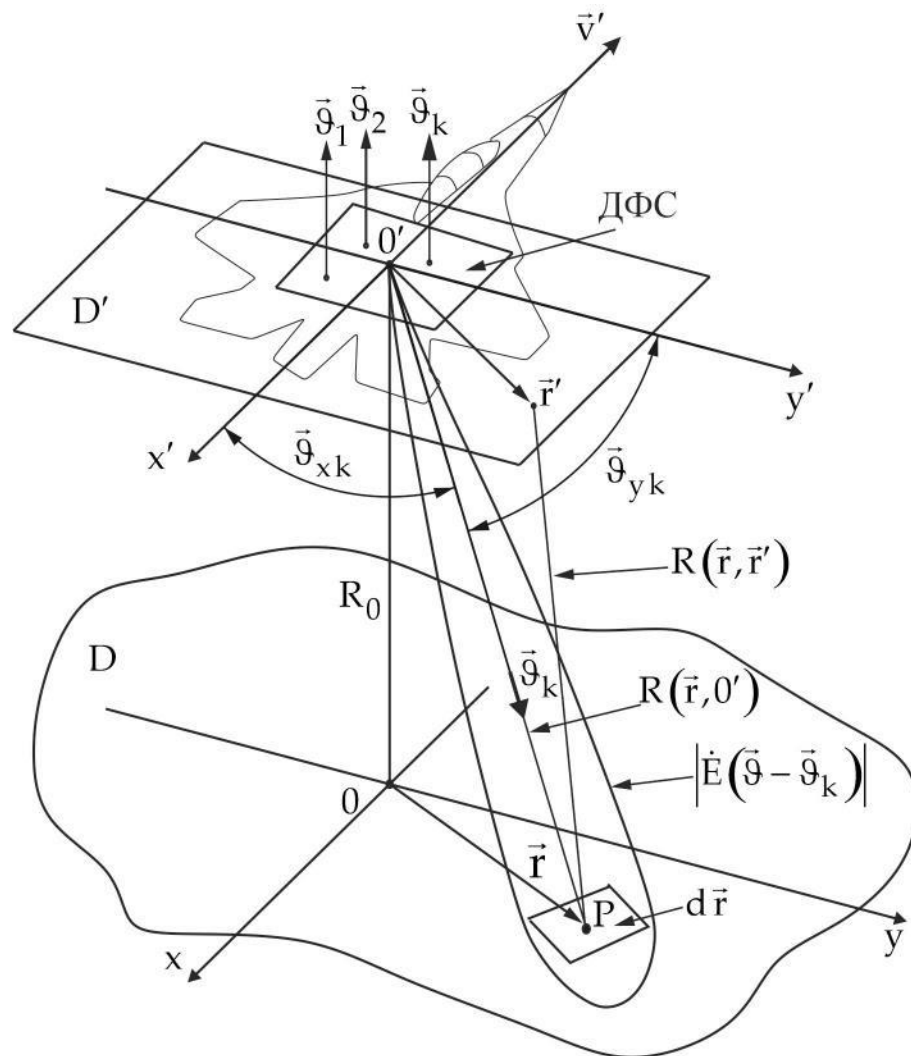


Рисунок 1.11 – Формування системою активного апертурного синтезу радіозображення підстильної поверхні в зоні під літальним апаратом.

На рисунку 1.11 досліджувана поверхня (плоска або умовно наближена до плоскої), рівномірно опромінюється (значення діаграми спрямованості передавальної антени в межах поверхні практично постійні) з точки O' активним радаром зі стохастичним надширокосмуговим зондуючим сигналом

$$s_{\text{rad}}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}_{\text{rad}}(j2\pi f) \exp(j2\pi f t) df, \quad (1.4)$$

де $\dot{S}_{\text{rad}}(j2\pi f)$ – спектр зондуючого сигналу.

На кожній частоті спектральні компоненти сигналу створюють у просторі сферичну хвилю виду $\exp(jkR)/R$, де $k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi f}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$ – хвильове число, λ – довжина хвилі.

Положення елементів підстильної поверхні, що відбивають (розсіюють), характеризуються або напрямними косинусами $\vec{\mathcal{G}} = (\mathcal{G}_x = \cos \theta_x, \mathcal{G}_y = \cos \theta_y)$, або координатами вектора $\vec{r} = (x, y) \in D$, а їх відбивна (розсіювальна) здатність – коефіцієнтами розсіювання

$$\begin{aligned} d\dot{F}(\vec{\mathcal{G}}, f) &= \dot{F}(\vec{\mathcal{G}}, f) df d\vec{\mathcal{G}}, \\ d\dot{F}(\vec{r}, f) &= \dot{F}(\vec{r}, f) df d\vec{r}, \end{aligned} \quad (1.5)$$

де $\dot{F}(\vec{r}, f) = \frac{d\dot{F}(\vec{r}, f)}{df d\vec{r}}$ і $\dot{F}(\vec{\mathcal{G}}, f) = \frac{d\dot{F}(\vec{\mathcal{G}}, f)}{df d\vec{\mathcal{G}}}$ – питомі комплексні коефіцієнти розсіювання підстильної поверхні. Дійсні та уявні частини цих коефіцієнтів у технічних задачах приймають за складові когерентних зображень підстильних поверхонь, заданих на координатній площині $(\mathcal{G}_x, \mathcal{G}_y)$ або (x, y) [65].

Когерентним зображенням поверхні називатимемо функцію, пропорційну коефіцієнту розсіювання $\dot{F}(\vec{\mathcal{G}}(\vec{r}), f)$, яка містить тільки амплітудну та фазову інформацію про розсіювальний елемент поверхні $ds = d\vec{r} = dx dy$.

Некогерентним зображенням називатимемо функцію кутових $\vec{\vartheta}$ або декартових просторових координат \vec{r} , пропорційну середній потужності (інтенсивності) сигналів, відбитих від елементів поверхні $d\vec{r}$.

Поле відбитих сигналів реєструється приймальними антенними елементами в площині D' через деякий проміжок часу $t_s = (R(O', \vec{r}) + R(\vec{r}, \vec{r}')) / c$, обумовлений затримкою хвиль під час їхнього розповсюдження зі швидкістю c від точки випромінювання O' до відбиваючого елемента $d\vec{r} = dx dy$ з координатами \vec{r} , а потім назад до антенного приймального елемента антени з координатами $\vec{r}' = (x', y') \in D'$. Відстані визначаються наступними формулами:

$$\begin{aligned} R(O', \vec{r}) &= \sqrt{R_0^2 + x^2 + y^2}, \\ R(\vec{r}, \vec{r}') &= \sqrt{R_0^2 + (x - x')^2 + (y - y')^2}. \end{aligned} \quad (1.6)$$

де R_0 – висота від точки випромінювання до підстильної поверхні у напрямку надиру.

Якщо область реєстрації поля D' порівняно невелика і розташована в дальній зоні, так що промені $O'P$ і $P\vec{r}'$ практично паралельні (зона Фраунгофера), то

$$R(\vec{r}', \vec{r}(\vec{\vartheta})) \approx R(O', \vec{r}(\vec{\vartheta})) - \vec{\vartheta} \vec{r}', \quad (1.7)$$

де $\vec{\vartheta} \vec{r}' = \vartheta_x x' + \vartheta_y y'$ – скалярний добуток векторів.

Сумарне дійсне поле, що реєструється елементом поверхні D' в точці \vec{r}' , запишемо у вигляді інтегралу за сигналами, перевипроміненими поверхнею D (у межах сектору огляду, що описується векторами напрямних косинусів $\vec{\vartheta} \in \Theta$):

$$\begin{aligned} s(\vec{r}', t) &= \int_{\Theta} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{R(O', \vec{r}(\vec{\vartheta})) R(\vec{r}(\vec{\vartheta}), \vec{r}')} \dot{S}_{\text{rad}}(j2\pi f) \dot{F}(\vec{\vartheta}, f) \times \\ &\times \exp \left\{ j2\pi f \left[t - 2c^{-1} R(O', \vec{r}(\vec{\vartheta})) + \vec{\vartheta} \vec{r}' c^{-1} \right] \right\} df d\vec{\vartheta} \approx \end{aligned}$$

$$\approx \int_{\Theta=-\infty}^{\infty} \frac{1}{R^2(0', \vec{r}(\vec{\mathcal{G}}))} \dot{S}_{\text{rad}}(j2\pi f) \dot{F}(\vec{\mathcal{G}}, f) \times \\ \times \exp\left\{j2\pi f \left[t - 2c^{-1}R(0', \vec{r}(\vec{\mathcal{G}})) + \vec{\mathcal{G}}\vec{r}'c^{-1}\right]\right\} df d\vec{\mathcal{G}},$$

де $d\vec{\mathcal{G}} = d\mathcal{G}_x d\mathcal{G}_y$;

$\dot{F}(\vec{\mathcal{G}}, f)$ – симетрична функція частоти f .

Множник $\exp\left\{-j4\pi f c^{-1}R(0', \vec{r}(\vec{\mathcal{G}}))\right\}$ зазвичай невизначений, оскільки важко знайти відстань $R(0', \vec{r}(\vec{\mathcal{G}}))$ із точністю до довжини хвилі. Його включимо у функцію $\dot{F}(\cdot)$, оскільки у результаті зазвичай знаходять не її комплексні значення, а модуль або середнє квадрата модуля. Для спрощення математичних перетворень множник ослаблення $R^{-2}(0', \vec{r}(\vec{\mathcal{G}}))$, а також характеристики інтенсивності випромінювання і діаграми спрямованості передавальної антени активної РЛС включимо у функцію

$$\dot{S}(j2\pi f) = R^{-2}(0', \vec{r}(\vec{\mathcal{G}})) \dot{S}_{\text{rad}}(j2\pi f). \quad (1.8)$$

Тоді поле в деякій точці \vec{r}' приймальної апертури запишемо у вигляді:

$$s(\vec{r}', t) = \text{Re} \int_{\Theta=0}^{\infty} \dot{S}(j2\pi f) \dot{F}(\vec{\mathcal{G}}, f) \exp\left\{j2\pi f \left[t + c^{-1}\vec{\mathcal{G}}\vec{r}'\right]\right\} df d\vec{\mathcal{G}}. \quad (1.9)$$

Врахуємо, що область визначення функції $\dot{F}(\vec{\mathcal{G}}, f)$ за змінною $\vec{\mathcal{G}}$ є колом $\mathcal{G}_x^2 + \mathcal{G}_y^2 \leq 1$, і формально поширимо межі інтегрування до $\pm\infty$ (тобто вважаємо, що $\dot{F}(\vec{\mathcal{G}}, f)$ за межами області, обмеженої сектором $\mathcal{G}_x^2 + \mathcal{G}_y^2 \leq 1$, існує, але дорівнює

нулю). У результаті отримаємо два взаємно оборотних [66-68] перетворення $V_F^{-1}\{\cdot\}$ і $V_F\{\cdot\}$ функції $\dot{S}\dot{F}(\vec{\mathcal{G}}, f) = \dot{S}(j2\pi f)\dot{F}(\vec{\mathcal{G}}, f)$:

$$\begin{aligned} s(\vec{r}', t) &= V_F^{-1}\{\dot{S}\dot{F}(\vec{\mathcal{G}}, f)\} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}\dot{F}(\vec{\mathcal{G}}, f) \exp\{j2\pi f[t + c^{-1}\vec{\mathcal{G}}\vec{r}']\} df d\vec{\mathcal{G}}, \\ f^{-2}c^2\dot{S}\dot{F}(\vec{\mathcal{G}}, f) &= V_F\{s(\vec{r}', t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} s(\vec{r}', t) \exp\{-j2\pi f(t + c^{-1}\vec{\mathcal{G}}\vec{r}')\} dt d\vec{r}'. \end{aligned} \quad (1.10)$$

Другу формулу отримаємо множенням лівої і правої частин першої з формул (1.10) на комплексно-спряжену функцію $\exp\{-j2\pi f_1(t + c^{-1}\vec{\mathcal{G}}_1\vec{r}')\}$ та інтегруючи її в нескінченних межах за змінними $\vec{r}' = \|x', y'\|$, t . Водночас необхідно врахувати рівність

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left\{j2\pi[f - f_1]t + j2\pi \frac{(f\vec{\mathcal{G}} - f_1\vec{\mathcal{G}}_1)}{c} \vec{r}'\right\} dt d\vec{r}' = c^2 f^{-2} \delta(f - f_1) \delta(\vec{\mathcal{G}} - \vec{\mathcal{G}}_1), \quad (1.11)$$

$$\delta(\vec{\mathcal{G}} - \vec{\mathcal{G}}_1) = \delta(\mathcal{G}_x - \mathcal{G}_{x1}) \delta(\mathcal{G}_y - \mathcal{G}_{y1}),$$

$$d\vec{r}' = dx' dy',$$

де $\delta(\cdot)$ – дельта-функція Дірака за кутовими змінними, інтегральне подання для якої

$$\text{має вигляд } \delta(\xi) = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(j2\pi \xi \nu) d\nu.$$

Ці V_F -перетворення не є перетвореннями Фур'є в класичному поданні через комплексні експоненти як базисні функції, оскільки у другому доданку під знаком експоненти співмножники f і $\vec{\mathcal{G}}$ (часові та просторові частоти) є нероздільними. Однак їх можна звести до послідовного застосування часового і просторового перетворень Фур'є і розглядати як узагальнення цих перетворень. Властивості

перетворень $V_F\{\cdot\}$ і $V_F^{-1}\{\cdot\}$ багато у чому подібні до властивостей перетворень Фур'є.

Розглянемо комплексний аналітичний процес

$$\dot{s}(\vec{r}', t) = s(\vec{r}', t) + js_{\perp}(\vec{r}', t). \quad (1.12)$$

У (1.12) $s_{\perp}(\vec{r}', t)$ – процес, пов'язаний за змінною t з процесом $s(\vec{r}', t)$ перетворенням Гільберта. Особливість комплексного процесу $\dot{s}(\vec{r}', t)$ полягає в тому, що його спектральна густина $\dot{A}(\vec{\vartheta}, f)$, на відміну від спектральної густини процесу $s(\vec{r}', t)$, є односторонньою (подвоєна за абсолютним значенням у позитивній області змінної f і дорівнює нулю за умови $f < 0$). Тоді

$$\dot{s}(\vec{r}', t) = 2 \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}\dot{F}(\vec{\vartheta}, f) \exp\{j2\pi f[t + c^{-1}\vec{\vartheta}\vec{r}']\} d\vec{\vartheta} df. \quad (1.13)$$

Враховуючи, що $\dot{S}\dot{F}(\vec{\vartheta}, f) = 0$ при $f < 0$, формально можна поширити нижню межу інтегрування за змінною f до $-\infty$:

$$\dot{s}(\vec{r}', t) = 2V_F^{-1}\{\dot{S}\dot{F}(\vec{\vartheta}, f)\}. \quad (1.14)$$

Як і під час доведення (7), помножимо обидві частини рівності (10) на спряжену функцію $\exp\{-j2\pi f_1(\tau + c^{-1}\vec{\vartheta}_1\vec{r}')\}$, проінтегруємо за змінними \vec{r}' і t в нескінченних межах, та отримаємо

$$V_F\{\dot{s}(\vec{r}', t)\} = 2f^{-2}c^2\dot{S}\dot{F}(\vec{\vartheta}, f). \quad (1.15)$$

1.2.2 Модель стохастичного надширокосмугового зондуючого сигналу

Шумоподібний сигнал, що випромінюється (зондуючий), будемо вважати відрізком гаусового стаціонарного процесу тривалістю T з енергетичним спектром

$$G_{\text{rad}}(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\left\langle \left| \dot{s}_{\text{rad}}(j2\pi f) \right|^2 \right\rangle}{T}. \quad (1.16)$$

Відповідно до теореми Хинчина-Вінера [70].

$$G_{\text{rad}}(f) = \mathcal{F}\{R_{\text{rad}}(\tau)\}, \quad R_{\text{rad}}(\tau) = \mathcal{F}^{-1}\{G_{\text{rad}}(f)\},$$

де $\mathcal{F}\{\cdot\}$ і $\mathcal{F}^{-1}\{\cdot\}$ – операторна форма запису прямого і оберненого перетворень Фур'є;

$\langle \cdot \rangle$ – оператор статистичного усереднення;

$$R_{\text{rad}}(\tau) = \langle s_{\text{rad}}(t_1) s_{\text{rad}}(t_2) \rangle;$$

$$t_1 - t_2 = \tau.$$

Дисперсія зондувального процесу σ^2 (середня потужність P_{av} , інтенсивність I) можуть бути представлені у наступному вигляді:

$$\begin{aligned} \sigma^2 = P_{\text{av}} = I = R_{\text{rad}}(0) &= \mathcal{F}^{-1}\{G_{\text{rad}}(f)\} \Big|_{\tau=0} = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} G_{\text{rad}}(f) \exp(j2\pi f \tau) df \Big|_{\tau=0} = \int_{-\infty}^{\infty} G_{\text{rad}}(f) df. \end{aligned} \quad (1.17)$$

Таким чином, основними характеристиками випромінюваного сигналу є кореляційна функція $R_{\text{rad}}(\tau)$, енергетичний спектр (спектральна густина потужності (СГП)) $G_{\text{rad}}(f)$ і середня потужність P_{av} (див. (1.17)).

Однією з властивостей спектральної густини комплексної амплітуди $\dot{S}_{\text{rad}}(j2\pi f_1)$ надширокосмугового стохастичного процесу є його некорельованість на сусідніх частотах. Ця властивість описується виразом

$$\langle \dot{S}_{\text{rad}}(j2\pi f_1) \dot{S}_{\text{rad}}^*(j2\pi f_2) \rangle = G_{\text{rad}}(f_1) \delta(f_1 - f_2). \quad (1.18)$$

Для доведення цієї властивості підставимо в праву частину рівності (1.18) відповідні образи Фур'є зонduючого сигналу

$$\begin{aligned} \langle \dot{S}_{\text{rad}}(j2\pi f_1) \dot{S}_{\text{rad}}^*(j2\pi f_2) \rangle &= \left\langle \int_{-\infty}^{\infty} s_{\text{rad}}(t) \exp(-j2\pi f_1 t) dt \int_{-\infty}^{\infty} s_{\text{rad}}(t) \exp(j2\pi f_2 t) dt \right\rangle = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \langle s_{\text{rad}}(t_1) s_{\text{rad}}(t_2) \rangle \exp[j2\pi(f_2 t_2 - f_1 t_1)] dt_1 dt_2 = |t_1 - t_2 = \tau| = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} R_{\text{rad}}(\tau) \exp(-j2\pi f_1 \tau) \exp[-j2\pi(f_1 - f_2)t_2] d\tau dt_2 = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} R_{\text{rad}}(\tau) \exp(-j2\pi f_1 \tau) d\tau \int_{-\infty}^{\infty} \exp[-j2\pi(f_1 - f_2)t_2] dt_2. \end{aligned}$$

Перший доданок відповідно до теореми Хинчина-Вінера дорівнює СГП $G_{\text{rad}}(f_1)$, другий – дельта-функції Дірака:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-j2\pi(f_1 - f_2)t_2) dt_2 = \delta(f_1 - f_2). \quad (1.19)$$

Таким чином, вираз (1.18) є доведеним.

1.2.3 Статистичний опис сигналів в області спостереження

Комплексний коефіцієнт розсіювання $\dot{F}(\vec{\mathcal{Q}}, f)$ вважаємо статистично неоднорідною випадковою функцією кутових $\vec{\mathcal{Q}}(\vec{r})$ або пов'язаних з ними декартових \vec{r} координат елементів підстильної поверхні D . Для більшості реальних земних покривів (трави, чагарника, листяного покриву, кам'янистого ґрунту тощо) з розмірами нерівностей, які істотно перевищують довжину хвилі, радіус кореляції функції $\dot{F}(\vec{\mathcal{Q}}, f)$ значно менший за ширину функції невизначеності радара, яка визначає його роздільну здатність. Це дає можливість вважати значення функції $\dot{F}(\vec{\mathcal{Q}}, f)$ за різних значень змінних $\vec{\mathcal{Q}}$ і \vec{r} некорельованими:

$$\langle \dot{F}(\vec{\mathcal{Q}}_1, f) \dot{F}^*(\vec{\mathcal{Q}}_2, f) \rangle = \sigma^0(\vec{\mathcal{Q}}_1, f) \delta(\vec{\mathcal{Q}}_1 - \vec{\mathcal{Q}}_2), \quad (1.20)$$

де $\sigma^0(\vec{\mathcal{Q}}_1, f)$ – дисперсія статистично неоднорідного комплексного випадкового процесу $\dot{F}(\vec{\mathcal{Q}}, f)$

Значення дисперсії $\sigma^0(\vec{\mathcal{Q}}_1, f)$ близьке до зворотного ефективного перерізу розсіювання [65] поверхні або питомої ефективної поверхні розсіювання (ЕПР). Питома ЕПР – безрозмірна величина, пропорційна коефіцієнту відбиття сигналів за потужністю від елементів поверхні.

Також знайдемо статистичне середнє добутку $\langle \dot{S}\dot{F}(\vec{\mathcal{Q}}_1, f_1) \dot{S}\dot{F}^*(\vec{\mathcal{Q}}_2, f_2) \rangle$ параметру $\dot{S}\dot{F}(\vec{\mathcal{Q}}, f)$, який було введено у (1.9). Для цього скористаємося формулою розмикання середнього:

$$\begin{aligned}
\left\langle \dot{S}\dot{F}(\vec{\mathcal{Q}}_1, f_1) \dot{S}^* \dot{F}^*(\vec{\mathcal{Q}}_2, f_2) \right\rangle &= \left\langle \dot{S}(j2\pi f_1) \dot{F}(\vec{\mathcal{Q}}_1, f_1) \dot{S}^*(j2\pi f_2) \dot{F}^*(\vec{\mathcal{Q}}_2, f_2) \right\rangle = \\
&= \left\langle \dot{S}(j2\pi f_1) \dot{S}^*(j2\pi f_2) \right\rangle \left\langle \dot{F}(\vec{\mathcal{Q}}_1, f) \dot{F}^*(\vec{\mathcal{Q}}_2, f_2) \right\rangle = \\
&= G\sigma^0(\vec{\mathcal{Q}}_1, f_1) \delta(\vec{\mathcal{Q}}_1 - \vec{\mathcal{Q}}_2) \delta(f_1 - f_2),
\end{aligned} \tag{1.21}$$

у якій враховано статистичну незалежність випадкових функцій $\dot{F}(\vec{\mathcal{Q}}, f)$ і $\dot{S}(j2\pi f)$, а також уведено позначення

$$G\sigma^0(\vec{\mathcal{Q}}, f) = G(f) \sigma^0(\vec{\mathcal{Q}}, f) \tag{1.22}$$

і за аналогією з (1.18) використано рівність

$$\left\langle \dot{S}(j2\pi f_1) \dot{S}^*(j2\pi f_2) \right\rangle = G(f_1) \delta(f_1 - f_2). \tag{1.23}$$

З аналізу (1.23) можна зробити висновок, що енергетика відбитого сигналу в неявному вигляді зосереджена в СГП $G(f)$. Середню потужність (дисперсію, інтенсивність) відбитих сигналів розраховуємо за формулою, аналогічною до (1.17).

1.2.4 Кореляційна функція і комплексна функція когерентності поля $\dot{s}(\vec{r}', t)$ в області спостереження $\vec{r}' \in D'$

Просторово-часова кореляційна функція $R(\Delta\vec{r}', \tau)$ (інша назва – функція взаємної когерентності), $\Delta\vec{r}' = \vec{r}'_1 - \vec{r}'_2$, $\tau = t_1 - t_2$ стаціонарного й однорідного процесу $s(\vec{r}', t)$ і функція $G\sigma^0(\vec{\mathcal{Q}}_1, f_1)$ пов'язані між собою парою перетворень V_F і V_F^{-1} наступним чином:

$$\begin{aligned} R(\Delta\vec{r}', \tau) &= \langle s(\vec{r}'_1, t_1) s(\vec{r}'_2, t_2) \rangle = V_F^{-1} \left\{ G\sigma^0(\vec{\mathcal{Q}}_1, f_1) \right\} = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} G\sigma^0(\vec{\mathcal{Q}}_1, f_1) \exp \left\{ j2\pi f \left(\tau + c^{-1} \vec{\mathcal{Q}} \Delta\vec{r}' \right) \right\} df d\vec{\mathcal{Q}}, \end{aligned} \quad (1.24)$$

$$\begin{aligned} f^{-2} c^2 G\sigma^0(\vec{\mathcal{Q}}_1, f_1) &= V_F \left\{ R(\Delta\vec{r}', \tau) \right\} = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} R(\Delta\vec{r}', \tau) \exp \left\{ -j2\pi f \left(\tau + c^{-1} \vec{\mathcal{Q}} \Delta\vec{r}' \right) \right\} d\tau d\Delta\vec{r}'. \end{aligned} \quad (1.25)$$

Праву частину формули (1.24) отримуємо шляхом безпосереднього підставлення в її ліву частину виразу (1.10) з урахуванням рівності (1.21):

$$\begin{aligned} R(\tau, \Delta\vec{r}') &= \langle s(\vec{r}', t) s(\vec{r}' - \Delta\vec{r}', t - \tau) \rangle = \\ &= \left\langle \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}\dot{F}(\vec{\mathcal{Q}}, f) \exp \left\{ j2\pi f_1 \left(t + c^{-1} \vec{\mathcal{Q}}_1 \vec{r}' \right) \right\} df_1 d\vec{\mathcal{Q}}_1 \times \right. \\ &\quad \left. \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}^* \dot{F}^*(\vec{\mathcal{Q}}, f) \exp \left\{ -j2\pi f_2 \left[t - \tau + c^{-1} \vec{\mathcal{Q}}_2 (\vec{r}' - \Delta\vec{r}') \right] \right\} df_2 d\vec{\mathcal{Q}}_2 \right\rangle = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} G\sigma^0(\vec{\mathcal{Q}}_1, f_1) \delta(f_1 - f_2) \delta(\vec{\mathcal{Q}}_1 - \vec{\mathcal{Q}}_2) \exp \left\{ j2\pi \left[f_1 t - f_2 (t - \tau) \right] \right\} \times \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times \exp \left\{ j2\pi \left[f_1 c^{-1} \vec{\mathcal{G}}_1 \vec{r}' - f_2 c^{-1} \vec{\mathcal{G}}_2 (\vec{r}' - \Delta \vec{r}') \right] \right\} df_1 d\vec{\mathcal{G}}_1 df_2 d\vec{\mathcal{G}}_2 = \\ & = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} G\sigma^0(\vec{\mathcal{G}}_1, f_1) \exp \left\{ j2\pi f_1 (\tau + c^{-1} \vec{\mathcal{G}}_1 \Delta \vec{r}') \right\} df_1 d\vec{\mathcal{G}}_1. \end{aligned}$$

Необхідно зазначити, що знак комплексного спряження не впливає на дійсний характер функції $s(\vec{r}' - \Delta \vec{r}', t - \tau)$.

У результаті перетворень запишемо:

$$\begin{aligned} R(\tau, \Delta \vec{r}') &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} G\sigma^0(\vec{\mathcal{G}}_1, f_1) \exp \left\{ j2\pi f (\tau + c^{-1} \vec{\mathcal{G}} \Delta \vec{r}') \right\} df d\vec{\mathcal{G}} = \\ &= V_F^{-1} \left\{ G\sigma^0(\vec{\mathcal{G}}_1, f_1) \right\}. \end{aligned}$$

Рівняння (1.25) можна доказати, безпосередньо підставивши в нього праву частину (1.24) з використанням (1.11).

Тут $G\sigma^0(\vec{\mathcal{G}}_1, f_1)$ – це двостороння і парна функція f (як і в теорії спектральних перетворень випадкових функцій однієї змінної t).

Для комплексно-спряжених аналітичних стаціонарних і однорідних процесів $\dot{s}(\vec{r}'_1, t_1)$ і $\dot{s}^*(\vec{r}'_2, t_2)$ взаємну просторово-часову кореляційну функцію $\dot{\Gamma}(\Delta \vec{r}', f)$ (комплексну функцію взаємної когерентності) знаходимо, застосовуючи до односторонньої (дорівнює нулю при $f < 0$) спектральної функції $G\sigma^0(\vec{\mathcal{G}}, f)$ перетворення V_F . Справедливе і обернене твердження

$$\begin{aligned} \dot{\Gamma}(\Delta \vec{r}', \tau) &= \left\langle \dot{s}(\vec{r}'_1, t_1) \dot{s}^*(\vec{r}'_2, t_2) \right\rangle = 4V_F^{-1} \left\{ G\sigma^0(\vec{\mathcal{G}}, f) \right\}, \\ 4f^{-2} c^2 \left\{ G\sigma^0(\vec{\mathcal{G}}, f) \right\} &= V_F \left\{ \dot{\Gamma}(\Delta \vec{r}', \tau) \right\}. \end{aligned} \tag{1.26}$$

Перша формула в (1.26) доводиться підстановкою в її ліву частину (1.14) і використанням (1.21). Для отримання другої формули (1.26) – потрібно до першої застосувати $V_F\{\cdot\}$ перетворення і врахувати (1.11). Також необхідно прийняти до уваги, що одностороння ($f > 0$) спектральна функція $\dot{S}\dot{F}(\vec{\mathcal{G}}, f)$ комплексного аналітичного процесу $\dot{s}(\vec{r}', t) = \dot{s}(\vec{r}', t) + j\dot{s}_\perp(\vec{r}', t)$ подвоєна за амплітудою, і рівність (1.21) тут слід подавати в такому вигляді

$$\left\langle 2\dot{S}\dot{F}(\vec{\mathcal{G}}_1, f_1) 2\dot{S}^*\dot{F}^*(\vec{\mathcal{G}}_2, f_2) \right\rangle = 4G\sigma^0(\vec{\mathcal{G}}_1, f_1)\delta(\vec{\mathcal{G}}_1 - \vec{\mathcal{G}}_2)\delta(f_1 - f_2).$$

Ці результати узагальнюють теорему Ван Циттерта-Церніке для аналізу широкопasmового і надширокопasmового випромінювання в дальній зоні Фраунгофера. У пасивній радіолокації та радіоастрономії ця теорема стосується обробки власного радіотеплового випромінювання нагрітих тіл і передбачає виконання квазімонохроматичного наближення (КМН) [69].

З наведених вище положень, теорема Ван Циттерта-Церніке в її класичному варіанті впливає як узагальнених викладок. Це можна довести наступним чином. Умову виконання КМН сформулюємо так:

$$\frac{\Delta F \vec{\mathcal{G}}_{\max} \vec{r}'_{\max}}{c} \ll 1. \quad (1.27)$$

де ΔF – ширина спектра частот зондувального сигналу.

Вона виконується в тому випадку, коли можна знехтувати затримкою обвідної вузькопasmового процесу у двох крайніх точках апертури антенної системи:

$$\Delta t_{\max} = c^{-1} \vec{\mathcal{G}}_{\max} \vec{r}'_{\max} \ll \frac{1}{\Delta F}.$$

Для вузькосмугового процесу можна вважати, що

$$2\pi f \Delta t \approx 2\pi f_0 \Delta t.$$

Тоді у відповідних показниках експонент розглянутих вище виразів можна зробити наступну заміну

$$\Delta\varphi(\vec{\mathcal{G}}, \vec{r}') = 2\pi f c^{-1} \vec{\mathcal{G}} \vec{r}' \approx 2\pi f_0 c^{-1} \vec{\mathcal{G}} \vec{r}'. \quad (1.28)$$

У такому випадку V_F -перетворення стають звичайними багатовимірними перетвореннями Фур'є.

Уведемо поняття кутової густини інтенсивності відбитого сигналу:

$$I(\vec{\mathcal{G}}) = \int_{-\infty}^{\infty} 4G\sigma^0(\vec{\mathcal{G}}, f) df \left[\text{Вт}/(\text{ср} \cdot \text{м}^2) \right]. \quad (1.29)$$

Для вузькосмугових аналітичних сигналів, що задовольняють умові (1.27), спектр яких є одностороннім і зосереджений в околиці резонансної частоти f_0

$$G\sigma^0(\vec{\mathcal{G}}, f) = \begin{cases} G\sigma^0(\vec{\mathcal{G}}, f - f_0), & f \geq 0, \\ 0, & f < 0, \end{cases} \quad (1.30)$$

на підставі (1.28) при скалярному добутку просторових змінних $\vec{\mathcal{G}}, \Delta\vec{r}'$ допустимо замість співмножника f ставити співмножник f_0 . Тоді вираз (1.26) можна записати у такому вигляді:

$$\begin{aligned}\dot{I}(\tau, \Delta\vec{r}') &= 4V_F^{-1} \left\{ G\sigma^0(\vec{\mathcal{G}}, f) \right\} = 4 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} G\sigma^0(\vec{\mathcal{G}}, f) \exp\left\{ j2\pi f(\tau + c^{-1}\vec{\mathcal{G}}\Delta\vec{r}') \right\} df d\vec{\mathcal{G}} \approx \\ &\approx 4 \int_{-\infty(\Theta)}^{\infty} \left\{ \int_{-\infty(F)}^{\infty} G\sigma^0(\vec{\mathcal{G}}, f - f_0) \exp(j2\pi f\tau) df \right\} \exp(j2\pi f_0 c^{-1}\vec{\mathcal{G}}\Delta\vec{r}') d\vec{\mathcal{G}}.\end{aligned}$$

У такому випадку перетворення $V_F^{-1}\{\cdot\}$ стає класичним оберненим тривимірним (один із вимірів – час) перетворенням Фур'є.

У випадку $\tau = 0$ і $\Delta\vec{r}' = 0$ маємо:

$$\dot{I}(\tau, \Delta\vec{r}') \Big|_{\tau=0, \Delta\vec{r}'=0} = 4 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} G\sigma^0(\vec{\mathcal{G}}, f) df d\vec{\mathcal{G}} = \int_{-\infty}^{\infty} I(\vec{\mathcal{G}}) d\vec{\mathcal{G}}, \left[\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2} \right]. \quad (1.31)$$

Просторова складова комплексної функції когерентності (при $\tau = 0$) пов'язана з інтенсивністю $I(\vec{\mathcal{G}})$ просторовим двовимірним перетворенням Фур'є:

$$\begin{aligned}\dot{I}(0, \Delta\vec{r}') &= 4 \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} G\sigma^0(\vec{\mathcal{G}}, f) df \right\} \exp(j2\pi f_0 c^{-1}\vec{\mathcal{G}}\Delta\vec{r}') d\vec{\mathcal{G}} = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} I(\vec{\mathcal{G}}) \exp(j2\pi f_0 c^{-1}\vec{\mathcal{G}}\Delta\vec{r}') d\vec{\mathcal{G}}.\end{aligned} \quad (1.32)$$

Помножимо ліву і праву частини формули (1.32) на $\exp(-j2\pi f_0 c^{-1}\vec{\mathcal{G}}_1 \Delta\vec{r}')$ і проінтегруємо за змінною $\Delta\vec{r}'$:

$$\begin{aligned}&\int_{-\infty}^{\infty} \dot{I}(0, \Delta\vec{r}') \exp(-j2\pi f_0 c^{-1}\vec{\mathcal{G}}_1 \Delta\vec{r}') d\Delta\vec{r}' = \\ &= \int_{-\infty(D')}^{\infty} \int_{-\infty(\Theta)}^{\infty} I(\vec{\mathcal{G}}) \exp(j2\pi f_0 c^{-1}\vec{\mathcal{G}}\Delta\vec{r}') \exp(-j2\pi f_0 c^{-1}\vec{\mathcal{G}}_1 \Delta\vec{r}') d\vec{\mathcal{G}} d\Delta\vec{r}' =\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \int_{-\infty(\Theta)}^{\infty} I(\vec{\mathcal{G}}) \int_{-\infty(D')}^{\infty} \exp\left[j2\pi f_0 c^{-1}(\vec{\mathcal{G}} - \vec{\mathcal{G}}_1) \Delta \vec{r}'\right] d\Delta \vec{r}' d\vec{\mathcal{G}} = \\
&= (f_0/c)^{-2} \int_{-\infty(\Theta)}^{\infty} I(\vec{\mathcal{G}}) \delta(\vec{\mathcal{G}} - \vec{\mathcal{G}}_1) d\vec{\mathcal{G}} = (f_0/c)^{-2} I(\vec{\mathcal{G}}).
\end{aligned}$$

Тоді останні дві формули можна записати у такому вигляді:

$$\begin{aligned}
(f_0/c)^{-2} I(\vec{\mathcal{G}}) &= \mathcal{F}\{\dot{I}(0, \Delta \vec{r}')\}, \\
\dot{I}(0, \Delta \vec{r}') &= \mathcal{F}^{-1}\{I(\vec{\mathcal{G}})\}.
\end{aligned} \tag{1.33}$$

Вони відповідають класичній теоремі Ван Циттерта-Церніке для вузькосмугових сигналів, яка стверджує, що просторова складова комплексної функції когерентності та кутова густина інтенсивності пов'язані парою двовимірних перетворень Фур'є.

Таким чином, застосування $V_F\{\cdot\}$ -перетворень відновлює $G\sigma^0(\vec{\mathcal{G}}, f)$, і $I(\vec{\mathcal{G}})$ незалежно від виконання умови КМН. Але за виконання умови КМН відновлення $I(\vec{\mathcal{G}})$ можливе тільки за просторовою складовою комплексної функції когерентності $\dot{I}(0, \Delta \vec{r}')$ шляхом застосуванням до неї операції двовимірного просторового перетворення Фур'є.

Необхідно зазначити, що заміна f на f_0 можлива тільки при описі вузькосмугових аналітичних сигналів і відповідних комплексних функцій когерентності в спектральних перетвореннях односторонніх спектрів. Під час опису дійсних вузькосмугових сигналів і відповідних дійсних кореляційних функцій при виконання КМН необхідно враховувати двосторонній характер спектрів і виконувати заміни не f на f_0 , а f на $\pm f_0$.

1.2.5 Теорема про зв'язок кутової густини інтенсивності поля (некогерентного зображення) із другою похідною його кореляційної функції

Сформулюємо теорему про зв'язок некогерентного зображення поверхні з кореляційною функцією поля відбитих надширокосмугових сигналів. Кутова густина інтенсивності $I(\vec{\vartheta})$, що являє собою зображення зондованого об'єкта, є результатом інтегрування другої похідної від просторово-часової кореляційної функції поля в області його спостереження в моменти часу $\tau = -\vec{\vartheta} \Delta \vec{r}' c^{-1}$. Ці моменти часу затримок прийнятих сигналів відповідають запізнюванню падаючого фронту випромінювання, і відповідним одночасним значенням поля на площині цього фронту, перпендикулярного напрямку $\vec{\vartheta}$.

Для доведення цієї теореми знайдемо другу похідну від кореляційної функції $R(\tau, \Delta \vec{r}')$, визначеної формулою (1.24), у наступному вигляді:

$$\begin{aligned}
 \frac{d^2}{d\tau^2} R(\tau, \Delta \vec{r}') &= \frac{d^2}{d\tau^2} V_F^{-1} \{ G\sigma^0(\vec{\vartheta}, f) \} = \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} G\sigma^0(\vec{\vartheta}, f) \frac{d^2}{d\tau^2} \exp\{j2\pi f(\tau + \vec{\vartheta} \Delta \vec{r}' c^{-1})\} df d\vec{\vartheta} = \\
 &= -c^2 (2\pi)^2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f^2 c^{-2} G\sigma^0(\vec{\vartheta}, f) \exp\{j2\pi f(\tau + \vec{\vartheta} \Delta \vec{r}' c^{-1})\} df d\vec{\vartheta} = \\
 &= -c^2 (2\pi)^2 V_F^{-1} \{ f^2 c^{-2} G\sigma^0(\vec{\vartheta}, f) \}.
 \end{aligned} \tag{1.34}$$

Рівняння (1.34) помножене на $c^2 c^{-2}$ з метою однакового операторного запису аргументів $V_F \{ \cdot \}$ -перетворень.

Порівнюючи цей вираз із формулами (1.24) і (1.25), знаходимо, що спектральна функція $G\sigma^0(\vec{\vartheta}, f)$ є V_F -перетворенням Фур'є другої похідної від кореляційної функції $R(\tau, \Delta \vec{r}')$, тобто

$$\begin{aligned}
G\sigma^0(\vec{g}, f) &= -\frac{1}{c^2(2\pi)^2} V_F \left\{ \frac{d^2}{d\tau^2} R(\tau, \Delta\vec{r}') \right\} = \\
&= -\frac{1}{c^2(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{d^2}{d\tau^2} R(\tau, \Delta\vec{r}') \right] \exp \left\{ -j2\pi f \left(\tau + \vec{g} \Delta\vec{r}' c^{-1} \right) \right\} d\tau d\Delta\vec{r}'.
\end{aligned} \tag{1.35}$$

Проінтегруємо обидві частини цієї рівності за частотою f . У результаті отримаємо формулу, що є алгоритмічною основою побудови некогерентного зображення $I(\vec{g})$

$$\begin{aligned}
P(\vec{g}) &= \int_{-\infty}^{\infty} G\sigma^0(\vec{g}, f) df = -\frac{1}{c^2(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d^2}{d\tau^2} R(\tau, \Delta\vec{r}') \times \\
&\quad \times \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left\{ -j2\pi f \left(\tau + \vec{g} \Delta\vec{r}' c^{-1} \right) \right\} df d\tau d\Delta\vec{r}' = \\
&= -\frac{1}{c^2(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d^2}{d\tau^2} R(\tau, \Delta\vec{r}') \delta \left(\tau + \vec{g} \Delta\vec{r}' c^{-1} \right) d\tau d\Delta\vec{r}' = \\
&= -\frac{1}{c^2(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d^2}{d\tau^2} R(\tau = -\vec{g} \Delta\vec{r}' c^{-1}, \Delta\vec{r}') d\Delta\vec{r}',
\end{aligned}$$

де

$$\delta \left(\tau + \vec{g} \Delta\vec{r}' c^{-1} \right) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left\{ -j2\pi f \left(\tau + \vec{g} \Delta\vec{r}' c^{-1} \right) \right\} df.$$

У результаті запишемо

$$P(\vec{g}) = -\frac{1}{c^2(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d^2}{d\tau^2} R(\tau = -\vec{g} \Delta\vec{r}' c^{-1}, \Delta\vec{r}') d\Delta\vec{r}'. \tag{1.36}$$

Отриманий вираз є наступним узагальненням теореми Ван Циттерта-Церніке, яке може бути застосоване для аналізу кореляційно-енергетичних характеристик прийнятих стохастичних надширокосмугових просторово-часових сигналів, відбитих від поверхні, що досліджується.

Таким чином, виконаний у даному підрозділі математичний опис надширокосмугових сигналів в області спостереження системи активного апертурного синтезу та встановлені залежності є основою для подальшого розроблення алгоритмів формування радіозображень з залученням зазначених систем та за умови обробки широко- та надширокосмугових зондуючих сигналів

1.3 Формулювання задач дослідження

На основі проведеного аналізу можна стверджувати, що сучасні радарні системи з синтезуванням апертури антени, які є найпоширенішими при вирішенні задач дистанційного зондування Землі у радіодіапазоні, мають значні недоліки, найбільшим з яких є наявність «мертвої» зони при зондуванні підстильної поверхні у напрямку надиру аерокосмічного носія. Це призводить до зниження загальної ефективності зондування заданої області, оскільки може вимагати додаткових прольотів аерокосмічного носія для формування повного радіозображення. Водночас зазначені системи використовують вузькосмугові зондуючі сигнали, що потенційно знижує їх загальну завадостійкість. Відповідно виникає протиріччя – з одного боку необхідно забезпечити якомога ширшу миттєву зону огляду підстильної поверхні наряду з високою завадостійкістю системи при вирішенні задач радіозондування, а з іншого боку – існуючі радарні системи з синтезуванням апертури антени мають низьку завадостійкість та здатні формувати радіозображення лише при кутах, більших за 15° від напрямку надиру аерокосмічного носія.

Можливим варіантом вирішення проблеми є доповнення існуючих РСА додатковими радарми, здатними формувати радіозображення у кутових напрямках $\pm 15^\circ$, що дозволить отримувати радіозображення зондованої без розривів, пов'язаних з особливостями РСА. У якості додаткового радару можна використати системи апертурного синтезу, які є поширеними у радіоастрономії. Проте вузькосмуговість існуючих систем АС задля отримання радіозображень з високою роздільною здатністю вимагає залучення антенних решіток з великими базами між елементами, що не дозволяє зробити систему бортовою. Проте даний недолік може бути вирішений переходом до обробки широкосмугових сигналів, що дозволить зменшити розмір антенної решітки при незмінній роздільній здатності формованих радіозображень, а також значно підвищити загальну завадостійкість системи. Водночас методи та алгоритми оброблення широкосмугових сигналів у системах АС наразі є мало дослідженими. Водночас виконаний у даному розділі математичний опис надширокосмугових сигналів в області спостереження системи активного апертурного синтезу та встановлені залежності є основою для подальшого визначення та аналізу алгоритмів формування радіозображень у таких системах.

У зв'язку з наведеним, актуальною є задача розроблення методів та алгоритмів формування радіозображень системами апертурного синтезу з обробленням широкосмугових сигналів. Вирішення поставленої у дисертаційному дослідженні задачі вимагає вирішення наступних окремих задач:

1. визначити зв'язок між математичними моделями відбитих від зондованої поверхні широкосмугових полів і пов'язаних з ними когерентних і некогерентних зображень, що дозволить спростити аналіз алгоритмів обробки сигналів;
2. синтезувати оптимальний алгоритм оцінки ефективної поверхні розсіювання або пропорційної їй величини у системах апертурного синтезу з широкосмуговими зондуючими сигналами;

3. на основі математичної моделі оптимального алгоритму розробити структурну схему широкосмугової системи апертурного синтезу радіозображень;
4. виконати імітаційне моделювання розроблених алгоритмів формування радіозображень та підтвердити їх загальну працездатність;
5. розробити експериментальний макет системи активного апертурного синтезу та дослідити його роботу при різних смугах частот зондуючого сигналу

Висновки до розділу

У розділі проаналізовано особливості функціонування сучасних однопозиційних та багатопозиційних радіолокаційні системи з синтезуванням апертури антени аерокосмічного базування. Дані типи РТС наразі є найбільш поширеними при вирішенні задач ДЗЗ у радіодіапазоні довжин хвиль та активно розвиваються. Водночас наведено загальні переваги та недоліки кожної систем. До найбільш значущих недоліків однопозиційних систем можна віднести низьку роздільну здатність формованих радіозображень при кутах зондування підстильної поверхні $\pm 15^\circ$ від напрямку у надир носія та низьку завадостійкість. Багатопозиційні РТС здатні забезпечити більш високу завадостійкість і додаткову інформацію про зондовану поверхню, проте вони не здатні розширити зону формування радіозображень та вимагають залучення ускладнених алгоритмів обробки даних.

Виходячи з аналізу обох типів систем, пропонується їх доповнити РТС активного апертурного синтезу, яка використовуватиме широкосмугові зондуючі сигнали. Така система буде здатна формувати радіозображення в області надиру носія, а обробка широкосмугових сигналів дозволить зменшити її розміри до прийнятних для встановлення на аерокосмічних носіїв та забезпечить підвищену завадостійкість під час роботи.

Задля визначення алгоритмів формування радіозображень у широкосмугових системах активного апертурного синтезу розроблено математичні моделі відбитих від зондованої поверхні широкосмугових полів. Моделі ґрунтуються на використанні V_F -перетворень. Особливістю розроблених моделей є відсутність необхідності виконання умови КМН, що створювала математичні труднощі під час розв'язання задач активного апертурного синтезу зображень при використанні широкосмугових зондуючих сигналів.

Визначено основні завдання, вирішення яких необхідне для досягнення основної мети дослідження

РОЗДІЛ 2

ЕВРИСТИЧНІ АЛГОРИТМИ АПЕРТУРНОГО СИНТЕЗУ ЗОБРАЖЕНЬ ПОВЕРХОНЬ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ АКТИВНИХ СИСТЕМ З НАДШИРОКОСМУГОВИМИ ЗОНДУЮЧИМИ СИГНАЛАМИ

У минулому розділі визначено основні співвідношення та математичні моделі процесів, придатні для застосування у широко- та надширокосмугових радарх активного апертурного синтезу зі стохастичними зондуючими сигналами. Встановлені залежності є основою для визначення алгоритмічних операцій формування радіозображень у зазначених системах, чому присвячений даний розділ.

2.1 Математичний опис структури радіозображень у надширокосмугових системах активного апертурного синтезу з використанням стохастичних зондувальних сигналів

2.1.1 Статистичний аналіз надширокосмугових сигналів після їх реєстрації антенною системою. Визначення структури некогерентних зображень.

Отримані вирази характеризують поля та їх характеристики в області спостереження D' , не обмеженій антенним пристроєм. Наявність приймальних антенних елементів враховуємо введенням в область спостереження АФР $\dot{I}_{APD}(\vec{r}', f)$. У найпростішому випадку зображення просторово-розтягнутого об'єкта можна одержати в режимі його паралельного огляду шляхом одночасного фокусування антенної системи на безліч напрямків $\vec{\mathcal{Q}}_k, k = \overline{1, K}$, що покривають об'єкт за допомогою АФР наступного виду

$$I_{APD}(f, \vec{r}', \vec{\vartheta}_k) = \exp(-j2\pi f c^{-1} \vec{\vartheta}_k \vec{r}') = \exp(-jk \vec{\vartheta}_k \vec{r}'), \quad \vec{r}' \in D'. \quad (2.1)$$

Також можливо послідовно сканувати зону огляду у часі наступним АФР:

$$I_{APD}(f, \vec{r}', \vec{\vartheta}(t)) = \exp(-jk \vec{\vartheta}(t) \vec{r}'), \quad \vec{r}' \in D'. \quad (2.2)$$

Процес фокусування, що полягає в синфазному складанні всіх спектральних компонент прийнятого сигналу, зазвичай виконує діаграмо-формуюча схема (ДФС). Синфазність сигналів, прийнятих окремими елементами антенної системи, забезпечує АФР виду (2.1), (2.2) шляхом відповідних фазових затримок. Загалом для надширокопasmових сигналів це забезпечується затримками прийнятих сигналів у часі відповідно до похилого фронту прийнятого просторово-часового процесу. У сучасних вузькосмгових системах функції ДФС може виконувати комп'ютер вже після формування комплексних обвідних прийнятих сигналів і їхнього оцифрування. На рисунку 1.11 наведено один із варіантів системи радіобачення і первинного етапу апертурного синтезу зображення на рівні його когерентного опису. При паралельному огляді кожному напрямку на виході ДФС відповідає свій вихід. Прийнятий сигнал на кожному такому виході за АФР виду (2.1) можна представити наступним виразом

$$\begin{aligned} s(t, \vec{\vartheta}_k) &= \int_{-\infty(\Theta)}^{\infty} \int_{-\infty(F)}^{\infty} \int_{-\infty(D')}^{\infty} \dot{K}(j2\pi f) I_{APD}(f, \vec{r}', \vec{\vartheta}_k) \dot{S}\dot{F}(\vec{\vartheta}, f) \times \\ &\quad \times \exp\left(j2\pi\left(t + \frac{\vec{\vartheta} \vec{r}'}{c}\right)\right) d\vec{r}' df d\vec{\vartheta} = \\ &= \int_{-\infty(F)}^{\infty} \int_{-\infty(\Theta)}^{\infty} \dot{K}(j2\pi f) \dot{E}(f, \vec{\vartheta} - \vec{\vartheta}_k) \dot{S}\dot{F}(\vec{\vartheta}, f) \exp(j2\pi f t) df d\vec{\vartheta}, \end{aligned} \quad (2.3)$$

де $\dot{E}(f, \vec{\mathcal{G}} - \vec{\mathcal{G}}_k)$ – діаграма спрямованості кожного парціального променя антенної системи (для антенної решітки – це її множник);

$\dot{K}(j 2\pi f)$ – коефіцієнт передачі елементів розкриву $d\vec{r}'$ (вважаємо ідентичним для всіх елементів розкриву D' та за всіма виходами ДФС).

Для реальних дискретних АР $\dot{K}(j 2\pi f)$ – це коефіцієнти передачі первинних приймальних пристроїв, під'єднаних до виходів окремих елементарних антен, що входять до складу АР. Діаграми спрямованості променів пов'язані з відповідними АФР просторовими перетвореннями Фур'є

$$\dot{E}(f, \vec{\mathcal{G}} - \vec{\mathcal{G}}_k) = \mathcal{F}_{\vec{r}' \rightarrow \vec{\mathcal{G}}}^{-1} \{ \dot{I}_{APD}(f, \vec{r}', \vec{\mathcal{G}}_k) \} = \int_{-\infty(D')}^{\infty} \dot{I}_{APD}(f, \vec{r}', \vec{\mathcal{G}}_k) \exp\left(j 2\pi f \vec{\mathcal{G}} \frac{\vec{r}'}{c}\right) d\vec{r}', \quad (2.4)$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_{APD}(f, \vec{r}', \vec{\mathcal{G}}_k) &= \left(\frac{f}{c}\right)^2 \mathcal{F}_{\vec{\mathcal{G}} \rightarrow \vec{r}'} \{ \dot{E}(f, \vec{\mathcal{G}} - \vec{\mathcal{G}}_k) \} = \\ &= \int_{-\infty(D')}^{\infty} \dot{E}(f, \vec{\mathcal{G}} - \vec{\mathcal{G}}_k) \exp\left(-j 2\pi f \frac{\vec{\mathcal{G}} \vec{r}'}{c}\right) d\vec{r}'. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Функція $s(t, \vec{\mathcal{G}}_k)$, визначена виразом (2.3), є дійсною, оскільки є перетворенням Фур'є відповідної спектральної густини комплексної амплітуди в симетричних межах $f \in (-\infty, \infty)$. Як функцію кутових координат її можна вважати оцінкою зображення. Оцінка величини – це її наближена реалізація, одержувана в результаті вимірювань. Однак оцінка (2.3) має випадковий характер, змінюється в часі й не придатна для візуалізації. Більш прийнятною оцінкою зображення є середня потужність цього сигналу $\hat{P}_{av}(\vec{\mathcal{G}}_k)$, яка відповідно до процедури статистичного усереднення є дисперсією $\sigma_s^2(\mathcal{G}_k)$ випадкового процесу $s(t, \vec{\mathcal{G}}_k)$. Середню потужність сигналу часто називають його інтенсивністю $\hat{I}(\vec{\mathcal{G}}_k)$, де $\hat{}$ –

знак оцінки величини. $\hat{I}(\vec{\mathcal{G}}_k)$ і $\hat{P}_{av}(\vec{\mathcal{G}}_k)$ пропорційні інтегральним (за частотами) значенням питомої ЕПР.

Оцінку $\hat{P}_{av}(\vec{\mathcal{G}}_k)$ визначимо наступним чином:

$$\begin{aligned}\hat{P}_{av}(\vec{\mathcal{G}}_k) &= \left\langle s^2(t, \vec{\mathcal{G}}_k) \right\rangle = \sigma_s^2(\mathcal{G}_k) = \hat{I}(\vec{\mathcal{G}}_k) = \\ &= \int_{-\infty(D')}^{\infty} \int_{-\infty(D')}^{\infty} \int_{-\infty(\Theta)}^{\infty} \int_{-\infty(\Theta)}^{\infty} \int_{-\infty(F)}^{\infty} \int_{-\infty(F)}^{\infty} \dot{K}(j2\pi f_1) \dot{K}^*(j2\pi f_2) \times \\ &\quad \times \dot{I}_{APD}(f_1, \vec{r}'_1, \vec{\mathcal{G}}_k) \dot{I}_{APD}^*(f_2, \vec{r}'_2, \vec{\mathcal{G}}_k) \times \\ &\quad \times \left\langle \dot{S}_{rad}(f_1) \dot{S}_{rad}^*(f_2) \right\rangle \left\langle \dot{F}(\vec{\mathcal{G}}_1(\vec{r}_1)) \dot{F}^*(\vec{\mathcal{G}}_2(\vec{r}_2)) \right\rangle \exp(j2\pi(f_1 - f_2)t) \times \\ &\quad \times \exp\left(j2\pi\left(f_1 \frac{\vec{\mathcal{G}}_2 \vec{r}'_1}{c} - f_2 \frac{\vec{\mathcal{G}}_3 \vec{r}'_2}{c}\right)\right) df_1 df_2 d\vec{\mathcal{G}}_2 d\vec{\mathcal{G}}_3 d\vec{r}'_1 d\vec{r}'_2.\end{aligned}$$

Враховуючи вирази (1.18) і (1.20), запишемо:

$$\begin{aligned}\hat{P}_{av}(\vec{\mathcal{G}}_k) &= \int_{-\infty(F)}^{\infty} \int_{-\infty(\Theta)}^{\infty} \left| \dot{K}(j2\pi f) \right|^2 \left| \dot{E}(f, \vec{\mathcal{G}} - \vec{\mathcal{G}}_k) \right|^2 G\sigma^0(\vec{\mathcal{G}}, f) d\vec{\mathcal{G}} df = \\ &= \int_{-\infty(F)}^{\infty} \left| \dot{K}(j2\pi f) \right|^2 G\hat{\sigma}^0(\vec{\mathcal{G}}_k, f) df,\end{aligned}\tag{2.6}$$

де $G\hat{\sigma}^0(\vec{\mathcal{G}}_k, f)$ – енергетичний спектр випадкового сигналу на виході k -го каналу ДФС, сфокусованого на один із напрямків $\vec{\mathcal{G}}_k$.

$G\hat{\sigma}^0(\vec{\mathcal{G}}_k, f)$ можна розглядати з точністю до множника $G(f)$ як оцінку питомої ЕПР $\sigma^0(\vec{\mathcal{G}}_k, f)$, тобто.

$$\begin{aligned}
 G\hat{\sigma}^0(\vec{\vartheta}_k, f) &= \int_{-\infty(\Theta)}^{\infty} \left| \dot{E}(f, \vec{\vartheta} - \vec{\vartheta}_k) \right|^2 G\sigma^0(\vec{\vartheta}, f) d\vec{\vartheta} = \\
 &= G(f) \int_{-\infty(\Theta)}^{\infty} \left| \dot{E}(f, \vec{\vartheta} - \vec{\vartheta}_k) \right|^2 \sigma^0(\vec{\vartheta}, f) d\vec{\vartheta}.
 \end{aligned}
 \tag{2.7}$$

де $\hat{\sigma}^0(\vec{\vartheta}, f) = \frac{G\hat{\sigma}^0(\vec{\vartheta}, f)}{G(f)}$ – оцінка питомої ЕПР на кожній конкретній частоті, яку

на цій частоті розглядаємо як некогерентне енергетичне зображення поверхні.

Зображення $\hat{\sigma}^0(\vec{\vartheta}, f)$ згладжене (розфокусоване) ДС $\left| \dot{E}(f, \vec{\vartheta} - \vec{\vartheta}_k) \right|^2$, яка на кожній частоті надширокосмугового сигналу є апаратною функцією системи зондування і визначає роздільну здатність системи формування некогерентного зображення. Роздільна здатність окремих елементів зображення загалом визначається і формою ДС $\dot{E}(f, \vec{\vartheta} - \vec{\vartheta}_k)$ на різних частотах, і шириною спектра випромінюваного сигналу $\dot{S}_{rad}(j2\pi f)$, і смугою частот у межах передавальної характеристики $\dot{K}(j2\pi f)$.

Відповідно до отриманого виразу, алгоритм формування зображення $\hat{I}(\vec{\vartheta}_k)$ має містити операції фокусування антенної системи на множину напрямків $\vec{\vartheta}_k$ і вимірювання відповідних потужностей коливань, прийнятих із цих напрямків.

Подамо ці формули в іншому вигляді ввівши поняття спектральної густини комплексної функції просторової когерентності та спектральної густини автокореляційної функції АФР.

2.1.2 Спектральні густини комплексної функції просторової когерентності та автокореляційної функції АФР

Розглянемо $V_F^{-1}\{\cdot\}$ -перетворення спектральної функції некогерентного зображення $G\sigma^0(\vec{\vartheta}, f)$ в кореляційну функцію $R(\tau, \Delta\vec{r}')$:

$$\begin{aligned}
 R(\tau, \Delta\vec{r}') &= V_F^{-1}\{G\sigma^0(\vec{\vartheta}, f)\} = \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} G\sigma^0(\vec{\vartheta}, f) \exp\left(j2\pi f \left(\tau + \frac{\vec{\vartheta} \Delta\vec{r}'}{c}\right)\right) df d\vec{\vartheta} = \\
 &= \int_{-\infty(F)}^{\infty} \exp(j2\pi f \tau) \int_{-\infty(\Theta)}^{\infty} G\sigma^0(\vec{\vartheta}, f) \exp\left(j2\pi f \frac{\vec{\vartheta} \Delta\vec{r}'}{c}\right) d\vec{\vartheta} df = \\
 &= \int_{-\infty(F)}^{\infty} \dot{\Gamma}_{\sigma}(f, \Delta\vec{r}') \exp(j2\pi f \tau) df.
 \end{aligned} \tag{2.8}$$

Функція

$$\dot{\Gamma}_{\sigma}(f, \Delta\vec{r}') = \mathcal{F}_{\vec{\vartheta} \rightarrow \Delta\vec{r}'}^{-1}\{G\sigma^0(\vec{\vartheta}, f)\} = \mathcal{F}_{\tau \rightarrow f}\{R(\tau, \Delta\vec{r}')\}, \tag{2.9}$$

на відміну від класичної комплексної функції просторової когерентності вузькосмугового сигналу, що задовольняє умову КМН [69], у разі використання надширокосмугового сигналу має сенс спектральної густини комплексної функції просторової когерентності (СГКФПК) на частоті f . Дана функція розраховується використанням оберненого просторового перетворення Фур'є до спектральної функції зображення $G\sigma^0(\vec{\vartheta}, f)$

$$\dot{\Gamma}_{\sigma}(f, \Delta\vec{r}') = \mathcal{F}_{\vec{\vartheta} \rightarrow \Delta\vec{r}'}^{-1}\{G\sigma^0(\vec{\vartheta}, f)\} = \int_{-\infty(\Theta)}^{\infty} G\sigma^0(\vec{\vartheta}, f) \exp\left(j2\pi f \frac{\vec{\vartheta} \Delta\vec{r}'}{c}\right) d\vec{\vartheta}, \tag{2.10}$$

$$\begin{aligned}
\frac{c^2}{f^2} G\sigma^0(\vec{\vartheta}, f) &= \mathcal{F}_{\Delta\vec{r}' \rightarrow \vec{\vartheta}} \{ \dot{\Gamma}_\sigma(f, \Delta\vec{r}') \} = \\
&= \int_{-\infty(D')}^{\infty} \dot{\Gamma}_\sigma(f, \Delta\vec{r}') \exp\left(-j2\pi f \frac{\vec{\vartheta} \Delta\vec{r}'}{c}\right) d\Delta\vec{r}'.
\end{aligned} \tag{2.11}$$

а за змінною часу – прямого перетворення Фур'є до автокореляційної функції:

$$\dot{\Gamma}_\sigma(f, \Delta\vec{r}') = \mathcal{F}_{\tau \rightarrow f} \{ R(\tau, \Delta\vec{r}') \} = \int_{-\infty(\tau)}^{\infty} R(\tau, \Delta\vec{r}') \exp(-j2\pi f \tau) d\tau, \tag{2.12}$$

$$R(\tau, \Delta\vec{r}') = \mathcal{F}_{f \rightarrow \tau}^{-1} \{ \dot{\Gamma}_\sigma(f, \Delta\vec{r}') \} = \int_{-\infty(F)}^{\infty} \dot{\Gamma}_\sigma(f, \Delta\vec{r}') \exp(j2\pi f \tau) df. \tag{2.13}$$

Спектральна функція зображення $G\sigma^0(\vec{\vartheta}, f)$ на кожній конкретній частоті f є дійсною, а комплексна функція $\dot{\Gamma}_\sigma(f, \Delta\vec{r}')$ представляє її просторовий спектр. У задачах радіоастрономії цей спектр визначають у вигляді функції просторових частот $\Delta\vec{r}'_\lambda = f \Delta\vec{r}'/c = \Delta\vec{r}'/\lambda$.

На відміну від вузькосмугових систем, для яких має місце поняття просторової автокореляційної функції АФР, віднесеної до центральної частоти спектра сигналу або смуги частот приймальної системи, уведемо поняття спектральної густини просторової автокореляційної функції АФР (СГПАФ АФР):

$$\dot{R}_{APD}(f, \Delta\vec{r}', \vec{\vartheta}_k) = \int_{-\infty(D')}^{\infty} \dot{I}_{APD}(f, \vec{r}', \vec{\vartheta}_k) \dot{I}_{APD}^*(f, \vec{r}' - \Delta\vec{r}', \vec{\vartheta}_k) d\vec{r}'. \tag{2.14}$$

Застосуємо перетворення Фур'є до квадрата модуля ДС. У результаті отримаємо

$$\mathcal{F}_{\vec{\vartheta} \rightarrow \Delta \vec{r}'} \left\{ \left| \dot{E}(f, \vec{\vartheta} - \vec{\vartheta}_k) \right|^2 \right\} = \left(\frac{c}{f} \right)^2 \dot{R}_{APD}(f, \Delta \vec{r}', \vec{\vartheta}_k). \quad (2.15)$$

Справедливим є і обернене перетворення

$$\left| \dot{E}(f, \vec{\vartheta} - \vec{\vartheta}_k) \right|^2 = \mathcal{F}_{\Delta \vec{r}' \rightarrow \vec{\vartheta}}^{-1} \left\{ \dot{R}_{APD}(f, \Delta \vec{r}', \vec{\vartheta}_k) \right\}. \quad (2.16)$$

Таким чином, квадрат модуля ДС і спектральна густина просторової автокореляційної функції АФР пов'язані між собою парою просторових перетворень Фур'є.

У розглянутому випадку активної локації поверхні стохастичними сигналами, СГПАФ АФР на кожній окремій частоті f є просторово-спектральною передавальною характеристикою антенної системи під час реєстрації просторових спектральних компонент спектральної функції зображення $G\sigma^0(\vec{\vartheta}, f)$. Для вузькосмугових сигналів із центральною частотою f_0 в радіоастрономії автокореляційну функцію АФР часто розглядають у вигляді функції просторових частот:

$$\begin{aligned} G\hat{\sigma}^0(\vec{\vartheta}_k, f) &= \int_{-\infty(\Theta)}^{\infty} \left| \dot{E}(f, \vec{\vartheta} - \vec{\vartheta}_k) \right|^2 G\sigma^0(\vec{\vartheta}, f) d\vec{\vartheta} = \\ &= \int_{-\infty(\Delta \vec{r}', D')}^{\infty} \dot{R}_{APD}(f, \Delta \vec{r}', \vec{\vartheta}_k) \dot{\Gamma}_{\sigma}(f, \Delta \vec{r}') df d\Delta \vec{r}' = \end{aligned} \quad (2.17)$$

Параметр (2.17) називають просторово-спектральною функцією чутливості антени. Спектральна густина просторової функції когерентності та спектральна густина автокореляційної функції АФР відповідають класичній теорії перетворень Фур'є в часі як спектральні густини комплексних амплітуд. Для випадку вузькосмугових сигналів, які в радіоастрономії використовуються в пасивних системах приймання власного випромінювання об'єктів, ці функції віднесено до

центральної несучої частоти. Проте для надширокосмугових сигналів, які використовуються і в активних, і в пасивних системах, ці функції доцільно відносити до кожної конкретної частоти їх часових спектрів.

2.1.3 Математичний зв'язок оцінки зображення з СГКФПК і СГПАФ АФР

Оцінки зображень (2.16), (2.17), що містять функції $G\sigma^0(\vec{\mathcal{G}}, f)$ і $\left|\dot{E}(f, \vec{\mathcal{G}} - \vec{\mathcal{G}}_k)\right|^2$, можна виразити через відповідні спектральні характеристики СГКФПК $\dot{\Gamma}_\sigma(f, \Delta\vec{r}')$ і СГПАФ АФР $\dot{R}_{APD}(f, \Delta\vec{r}', \vec{\mathcal{G}}_k)$. Підставимо в ці формули функції $G\sigma^0(\vec{\mathcal{G}}, f)$ і $\left|\dot{E}(f, \vec{\mathcal{G}} - \vec{\mathcal{G}}_k)\right|^2$ у вигляді перетворень Фур'є (2.11), (2.16) від СГКФПК і СГПАФ АФР. Тоді оцінку зображення (2.6) можна представити наступними еквівалентними виразами:

$$\begin{aligned} \hat{I}(\vec{\mathcal{G}}_k) &= \int_{-\infty(F)}^{\infty} \left|\dot{K}(j2\pi f)\right|^2 \int_{-\infty(\Theta)}^{\infty} \left|\dot{E}(f, \vec{\mathcal{G}} - \vec{\mathcal{G}}_k)\right|^2 G\sigma^0(\vec{\mathcal{G}}, f) d\vec{\mathcal{G}} df = \\ &= \int_{-\infty(F)}^{\infty} \left|\dot{K}(j2\pi f)\right|^2 \int_{D'(\Delta\vec{r}', -\infty)}^{\infty} \dot{R}_{APD}(f, \Delta\vec{r}', \vec{\mathcal{G}}_k) \dot{\Gamma}_\sigma(f, \Delta\vec{r}') d\Delta\vec{r}' df. \end{aligned} \quad (2.18)$$

Оскільки інтеграл

$$G\hat{\sigma}^0(\vec{\mathcal{G}}, f) = \int_{-\infty(\Theta)}^{\infty} \left|\dot{E}(f, \vec{\mathcal{G}} - \vec{\mathcal{G}}_k)\right|^2 G\sigma^0(\vec{\mathcal{G}}, f) d\vec{\mathcal{G}} \quad (2.19)$$

на будь-якій частоті f є дійсним, то дійсним буде й інтеграл

$$G\hat{\sigma}^0(\vec{\mathcal{Q}}_k, f) = \int_{D'(\Delta\vec{r}', -\infty)}^{\infty} \dot{R}_{APD}(f, \Delta\vec{r}', \vec{\mathcal{Q}}_k) \dot{\Gamma}_{\sigma}(f, \Delta\vec{r}') d\Delta\vec{r}'. \quad (2.20)$$

Функції $\dot{R}_{APD}(f, \Delta\vec{r}', \vec{\mathcal{Q}}_k)$ та $\dot{\Gamma}_{\sigma}(f, \Delta\vec{r}')$ відповідно є комплексними просторовими образами Фур'є (спектрами) функцій $|\dot{E}(f, \vec{\mathcal{Q}} - \vec{\mathcal{Q}}_k)|^2$ та $G\sigma^0(\vec{\mathcal{Q}}, f)$. Тому функція $\dot{\Gamma}_{\sigma}(f, \Delta\vec{r}')$ є просторовим спектром зображення $G\sigma^0(\vec{\mathcal{Q}}, f)$, а $\dot{R}_{APD}(f, \Delta\vec{r}', \vec{\mathcal{Q}}_k)$ – комплексним просторовим коефіцієнтом передачі антенної системи, що характеризує її здатність передавати гармоніки різних просторових частот, які входять до складу зображення.

Формула (2.18) вказує на можливу фізичну послідовність дій, у результаті яких формується оцінка зображення $\hat{I}(\vec{\mathcal{Q}}_k)$. Вона полягає у формуванні на заданій частоті f комплексної кореляційної функції (функції когерентності) та її добутку на цій же частоті f з автокореляційною функцією АФР. Для формування зображення (2.18) у вигляді залежності середньої потужності необхідно оцінки спектральних функцій (2.19) або (2.20) проінтегрувати в обраній смузі частот, заданій коефіцієнтом передачі $\dot{K}(j2\pi f)$.

У наведених вище формулах автокореляційну функцію АФР подано в загальному вигляді. Розглянемо деякі можливі варіанти конкретизації цієї функції. Одна з можливих конкретизацій цієї функції базується на понятті ідеалізованого континуального розкриву з можливістю керування АФР у кожній його точці. Це можна досягти, наприклад, введенням в кожну точку розкриву функції фазової затримки (2.1). Тоді АФР такого розкриву можна представити таким виразом

$$\dot{I}_{APD}(f, \vec{r}', \vec{\mathcal{Q}}_k) = \dot{I}_{APD\text{basic}}(f, \vec{r}') \exp\left(-j2\pi f \frac{\vec{\mathcal{Q}}_k \vec{r}'}{c}\right), \quad (2.21)$$

де $\dot{I}_{APD \text{ basic}}(f, \vec{r}')$ – вихідний (базовий) АФР континуальної апертури, у кожній точці якої є можливість незалежної зміни амплітуди і фази падаючого поля

У найпростішому випадку $\dot{I}_{APD \text{ basic}}(f, \vec{r}')$ має наступний вигляд:

$$\dot{I}_{APD \text{ basic}}(f, \vec{r}') = \begin{cases} 1 & \text{при } \vec{r}' \in D'; \\ 0 & \text{при } \vec{r}' \notin D'. \end{cases} \quad (2.22)$$

На відміну від дискретних апертур, використання континуальної апертури полегшує в багатьох випадках математичний аналіз антенних систем за допомогою відомих інтегральних перетворень (Фур'є, Френеля тощо). На заключних етапах досліджень перехід від континуальних апертур до дискретних здійснюється за допомогою відповідної дискретизації отриманих виразів. Слід зауважити, що в АР, які складаються з дискретного набору ідентичних елементарних антен, функцію $\dot{E}(f_1, \vec{\mathcal{G}} - \vec{\mathcal{G}}_k)$ називають її множником, співмножником якої є ДС елементарної антени. Ці ДС, як співмножники, можна формально пов'язати з кожною точкою континуальної антени.

АФР реальної АР можна представити в такому вигляді:

$$\dot{I}_{APD}(f, \vec{r}', \vec{\mathcal{G}}_k) = \sum_{i=1}^N \dot{I}_{APD \ i}(f, \vec{r}' - \vec{r}'_i) \exp\left(-j 2 \pi f \frac{\vec{\mathcal{G}}_k \cdot \vec{r}'_i}{c}\right). \quad (2.23)$$

У цьому випадку в області розкриття розташовані елементарні антени з базовими АФР $\dot{I}_{APD \ i}(f, \vec{r}' - \vec{r}'_i)$, $i = \overline{1, N}$. Водночас вважаємо, що під час фокусування АР у напрямку $\vec{\mathcal{G}}_i$ зсуви фаз вносяться лише на виходах елементарних антен. Тут експоненціальні множники відповідають коефіцієнтам передачі пристроїв вирівнювання фаз коливань, прийнятих із напрямку $\vec{\mathcal{G}}_k$ окремими елементами АР із фазовими центрами \vec{r}'_i . Незалежно від геометрії АР, нумерація

антен для спрощення вигляду формули обрана послідовною. Фокусування антен на напрямок $\vec{\vartheta}_k$ забезпечується синфазним підсумовуванням затриманих сигналів, що знімаються з виходів елементарних антен на кожній із частот. Множник $\exp(-j2\pi f \vec{\vartheta}_k \vec{r}'_i c^{-1})$ є коефіцієнтом передачі лінії затримки прийнятого сигналу на час $\vec{\vartheta}_k \vec{r}'_i c^{-1}$. На кожній окремій частоті f це коефіцієнт передачі фазообертача:

$$\begin{aligned} \dot{R}_{APD}(f, \Delta\vec{r}', \vec{\vartheta}_k) &= \int_{-\infty(D')}^{\infty} \dot{I}_{APD}(f, \vec{r}', \vec{\vartheta}_k) \dot{I}_{APD}^*(f, \vec{r}' - \Delta\vec{r}', \vec{\vartheta}_k) d\vec{r}' = \\ &= \exp\left(-j2\pi f \frac{\vec{\vartheta}_k \Delta\vec{r}'}{c}\right) \int_{-\infty(D')}^{\infty} \dot{I}_{APD \text{ basik}}(f, \vec{r}') \dot{I}_{APD \text{ basik}}^*(f, \vec{r}' - \Delta\vec{r}') d\vec{r}' = \\ &= \dot{R}_{APD \text{ basik}}(f, \Delta\vec{r}') \exp\left(-j2\pi f \frac{\vec{\vartheta}_k \Delta\vec{r}'}{c}\right). \end{aligned} \quad (2.24)$$

У результаті математична структура зображення (2.18) набуде такого вигляду:

$$\begin{aligned} \hat{I}(\vec{\vartheta}_k) &= \int_{-\infty(\Delta\vec{r}', D')}^{\infty} \int_{-\infty(F)}^{\infty} \left| \dot{K}(j2\pi f) \right|^2 \dot{R}_{APD}(f, \Delta\vec{r}', \vec{\vartheta}_k) \dot{\Gamma}_{\sigma}(f, \Delta\vec{r}') df d\Delta\vec{r}' = \\ &= \int_{-\infty(F)}^{\infty} \left| \dot{K}(j2\pi f) \right|^2 \int_{-\infty(\Delta\vec{r}', D')}^{\infty} \dot{R}_{APD \text{ basik}}(f, \Delta\vec{r}') \dot{\Gamma}_{\sigma}(f, \Delta\vec{r}') \exp\left(-j2\pi f \frac{\vec{\vartheta}_k \Delta\vec{r}'}{c}\right) d\Delta\vec{r}' df, \end{aligned} \quad (2.25)$$

де

$$\dot{R}_{APD \text{ basik}}(f, \Delta\vec{r}') = \int_{-\infty(D')}^{\infty} \dot{I}_{APD \text{ basik}}(f, \vec{r}') \dot{I}_{APD \text{ basik}}^*(f, \vec{r}' - \Delta\vec{r}') d\vec{r}' \quad (2.26)$$

є СГПАФ базової континуальної АФР $\dot{I}_{APD \text{ basik}}(f, \vec{r}')$. Порівнюючи отримане зображення з формулою (2.6) необхідно зазначити, що тут внутрішній інтеграл –

це оцінка спектральної функції зображення $G\sigma^0(\vec{\mathcal{G}}, f)$, яка може подана у вигляді таких трьох інтегралів:

$$\begin{aligned}
 G\hat{\sigma}^0(\vec{\mathcal{G}}_k, f) &= \int_{-\infty(\Theta)}^{\infty} \left| \dot{E}(f, \vec{\mathcal{G}} - \vec{\mathcal{G}}_k) \right|^2 G\sigma^0(\vec{\mathcal{G}}, f) d\vec{\mathcal{G}} = \\
 &= \int_{-\infty(\Delta\vec{r}', D')}^{\infty} \dot{R}_{APD}(f, \Delta\vec{r}', \vec{\mathcal{G}}_k) \dot{\Gamma}_{\sigma}(f, \Delta\vec{r}') df d\Delta\vec{r}' = \\
 &= \int_{-\infty(\Delta\vec{r}', D')}^{\infty} \dot{R}_{APD \text{ basik}}(f, \Delta\vec{r}') \dot{\Gamma}_{\sigma}(f, \Delta\vec{r}') \exp\left(-j2\pi f \frac{\vec{\mathcal{G}}_k \Delta\vec{r}'}{c}\right) d\Delta\vec{r}'. \quad (2.27)
 \end{aligned}$$

У другому інтегралі (2.27) функції $\dot{R}_{APD}(f, \Delta\vec{r}', \vec{\mathcal{G}}_k)$ і $\dot{\Gamma}_{\sigma}(f, \Delta\vec{r}')$ є просторовими спектрами підінтегральних виразів першого інтегралу. Фізичний сенс третього інтегралу наступний. Оцінка радіозображення на кожній частоті окремо розраховується, як просторовий образ Фур'є добутку СГКФПК поля $\dot{\Gamma}_{\sigma}(f, \Delta\vec{r}')$, що спостерігається в розкритті антенної системи, і СГПАФ $\dot{R}_{APD \text{ basik}}(f, \Delta\vec{r}')$ базової континуальної АФР. В ідеалізованому випадку нескінченної апертури $\dot{R}_{APD \text{ basik}}(f, \Delta\vec{r}') = \text{const}$ отримуємо формули (2.8)-(2.13). Якщо розглядати функцію $\dot{\Gamma}_{\sigma}(f, \Delta\vec{r}')$ як просторовий спектр спектральної яскравості $G\sigma^0(\vec{\mathcal{G}}, f)$, то відносно нього функція $\dot{R}_{APD \text{ basik}}(f, \Delta\vec{r}')$ є просторовим комплексним коефіцієнтом передачі антенної системи. Важливо, щоб цей коефіцієнт і, відповідно, вся антенна система забезпечили реєстрацію максимального числа гармонік у просторовому спектрі спектральної яскравості $G\sigma^0(\vec{\mathcal{G}}, f)$. Ця оцінка має місце для кожної частоти окремо. Тому слід очікувати, що близькою до такої оцінки має бути оцінка зображення для вузькосмугового сигналу на центральній частоті f_0 , що задовольняє умову КМН.

У другому реальному в практичному сенсі варіанті приймання сигналів антенною решіткою з АФР (2.23) СГПАФ АФР набуде такого вигляду

$$\begin{aligned} \dot{R}_{ADP}(f, \Delta \vec{r}', \vec{\mathcal{G}}_k) = \\ = \sum_{i=1}^N \sum_{n=1}^N \dot{R}_{ADP \text{ in}}(f, \Delta \vec{r}' - (\vec{r}'_i - \vec{r}'_n)) \exp\left(-j2\pi f \frac{\vec{\mathcal{G}}_k(\vec{r}'_i - \vec{r}'_n)}{c}\right). \end{aligned} \quad (2.28)$$

У цьому разі отримаємо таку математичну структуру оцінки зображення (2.18):

$$\hat{P}(\vec{\mathcal{G}}_k) = \int_{-\infty(F)}^{\infty} |\dot{K}(j2\pi f)|^2 \sum_{i=1}^N \sum_{n=1}^N \dot{\Gamma}_{in}(f) \exp\left(-j2\pi f \frac{\vec{\mathcal{G}}_k(\vec{r}'_i - \vec{r}'_n)}{c}\right) df, \quad (2.29)$$

де

$$\dot{R}_{ADP \text{ in}}[f, \Delta \vec{r}' - (\vec{r}'_i - \vec{r}'_n)] = \int_{-\infty(D')}^{\infty} \dot{I}_{ADP i}(f, \vec{r}' - \vec{r}'_i) \dot{I}_{ADP n}(f, \vec{r}' - \Delta \vec{r}' - \vec{r}'_n) d\vec{r}'. \quad (2.30)$$

Водночас спектральні густини просторових взаємних кореляційних функцій базових АФР елементарних антен у складі АР визначаються виразом:

$$\begin{aligned} \dot{\Gamma}_{in}(f) &= \int_{-\infty(\Delta \vec{r}', D')}^{\infty} \dot{R}_{ADP \text{ in}}(f, \Delta \vec{r}' - (\vec{r}'_i - \vec{r}'_n)) \dot{\Gamma}_{\sigma}(f, \Delta \vec{r}') d\Delta \vec{r}' = \\ &= \int_{-\infty(\Delta \vec{r}', D')}^{\infty} \int_{-\infty(D')}^{\infty} \dot{I}_{ADP i}(f, \vec{r}' - \vec{r}'_i) \dot{I}_{ADP n}^*(f, \vec{r}' - \Delta \vec{r}' - \vec{r}'_n) \times \\ &\times \int_{-\infty(\Theta)}^{\infty} G\sigma^0(\vec{\mathcal{G}}, f) \exp\left(j2\pi f \frac{\vec{\mathcal{G}} \Delta \vec{r}'}{c}\right) d\vec{\mathcal{G}} d\vec{r}' d\Delta \vec{r}' = \\ &= \left| \vec{r}' = \vec{r}'_1, \vec{r}' - \Delta \vec{r}' = \vec{r}'_2, \Delta \vec{r}' = \vec{r}'_1 - \vec{r}'_2 \right| = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \int_{-\infty(D')}^{\infty} \int_{-\infty(D')}^{\infty} \dot{I}_{ADP\ i}(f, \vec{r}'_1 - \vec{r}'_i) \dot{I}_{ADP\ n}^*(f, \vec{r}'_2 - \vec{r}'_n) \times \\
&\times \int_{-\infty(\Theta)}^{\infty} G\sigma^0 \exp\left(j2\pi f \frac{\vec{\mathcal{G}}(\vec{r}'_1 - \vec{r}'_2)}{c}\right) d\vec{\mathcal{G}} d\vec{r}'_1 d\vec{r}'_2.
\end{aligned} \tag{2.31}$$

Перейшовши до образів Фур'є підінтегральних функцій також отримаємо:

$$\dot{\Gamma}_{in}(f) = \int_{-\infty(\Theta)}^{\infty} \dot{E}_i(f, \vec{\mathcal{G}}) \dot{E}_n^*(f, \vec{\mathcal{G}}) G\sigma^0(\vec{\mathcal{G}}, f) \exp\left(j2\pi f \vec{\mathcal{G}} \frac{(\vec{r}'_i - \vec{r}'_n)}{c}\right) d\vec{\mathcal{G}}. \tag{2.32}$$

Остаточно вираз для оцінки некогерентного зображення $\hat{I}(\vec{\mathcal{G}}_k)$ в АР з АФР (2.23) запишемо в таких варіантах:

$$\begin{aligned}
\hat{P}_{av}(\vec{\mathcal{G}}_k) &= \int_{-\infty(F)}^{\infty} |\dot{K}(j2\pi f)|^2 \int_{-\infty(\Theta)}^{\infty} |\dot{E}(f, \vec{\mathcal{G}} - \vec{\mathcal{G}}_k)|^2 G\sigma^0(\vec{\mathcal{G}}, f) d\vec{\mathcal{G}} df = \\
&= \int_{-\infty(F)}^{\infty} |\dot{K}(j2\pi f)|^2 \int_{-\infty(\Delta\vec{r}', D')}^{\infty} \dot{R}_{ADP}(f, \Delta\vec{r}', \vec{\mathcal{G}}_k) \dot{\Gamma}_{\sigma}(f, \Delta\vec{r}') d\Delta\vec{r}' df = \\
&= \int_{-\infty(F)}^{\infty} |\dot{K}(j2\pi f)|^2 \sum_{i=1}^N \sum_{n=1}^N \dot{\Gamma}_{in}(f) \exp\left(-j2\pi f \frac{\vec{\mathcal{G}}_k(\vec{r}'_i - \vec{r}'_n)}{c}\right) df = \\
&= \int_{-\infty(F)}^{\infty} |\dot{K}(j2\pi f)|^2 \sum_{i=1}^N \sum_{n=1}^N \left\{ \int_{-\infty(\Delta\vec{r}', D')}^{\infty} \dot{R}_{ADP\ in}(f, \Delta\vec{r}' - (\vec{r}'_i - \vec{r}'_n)) \times \right. \\
&\quad \times G\sigma^0(f, \Delta\vec{r}') d\Delta\vec{r}' \left. \right\} \times \\
&\quad \times \exp\left(-j2\pi f \frac{\vec{\mathcal{G}}_k(\vec{r}'_i - \vec{r}'_n)}{c}\right) df =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
= \int_{-\infty(F)}^{\infty} |\dot{K}(j2\pi f)|^2 \sum_{i=1}^N \sum_{n=1}^N \left\{ \int_{-\infty(\Theta)}^{\infty} \dot{E}_i(f, \vec{\vartheta}) \dot{E}_n^*(f, \vec{\vartheta}) G \sigma^0(f, \vec{\vartheta}) \times \right. \\
\left. \times \exp\left(j2\pi f \vec{\vartheta} \frac{(\vec{r}'_i - \vec{r}'_k)}{c}\right) d\vec{\vartheta} \right\} \times \\
\times \exp\left(-j2\pi f \frac{\vec{\vartheta}_1(\vec{r}'_i - \vec{r}'_k)}{c}\right) df. \quad (2.33)
\end{aligned}$$

Відповідно до останнього варіанта формули (2.33) процес побудови зображення в АР описується такими математичними операціями:

- 1) на кожній частоті f формується сукупність чисел $\dot{\Gamma}_{in}(f)$, які є результатом інтегрування за $\Delta\vec{r}'$ добутків спектральної густини просторової функції когерентності $\dot{\Gamma}_{\sigma}(f, \Delta\vec{r}')$ та спектральних густин просторових взаємних кореляційних функцій базових АФР $\dot{R}_{ADP\ in}(f, \Delta\vec{r}' - (\vec{r}'_i - \vec{r}'_n))$ елементарних антен, що утворюють антенну решітку;
- 2) до отриманої сукупності чисел застосовується дискретне перетворення Фур'є

$$\sum_{i=1}^N \sum_{n=1}^N \dot{\Gamma}_{in}(f) \exp\left(-j2\pi f \frac{\vec{\vartheta}_k \Delta\vec{r}'_{in}}{c}\right), \Delta\vec{r}'_{in} = \vec{r}'_i - \vec{r}'_n;$$

- 3) отриманий результат інтегрується за всіма частотами f .

2.2 Практичні алгоритми формування зображень у надширокосмугових радіолокаційних системах активного апертурного синтезу з використанням стохастичних зондуючих сигналів

2.2.1 Алгоритми формування зображень за даними приймання та оброблення надширокосмугових стохастичних сигналів

Як зазначалося раніше, для формування зображення поверхні необхідне явне або неявне фокусування системи формування зображення (СФЗ) на окремі її елементи. Формування зображення здійснюється або шляхом сканування в заданому секторі кутів (послідовний огляд), або покриттям сектора безліччю променів (паралельний огляд), або неявними методами фокусування, пов'язаними з використанням комплексних функцій когерентності реєстрованих полів. За явного фокусування на кожен із напрямків $\vec{\vartheta}_k$ в амплітудно-фазовий розподіл приймальної чутливості антени вводяться затримки сигналів відповідно до проміжків часу надходження похилих фронтів хвиль із цих напрямків. Потім затримані сигнали підсумовуються. Еквівалентними діями є фазові затримки спектральних компонент сигналів і подальше їхнє синфазне інтегрування (сума). Ці операції можна реалізувати за допомогою ДФС у складі СФІ.

Якщо здійснити розфільтровування сигналів на порівняно вузькосмугові складові в смугах частот з амплітудно-частотною характеристикою (АЧХ) $|\dot{K}_m(j2\pi f)| (f \in (-\infty, \infty))$ таким чином, щоб підінтегральні функції у внутрішніх інтегралах (2.6) і (2.28) практично не залежали від частоти й задовольняли умовам КМН, то операції інтегрування в цих виразах можна замінити на операції суми:

$$\begin{aligned} \hat{P}(\vec{\vartheta}_k) = & 2 \sum_{m=1}^M \Delta F_m \int_{-\infty(\Theta)}^{\infty} \left| \dot{F}(f_{0m}, \vec{\vartheta} - \vec{\vartheta}_k) \right|^2 G\sigma^0(\vec{\vartheta}, f_{0m}) d\vec{\vartheta} = 2 \sum_{m=1}^M \Delta F_m \times \\ & \times \int_{-\infty(\Delta\vec{r}', D')}^{\infty} \dot{R}_{ADP}(f_{0m}, \Delta\vec{r}') \dot{\Gamma}_{\sigma}(f_{0m}, \Delta\vec{r}') \exp\left(-j2\pi f_{0m} \frac{\vec{\vartheta}_k \Delta\vec{r}'}{c}\right) d\Delta\vec{r}', \end{aligned} \quad (2.34)$$

де

$$2\Delta F_m = \int_{-\infty}^{\infty} \left| \dot{K}_m(j2\pi f) \right|^2 df, \quad (2.35)$$

$$\left| \dot{K}_m(j2\pi f) \right|^2 = \left| \dot{K}_m[-j2\pi(f + f_{0m})] + \dot{K}_m[j2\pi(f - f_{0m})] \right|^2 \approx$$

(2.36)

$$\approx \left| \dot{K}_m[-j2\pi(f + f_{0m})] \right|^2 + \left| \dot{K}_m[j2\pi(f - f_{0m})] \right|^2.$$

Отримані формули вказують на можливі операції, які необхідно виконати над прийнятим полем, щоб отримати зображення поверхні. Розглянемо два методи побудови некогерентного зображення. Метод явного фокусування фактично було розглянуто під час виведення формул (2.6), (2.7). Для його реалізації необхідно або шляхом сканування, або шляхом паралельного огляду за допомогою ДФС і відповідних операцій фокусування покрити сімейством променів заданий сектор спостереження і за кожним напрямком променю оцінити потужність сигналу. Операції фокусування можна здійснити виконуючи затримки надширокосмугового сигналу відповідно до затримок падаючого фронту хвилі, або після розфільтровування сигналу за окремими частотами здійснити відповідні фазові затримки та підсумовування. Зображення, отримані на різних частотах, необхідно проінтегрувати (підсумувати).

Другий варіант побудови зображення ґрунтується на використанні (2.29) або (2.33), і використовує поняття функцій когерентності та автокореляційної функції АФР. Формула (2.34) передбачає розфільтрування надширокосмугового комплексного аналітичного сигналу на вузькі смуги частот, що задовольняють умові КМН, з коефіцієнтами передачі $\dot{K}_m(j2\pi f) = \dot{K}_m[j2\pi(f - f_{0m})]$, алгоритмічну реалізацію інтегрування та подальше складання зображень. Аналітичний сигнал має односторонній спектр за умови $f > 0$ і дає змогу реалізувати функцію когерентності тільки на позитивних частотах, що мають фізичний сенс. В іншому разі в алгоритм обробки, що реалізує формулу (2.34),

необхідно вводити другу частоту, яка не має фізичного сенсу. Технічно сформувати аналітичний сигнал можна, наприклад, за допомогою квадратурних детекторів [71, 72].

2.2.2 Обробка сигналів, зареєстрованих ідеалізованою континуальною апертурою

Після розфільтровування надширокосмугового сигналу на низку вузькосмугових складових, аналітичний сигнал у m -й смузі частот для кожної точки $\vec{r}' \in D'$ апертури виду (2.22) можна представити у такому вигляді:

$$\begin{aligned} \dot{s}_m(t, \vec{r}') &= \dot{S}_m(t, \vec{r}') \exp(j2\pi f_{0m}t) \approx \\ &\approx \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} 2\dot{S}\dot{F}(\vec{\vartheta}, f) \dot{I}_{basic}(\vec{r}', f_{0m}) \dot{K}_m(j2\pi f) \times \exp\{j2\pi[ft + f_{0m}c^{-1}\vec{\vartheta}\vec{r}']\} df d\vec{\vartheta} = \\ &= \exp(j2\pi f_{0m}t) \dot{I}_{basic}(\vec{r}', f_{0m}) \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}_m(\vec{\vartheta}, t) \exp\{j2\pi f_{0m}(c^{-1}\vec{\vartheta}\vec{r}')\} d\vec{\vartheta}, \end{aligned} \quad (2.37)$$

де

$$\dot{S}_m(t, \vec{r}') = \dot{I}_{basic}(\vec{r}', f_{0m}) \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}_m(\vec{\vartheta}, t) \exp\{j2\pi f_{0m}(c^{-1}\vec{\vartheta}\vec{r}')\} d\vec{\vartheta} \quad (2.38)$$

є комплексною обвідною сигналу, прийнятого і відфільтрованого в точці $\vec{r}' \in D'$ вузькосмуговим фільтром з коефіцієнтом передачі $\dot{K}_m(j2\pi f)$;

$$\dot{S}_m(\vec{\vartheta}, t) \exp(j2\pi f_{0m}t) = \int_{-\infty}^{\infty} 2\dot{S}\dot{F}(\vec{\vartheta}, f) \dot{K}_m(j2\pi f) \exp\{j2\pi ft\} df \quad (2.39)$$

є комплексною обвідною (кутовою густиною комплексної амплітуди) сигналу, що падає на антенну систему в одиничному тілесному куті з напрямку $\vec{\vartheta}$ і відфільтрованого коефіцієнтом передачі цієї системи $\dot{K}_m(j2\pi f)$. У цих формулах $2\pi f c^{-1} \vec{\vartheta} \vec{r}' \approx 2\pi f_{0m} c^{-1} \vec{\vartheta} \vec{r}'$ задля виконання умов КМН.

Для спрощення формул індекси, що відповідають номерам смуг частот після розфільтрування прийнятих сигналів, далі у розділі, де це не має принципового значення, вказуватися не будуть.

Щоб у подальших перетвореннях використовувати частоти $f_0 = f_{0m}$ тільки в області позитивних частот, перейдемо до аналітичних сигналів з одностороннім спектром. Знайдемо комплексну функцію когерентності аналітичного сигналу в m -й смузі частот

$$\begin{aligned} \dot{I}(\tau, \Delta \vec{r}') &= \langle \dot{s}(t, \vec{r}') \dot{s}^*(t - \tau, \vec{r}' - \Delta \vec{r}') \rangle = \\ &= \langle \dot{S}(t, \vec{r}') \dot{S}^*(t - \tau, \vec{r}' - \Delta \vec{r}') \rangle \exp(j2\pi f_0 \tau) = \\ &= \exp(j2\pi f_0 \tau) \dot{I}_{basic}(\vec{r}', f_0) \dot{I}_{basic}^*(\vec{r}' - \Delta \vec{r}', f_0) \times \\ &\times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \langle \dot{S}(\vec{\vartheta}_1, t) S^*(\vec{\vartheta}_2, t - \tau) \rangle \exp \left\{ \begin{aligned} &j2\pi f_0 (c^{-1} \vec{\vartheta}_1 \vec{r}') - \\ &- j2\pi f_0 (c^{-1} \vec{\vartheta}_2 (\vec{r}' - \Delta \vec{r}')) \end{aligned} \right\} d\vec{\vartheta}_1 d\vec{\vartheta}_2. \end{aligned} \quad (2.40)$$

За умови $\tau = 0$ просторова функція когерентності набуде такого вигляду:

$$\begin{aligned} \dot{I}(0, \Delta \vec{r}') &= \langle \dot{s}(t, \vec{r}') \dot{s}^*(t, \vec{r}' - \Delta \vec{r}') \rangle = \langle \dot{S}(t, \vec{r}') \dot{S}^*(t, \vec{r}' - \Delta \vec{r}') \rangle = \\ &= 4\Delta F \dot{I}_{basic}(\vec{r}', f_0) \dot{I}_{basic}^*(\vec{r}' - \Delta \vec{r}', f_0) \int_{-\infty}^{\infty} G\sigma^0(\vec{\vartheta}, f) \exp \left\{ j2\pi f_0 (c^{-1} \vec{\vartheta} \Delta \vec{r}') \right\} d\vec{\vartheta}. \end{aligned} \quad (2.41)$$

Додатково врахуємо (1.18) і (1.20) у рівнянні (2.41), тоді отримаємо:

$$\begin{aligned} \langle \dot{S}(\vec{\mathcal{Q}}_1, t) S^*(\vec{\mathcal{Q}}_2, t) \rangle &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} 4 \langle \dot{S} \dot{F}(\vec{\mathcal{Q}}_1, f_1) \dot{S}^* \dot{F}^*(\vec{\mathcal{Q}}_2, f_2) \rangle \dot{K}(j2\pi f_1) \dot{K}^*(j2\pi f_2) \times \\ &\times \exp\{j2\pi(f_1 - f_2)t\} df_1 df_2 = \delta(\vec{\mathcal{Q}}_1 - \vec{\mathcal{Q}}_2) \int_{-\infty}^{\infty} 4G\sigma^0(\vec{\mathcal{Q}}_1, f) |\dot{K}(j2\pi f)|^2 df. \end{aligned} \quad (2.42)$$

Для вузької m -ї смуги АЧХ $|\dot{K}(j2\pi f)| = |\dot{K}[j2\pi(f - f_0)]|$ в межах частоти f_0 справедлива рівність

$$\int_{-\infty}^{\infty} 4G\sigma^0(\vec{\mathcal{Q}}, f_0) |\dot{K}[j2\pi(f - f_0)]|^2 df \approx 4G\sigma^0(\vec{\mathcal{Q}}, f_0) \Delta F. \quad (2.43)$$

У (2.43) враховано той факт, що аналітичний сигнал $\dot{S}(t, \vec{r}')$ має односторонній спектр, подвоєний за амплітудою.

Для отримання практичного алгоритму формування зображення необхідно коректно обґрунтувати процедуру усереднення сигналів, позначену знаком статистичного усереднення $\langle \cdot \rangle$. При розрахунку функції когерентності ця математична операція може бути представлена таким виразом:

$$\dot{I}(\tau, \Delta \vec{r}') = \langle \dot{S}(t, \vec{r}') \dot{S}^*(t - \tau, \vec{r}' - \Delta \vec{r}') \rangle = \langle \dot{S}_1 \dot{S}_2^* \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}_1 \dot{S}_2^* p(\dot{S}_1 \dot{S}_2^*) d\dot{S}_1 d\dot{S}_2^*, \quad (2.44)$$

де $p(\dot{S}_1 \dot{S}_2^*)$ – спільний функціонал густини ймовірності процесів $\dot{S}(t, \vec{r}')$ та $\dot{S}^*(t - \tau, \vec{r}' - \Delta \vec{r}')$.

В алгоритмічному сенсі отримана формула не має фізичної реалізації. Однак наближено в практичних випадках необхідну процедуру усереднення можна виконати на основі відомої в математиці теореми про середнє, яка за умови

$T \rightarrow \infty, D' \rightarrow \infty$ строго обґрунтована щодо визначення статистичних характеристик ергодичних процесів:

$$\dot{I}_{TD'}(\tau, \Delta \vec{r}') = \frac{1}{TD'} \int_{D'} \int_0^T \dot{S}(t, \vec{r}') \dot{S}^*(t - \tau, \vec{r}' - \Delta \vec{r}') dt d\vec{r}'. \quad (2.45)$$

На відміну від формули (2.44) для математичного очікування добутку сигналів, формула (2.45) для їхнього середнього значення є фізично реалізованою у вигляді алгоритму оброблення реєстрованого поля. Слід зазначити, що багато оптимізаційних завдань, у яких середні значення вихідних даних задано імовірнісною формулою (2.44), призводять до фізично реалізованих рішень виду (2.45).

Наближене середнє від добутку цих функцій можна отримати, інтегруючи їх тільки за часом:

$$\Gamma_T(\tau, \Delta \vec{r}') = \frac{1}{T} \int_0^T \dot{S}(t, \vec{r}') \dot{S}^*(t - \tau, \vec{r}' - \Delta \vec{r}') dt d\vec{r}'. \quad (2.46)$$

Виконаємо додаткове усереднення рівності (2.46) за просторовими координатами та врахуємо наближені рівності математичних очікувань і середніх значень. У результаті отримаємо:

$$\begin{aligned} \dot{I}_{TD'}(0, \Delta \vec{r}') &\approx \frac{1}{D'} \int_{D'} \langle \dot{S}(t, \vec{r}') \dot{S}^*(t, \vec{r}' - \Delta \vec{r}') \rangle d\vec{r}' \frac{4\Delta F}{D'} \int_{D'} \dot{I}_{basic}(\vec{r}', f_0) \times \dot{I}_{basic}^* \\ &\times (\vec{r}' - \Delta \vec{r}', f_0) d\vec{r}' \int_{-\infty}^{\infty} G\sigma^0(\vec{g}, f_0) \exp\left\{j2\pi f_0(c^{-1}\vec{g}\Delta \vec{r}')\right\} d\vec{g} = \frac{4\Delta F}{D'} \times \\ &\times \dot{R}_{ADP basic}(\Delta \vec{r}', f_0) \dot{I}_{\sigma}(\Delta \vec{r}', f_0). \end{aligned} \quad (2.47)$$

Порівнюючи отриманий вираз із рівняннями (2.25) і (2.27), можна зробити висновок, що оцінку некогерентного зображення $G\sigma^0(\vec{\mathcal{G}}_k, f_{0m})$ на кожній розфільтрованій частоті f_{0m} необхідно шукати у вигляді образу Фур'є добутку $\dot{R}_{APD}(\Delta\vec{r}', f_0)\dot{\Gamma}_\sigma(f_0, \Delta\vec{r}')$:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{\Delta\vec{r}' \rightarrow \vec{\mathcal{G}}}[\dot{\Gamma}_{TD'}(0, \Delta\vec{r}')] &\approx \frac{4\Delta F}{D'} \int_{-\infty(\Delta\vec{r}', D')}^{\infty} \dot{R}_{APD \text{ basic}}(f_0, \Delta\vec{r}') \times \\ &\times \dot{\Gamma}_\sigma(f_0, \Delta\vec{r}') \exp\left(-j2\pi f_0 \frac{\vec{\mathcal{G}}_k \Delta\vec{r}'}{c}\right) d\Delta\vec{r}' = \frac{4\Delta F}{D'} G\hat{\sigma}^0(\vec{\mathcal{G}}_k, f_0), \end{aligned} \quad (2.48)$$

що відповідає класичній теоремі Ван Циттерта - Церніке. Необхідно зауважити, що у вузькій смузі частот в межах кожної частоти f_{0m} виконується умова КМН. В отриманому виразі необхідно використовувати формулу (2.45) або (2.46) у вигляді алгоритму формування просторової функцій когерентності $\dot{\Gamma}_{TD'}(0, \Delta\vec{r}')$ або $\Gamma_T(0, \Delta\vec{r}')$, який можна реалізувати на практиці.

Таким чином, за наявності в області спостереження D' апертури із заданим АФР, просторова функція когерентності падаючого поля множиться на кореляційну функцію цієї АФР. Тоді для відновлення зображення відповідно до теореми Ван Циттерта-Церніке необхідно до виразу (2.47) застосувати просторове перетворення Фур'є.

Образ Фур'є добутку підінтегральних функцій дає згортку їх образів у вигляді істинного некогерентного зображення $G\sigma^0(\vec{\mathcal{G}}_k, f_0)$ і ДС:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{\Delta\vec{r}' \rightarrow \vec{\mathcal{G}}}[\dot{\Gamma}_{TD'}(0, \Delta\vec{r}')] &= \frac{4\Delta F}{D'} G\hat{\sigma}^0(\vec{\mathcal{G}}_k, f_0) = \\ &= \frac{4\Delta F}{D'} \int_{-\infty(\Theta)}^{\infty} \left| \dot{F}(f, \vec{\mathcal{G}} - \vec{\mathcal{G}}_k) \right|^2 G\sigma^0(\vec{\mathcal{G}}, f_0) d\vec{\mathcal{G}}. \end{aligned} \quad (2.49)$$

Так, в отриманому виразі функція $\dot{G}_\sigma(f, \Delta\vec{r}')$ є комплексним просторовим спектром дійсної спектральної функції, а функція $\dot{R}_{ADP\ basic}(f, \Delta\vec{r}')$ – просторовим комплексним коефіцієнтом передачі антенної системи. За такої умови просторова конфігурація антенної системи та її АФР мають бути такими, щоб забезпечити реєстрацію максимального числа гармонік спектра функції $G\sigma^0(\vec{\mathcal{G}}, f_0)$. Функція $\hat{\sigma}^0(\vec{\mathcal{G}}_k, f_0)$ є згладженою оцінкою істинного зображення з втратою роздільної здатності на величину, яка визначається видом і шириною ДС $\left| \dot{F}(f, \vec{\mathcal{G}} - \vec{\mathcal{G}}_k) \right|^2$.

Таким чином, для формування некогерентного зображення $\hat{P}(\vec{\mathcal{G}}_k)$ за наявності ідеалізованої континуальної АФР необхідно над прийнятим полем сигналів в області його реєстрації виконати такі алгоритмічні операції:

- 1) розділити прийнятий надширокосмуговий просторово-часовий сигнал на вузькі смуги частот, що задовольняють умову КМН;
- 2) Для отримання оцінок зображень $G\sigma^0(\vec{\mathcal{G}}, f_0)$ необхідно в кожній окремій смузі частот сформувати комплексні функції просторової когерентності $\dot{G}_{TD'}(0, \Delta\vec{r}')$ шляхом перемноження комплексних амплітуд сигналів, отриманих з елементів антенної системи в точках \vec{r}' , та інтегрування добутку за змінними t і \vec{r}' :

$$\dot{G}_{TD'}(0, \Delta\vec{r}') = \frac{1}{TD'} \int_{D'} \int_0^T \dot{S}(t, \vec{r}') \dot{S}^*(t, \vec{r}' - \Delta\vec{r}') dt d\vec{r}', \quad (2.50)$$

і, відповідно до теореми Ван Циттерта-Церніке, застосувати просторове перетворення Фур'є

$$\frac{4\Delta F}{D'} G\hat{\sigma}^0(\vec{\mathcal{G}}_k, f_0) = \int_{-\infty(\Delta\vec{r}', D')}^{\infty} \dot{G}_{TD'}(0, \Delta\vec{r}') \exp\left(-j2\pi f \frac{\vec{\mathcal{G}}_k \Delta\vec{r}'}{c}\right) d\Delta\vec{r}'; \quad (2.51)$$

3) операцію (2.51) необхідно виконати в кожному піддіапазоні частот ΔF широкосмугового або надширокосмугового просторово-часового сигналу, а потім отримані результати підсумувати відповідно до формули (2.34):

$$\hat{P}(\vec{g}_k) = 4 \sum_{i=1}^N \Delta F_i G \hat{\sigma}_i^0(\vec{g}_k, f_0). \quad (2.52)$$

Отримане інтегральне зображення буде більш інформативним, оскільки воно містить сумарну інформацію кожної смуги частот. Водночас кожне із зображень, сформованих у різних смугах частот, може бути вивчене незалежно.

Запропонований алгоритм справедливий для ідеалізованої апертури антени (2.22) з можливістю зміни фази в кожній точці \vec{r}' області спостереження D' . Реалізація такої апертури можлива в оптиці, проте в радіодіапазоні її реалізація неможлива. Тому доцільно отримати відповідний алгоритм обробки сигналів для випадку реальних антен, таких як антенні решітки.

2.2.3 Структура практичного алгоритму формування радіозображення в антенних решітках

У реальних АР розкритв заповнений дискретним чином апертурами елементарних антен із базовою АФР виду:

$$I_{APD}(f, \vec{r}') = \sum_{i=1}^N I_{APD\ i}(f, \vec{r}' - \vec{r}'_i). \quad (2.53)$$

Спостереження сигналів і керування їх затримками можливі тільки на виходах елементарних антен із фазовими центрами в точках \vec{r}'_i .

АФР для решітки, підданої амплітудно-фазовому керуванню і сфокусованої на напрямок $\vec{\vartheta}_k$, має такий вигляд рівняння (2.28). Підставивши цей вираз до (2.20) отримаємо:

$$G\hat{\sigma}^0(\vec{\vartheta}_k, f) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \dot{\Gamma}_{ij}(f) \exp \left[-j2\pi f \frac{\vec{\vartheta}_k(\vec{r}'_i - \vec{r}'_j)}{c} \right], \quad (2.54)$$

де

$$\begin{aligned} \dot{\Gamma}_{ij}(f) &= \int_{-\infty(\Delta\vec{r}', D')}^{\infty} \dot{R}_{ADP\ ij} \left[f, \Delta\vec{r}' - (\vec{r}_i - \vec{r}_j) \right] \dot{\Gamma}_{\sigma}(f, \Delta\vec{r}') d\Delta\vec{r}' = \\ &= \int_{-\infty(\Theta)}^{\infty} \dot{E}_i(f, \vec{\vartheta}) \dot{E}_j^*(f_0, \vec{\vartheta}) G\sigma^0(\vec{\vartheta}_k, f) \exp \left[j2\pi f \vec{\vartheta} \frac{(\vec{r}'_i - \vec{r}'_j)}{c} \right] d\vec{\vartheta}. \end{aligned} \quad (2.55)$$

Після розфільтровування сигналів на вузькі смуги частот, як і в попередньому випадку з ідеалізованою апертурою, в отримані вирази (2.54), (2.55) з безперервною зміною частоти необхідно підставити її дискретні значення $f = f_{0m}$. Вираз (52) показує, що оцінки некогерентних зображень $G\hat{\sigma}^0(\vec{\vartheta}_k, f_{0m})$ розраховуються шляхом застосування дискретного перетворення Фур'є до коефіцієнтів $\dot{\Gamma}_{ij}(f_{0m})$, які є результатом інтегрування добутків комплексної функції просторової когерентності та взаємних кореляційних функцій базових АФР елементарних антен у складі антенної решітки.

Необхідно зазначити, що номери антен $i = \overline{1, N}$, $j = \overline{1, N}$ для простоти обрано послідовно, незалежно від того, чи є АР одновимірною або двовимірною. Діаграми спрямованості всіх елементарних антен однакові й мають вигляд образів Фур'є відповідних АФР:

$$\begin{aligned}
\dot{E}_i(\vec{\mathcal{G}}, f, \vec{r}_i') &= \int_{-\infty(D')}^{\infty} \dot{I}_{APD\ i}(\vec{r}' - \vec{r}_i', f) \exp\left\{j2\pi f(c^{-1}\vec{\mathcal{G}}\vec{r}')\right\} d\vec{r}' = \\
&= \left| \begin{matrix} \vec{r}' - \vec{r}_i' = \vec{r}_1' \\ \vec{r}' = \vec{r}_1' + \vec{r}_i' \end{matrix} \right| = \exp\left\{j2\pi f(c^{-1}\vec{\mathcal{G}}\vec{r}_i')\right\} \int_{-\infty(D')}^{\infty} \dot{I}_{APD\ i}(\vec{r}_1', f) \times \\
&\times \exp\left\{j2\pi f c^{-1}\vec{\mathcal{G}}\vec{r}_1'\right\} d\vec{r}_1' = \dot{E}_i(\vec{\mathcal{G}}, f) \exp\left\{j2\pi f(c^{-1}\vec{\mathcal{G}}\vec{r}_i')\right\}
\end{aligned} \tag{2.56}$$

Відрізняються ДС різних антен у складі АР тільки фазовими множниками $\exp\left\{j2\pi f(c^{-1}\vec{\mathcal{G}}\vec{r}_i')\right\}$, що характеризують положення їх фазових центрів \vec{r}_i' . Цей множник виникає природнім шляхом під час реєстрації хвилі по фронту її падіння у вигляді запізнювання або випередження за фазою відносно початку координат.

Сумарне (інтегральне) зображення можна представити у такому вигляді:

$$\hat{P}(\vec{\mathcal{G}}_k) = \sum_{m=1}^M 2\Delta F_m G \hat{\sigma}_m^0(\vec{\mathcal{G}}_k, f_{0m}). \tag{2.57}$$

Отримані вирази описують математичну структуру зображення і фізичний сенс деяких математичних операцій, але не мають даних про те, які конкретно алгоритмічні операції необхідно виконати над прийнятим сигналом, щоб сформувати це зображення. Для розв'язання цієї задачі, як і у випадку ідеалізованої континуальної апертури (2.21) і (2.22), вважаємо, що сигнали після розфільтровування приймаються кожною елементарною антеною в окремих вузьких смугах частот і що сигнали в кожній такій смузі задовольняють умові КМН. Аналітичні комплексні сигнали з одностороннім спектром на виході i -ї антени в кожній зі смуг запишемо наступним чином:

$$\begin{aligned}
\dot{s}(t, \vec{r}_i') &= \dot{S}(t, \vec{r}_i') \exp(j2\pi f_0 t) = \int_{-\infty(D_i')}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} 2\dot{S}\dot{F}(\vec{\mathcal{G}}, f) \dot{I}_{APD\ i}(\vec{r}' - \vec{r}_i', f_0) \times \\
&\times \dot{K}\left[j2\pi(f - f_0)\right] \times \exp\left\{j2\pi\left[ft + f_0 c^{-1}\vec{\mathcal{G}}\vec{r}'\right]\right\} df d\vec{\mathcal{G}} d\vec{r}' =
\end{aligned}$$

$$= \exp(j2\pi f_0 t) \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}(\vec{\vartheta}, t) \dot{E}_i(\vec{\vartheta}, f_0) \exp\{j2\pi f_0 (c^{-1} \vec{\vartheta} \vec{r}'_i)\} d\vec{\vartheta}, \quad (2.58)$$

де

$$\dot{S}(\vec{\vartheta}, t) \exp(j2\pi f_0 t) = \int_{-\infty}^{\infty} 2\dot{S}\dot{F}(\vec{\vartheta}, f) \dot{K}[j2\pi(f - f_0)] \exp\{j2\pi(ft)\} df, \quad (2.59)$$

$$\dot{S}(t, \vec{r}'_i) = \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}(\vec{\vartheta}, t) \dot{F}_{ai}(\vec{\vartheta}, f_0) \exp\{j2\pi f_0 (c^{-1} \vec{\vartheta} \vec{r}'_i)\} d\vec{\vartheta}, \quad (2.60)$$

а вираз $\dot{E}_i(\vec{\vartheta}, f_0) \exp\{j2\pi f_0 (c^{-1} \vec{\vartheta} \vec{r}'_i)\}$ визначається рівністю (2.56).

Розглянемо комплексну просторову функцію взаємної когерентності комплексних аналітичних сигналів, дійсні та уявні частини яких сформовані на виходах двох довільних i -ї та j -ї елементарних антен:

$$\begin{aligned} \langle \dot{S}(t, \vec{r}'_i) \dot{S}^*(t, \vec{r}'_j) \rangle &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \langle \dot{S}(\vec{\vartheta}_1, t) \dot{S}_2^*(\vec{\vartheta}_2, t) \rangle \times \\ &\times \dot{E}_i(\vec{\vartheta}_1, f_0) \dot{E}_{aj}^*(\vec{\vartheta}_2, f_0) \exp\{j2\pi f_0 c^{-1} (\vec{\vartheta}_1 \vec{r}'_i - \vec{\vartheta}_2 \vec{r}'_j)\} d\vec{\vartheta}_1 d\vec{\vartheta}_2 = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} 4\Delta FG \sigma^0(\vec{\vartheta}, f_0) \dot{E}_i(\vec{\vartheta}, f_0) \dot{E}_j^*(\vec{\vartheta}, f_0) \exp\{j2\pi f_0 c^{-1} \vec{\vartheta} (\vec{r}'_i - \vec{r}'_j)\} d\vec{\vartheta} = \\ &= 4\Delta F \dot{I}_{ij}(f_0), \end{aligned} \quad (2.61)$$

де на основі (1.20), (1.21) та (1.23):

$$\langle \dot{S}_1(\vec{\vartheta}_1, t) \dot{S}_2^*(\vec{\vartheta}_2, t) \rangle = 4\Delta FG \sigma^0(\vec{\vartheta}_1, f_0) \delta(\vec{\vartheta}_1 - \vec{\vartheta}_2), \quad (2.62)$$

а

$$\dot{I}_{ij}(f_0) = \int_{-\infty}^{\infty} G\sigma^0(\vec{\mathcal{G}}, f_0) \dot{E}_i(\vec{\mathcal{G}}, f_0) \dot{E}_{aj}^*(\vec{\mathcal{G}}, f_0) \exp\{j2\pi f_0 c^{-1} \vec{\mathcal{G}}(\vec{r}'_i - \vec{r}'_j)\} d\vec{\mathcal{G}}. \quad (2.63)$$

Матриця чисел $\dot{I}_{ij}(f_0)$ є показником ступеня когерентності сигналів, сформованих на виходах елементарних антен. Отримані числа збігаються з числами другої формули (2.31) на частотах $f = f_{0m}$. Тоді на підставі цієї формули та формули (52) на частотах $f = f_{0k}$ оцінку зображення $G\sigma^0(\vec{\mathcal{G}}_m, f)$ знаходимо у вигляді дискретного перетворення Фур'є сукупності цих чисел. Це є практичним етапом алгоритму обробки сигналів, тобто формуванням просторової функції взаємної когерентності комплексних аналітичних сигналів $\langle \dot{S}(t, \vec{r}'_i) \dot{S}^*(t, \vec{r}'_n) \rangle$:

$$\begin{aligned} G\hat{\sigma}^0(\vec{\mathcal{G}}_k, f) &= \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \dot{I}_{ij}(f_0) \exp\left[-j2\pi f_0 \frac{\vec{\mathcal{G}}_k(\vec{r}'_i - \vec{r}'_j)}{c}\right] = \\ &= \frac{1}{4\Delta F} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \langle \dot{S}(t, \vec{r}'_i) \dot{S}^*(t, \vec{r}'_j) \rangle \exp\left[-j2\pi f_0 \frac{\vec{\mathcal{G}}_k(\vec{r}'_i - \vec{r}'_j)}{c}\right]. \end{aligned} \quad (2.64)$$

Формулу (2.55) для чисел $\dot{I}_{ij}(f_0)$, виражену через функцію когерентності та взаємну кореляційну функцію АФР елементарних антен $\dot{R}_{APD ik}[\cdot]$, отримаємо наступним чином. Запишемо добуток діаграм спрямованості у такому вигляді:

$$\begin{aligned} \dot{E}_i(\vec{\mathcal{G}}, f_0) \dot{E}_j^*(\vec{\mathcal{G}}, f_0) &= \int_{-\infty(D')}^{\infty} \int_{-\infty(D')}^{\infty} \dot{I}_{APD i}(\vec{r}'_1, f_0) \dot{I}_{APD j}^*(\vec{r}'_2, f_0) \times \\ &\times \exp\{j2\pi f_0 c^{-1} \vec{\mathcal{G}}(\vec{r}'_1 - \vec{r}'_2)\} d\vec{r}'_1 d\vec{r}'_2 = \int_{-\infty(D')}^{\infty} \int_{-\infty(D')}^{\infty} \dot{I}_{APD i}(\vec{r}'_1, f_0) \dot{I}_{APD j}^*(\vec{r}'_1 - \Delta\vec{r}', f_0) d\vec{r}'_1 \times \\ &\times \exp\{j2\pi f_0 c^{-1} \vec{\mathcal{G}}\Delta\vec{r}'\} d\Delta\vec{r}' = \int_{-\infty(D')}^{\infty} \dot{R}_{APD ij}(\Delta\vec{r}', f_0) \exp\{j2\pi f_0 c^{-1} \vec{\mathcal{G}}\Delta\vec{r}'\} d\Delta\vec{r}'. \end{aligned} \quad (2.65)$$

Вважаючи межі інтегрування досить великими, впливом їх змін під час заміни змінних тут нехтуємо. Підставимо цей вираз, а також вираз (2.10) для спектральної функції зображення у формулу (2.63). У результаті отримаємо формулу (2.55):

$$\begin{aligned}
 \dot{I}_{ij}(f_0) &= \int_{-\infty}^{\infty} G\sigma^0(\vec{\mathcal{G}}, f_0) \dot{E}_i(\vec{\mathcal{G}}, f_0) \dot{E}_j^*(\vec{\mathcal{G}}, f_0) \exp\{j2\pi f_0 c^{-1} \vec{\mathcal{G}}(\vec{r}'_i - \vec{r}'_j)\} d\vec{\mathcal{G}} = \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f_0^2}{c^2} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{I}_{\sigma}(f_0, \Delta\vec{r}) \exp\{-j2\pi f_0 c^{-1} \vec{\mathcal{G}}\Delta\vec{r}'\} d\Delta\vec{r}' \times \\
 &\times \int_{-\infty(D')}^{\infty} \dot{R}_{APD\ ij}(\Delta\vec{r}', f_0) \exp\{j2\pi f_0 c^{-1} \vec{\mathcal{G}}\Delta\vec{r}'\} d\Delta\vec{r}' \exp\{j2\pi f_0 c^{-1} \vec{\mathcal{G}}(\vec{r}'_i - \vec{r}'_j)\} d\vec{\mathcal{G}} = \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f_0^2}{c^2} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{I}_{\sigma}(f_0, \Delta\vec{r}'_1) \dot{R}_{APD\ ij}(\Delta\vec{r}'_2, f_0) \times \\
 &\times \int_{-\infty}^{\infty} \exp\{-j2\pi f_0 c^{-1} \vec{\mathcal{G}}[\Delta\vec{r}'_1 - \Delta\vec{r}'_2 - (\vec{r}'_i - \vec{r}'_j)]\} d\vec{\mathcal{G}} \Delta\vec{r}'_1 \Delta\vec{r}'_2 = \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f_0^2}{c^2} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{I}_{\sigma}(f_0, \Delta\vec{r}'_1) \dot{R}_{APD\ ij}(\Delta\vec{r}'_2, f_0) \frac{c^2}{f_0^2} \delta[\Delta\vec{r}'_1 - \Delta\vec{r}'_2 - (\vec{r}'_i - \vec{r}'_j)] \Delta\vec{r}'_1 \Delta\vec{r}'_2 = \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} \dot{I}_{\sigma}(f_0, \Delta\vec{r}') \dot{R}_{APD\ ij}[f_0, \Delta\vec{r}' - (\vec{r}'_i - \vec{r}'_j)] \Delta\vec{r}' d\Delta\vec{r}'.
 \end{aligned} \tag{2.66}$$

Практичну реалізацію алгоритму формування показника ступеня когерентності $\dot{I}_{ij}(f_0)$ можна здійснити відповідно до формули, аналогічної (2.45), з врахуванням дискретного характеру побудови АР – із заміною операції інтегрування сумою. Вважаючи АР двовимірною, позначимо положення фазових центрів елементарних антен \vec{r}'_{nl} , $n = \overline{1...N}$, $l = \overline{1...L}$, а їхні вихідні сигнали подвійними індексами $\dot{S}(t, \vec{r}'_{ij})$. Тоді отримаємо алгоритм формування показника ступеня когерентності $\dot{I}_{ij}(f_0)$

$$4\Delta F \dot{\Gamma}_{ij}(f_{0m}) = \langle \dot{S}(t, \vec{r}'_i) \dot{S}^*(t, \vec{r}'_j) \rangle \approx \frac{1}{TNL} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{L-1} \int_0^T \dot{S}(t, \vec{r}'_{nl}) \dot{S}^*(t, \vec{r}'_{n-i, l-j}) dt, \quad (2.67)$$

$$\text{де } \vec{r}'_{nl} - \vec{r}'_{n-i, l-j} = \Delta \vec{r}'_{ij}.$$

Таким чином, для реалізації розглянутого варіанта апертурного синтезу зображень в активних бортових РЛС з АР зі стохастичними надширокосмуговими зондувальними сигналами та неявним фокусуванням на елементи підстильної поверхні, необхідно виконати такі алгоритмічні операції:

1) розділити спектр прийнятого надширокосмугового сигналу на вузькі смуги частот, у яких сигнали задовольняють умовам КМН і в яких його спектрально-кореляційні характеристики практично постійні;

2) відповідно до формули (2.67) у кожній смузі частот сформувати сукупність показників ступеня когерентності $\dot{\Gamma}_{ij}(f_{0m})$;

3) до отриманої сукупності чисел застосувати дискретне перетворення Фур'є:

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^L \dot{\Gamma}_{ij}(f_{0m}) \exp\left(-j2\pi f_{0m} \frac{\vec{\mathcal{G}}_k \Delta \vec{r}'_{ij}}{c}\right), \quad \Delta \vec{r}'_{ij} = \vec{r}'_i - \vec{r}'_j;$$

4) розрахувати суму зображень, отриманих в різних смугах частот.

2.3 Метод активного надширокосмугового апертурного синтезу зображень на основі формування другої похідної від просторово-часової кореляційної функції стохастичного сигналу

2.3.1 Обґрунтування методу

Метод оснований на теоремі про взаємозв'язок некогерентного зображення, заданого функцією $P(\vec{\mathcal{G}})$, з другою похідною кореляційної функції поля в ділянці його спостереження, розглянутої у підрозділі 2.1.5 і представленій формулою (1.36). Ця теорема є узагальненням теорем Хинчина-Вінера і Ван Циттерта-Церніке для просторового аналізу спектрально-кореляційних енергетичних характеристик надширокосмугового просторово-часового випадкового процесу. Відповідно до цієї теореми функція $P(\vec{\mathcal{G}})$, що представляє істинне некогерентне радіолокаційне зображення протяжного об'єкта, є середньою потужністю надширокосмугового стохастичного сигналу, прийнятого з напрямку $\vec{\mathcal{G}}$. Вона визначається інтегралом другої похідної просторово-часової кореляційної функції поля в ділянці його спостереження для тих моментів часу $\tau = -\frac{\vec{\mathcal{G}} \Delta \vec{r}'}{c}$, що відповідають запізнюванню плоского фронту поля, яке падає на приймальну поверхню. Обґрунтування цієї теореми і відповідної формули стосовно завдань пасивної радіометрії надано в роботі [6]. Справедливість цієї формули можна також обґрунтувати у такий спосіб. Підставимо в неї вираз (1.34) для похідної від кореляційної функції, враховуючи рівність $\tau_k = -\frac{\vec{\mathcal{G}}_k \Delta \vec{r}'}{c}$ для конкретного напрямку з безлічі всіх напрямів, що покривають досліджуваний просторово-часовий об'єкт або поверхню. Тоді:

$$\begin{aligned}
P(\vec{\mathcal{G}}_k) &= -\frac{1}{c^2(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} -c^2(2\pi)^2 \times \\
&\times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f^2}{c^2} G\sigma^0(\vec{\mathcal{G}}, f) \exp\left\{j2\pi f \frac{(\vec{\mathcal{G}} - \vec{\mathcal{G}}_k) \Delta \vec{r}'}{c}\right\} df d\vec{\mathcal{G}} d\Delta \vec{r}' = \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f^2}{c^2} G\sigma^0(\vec{\mathcal{G}}, f) \times \\
&\times \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left\{j2\pi f \frac{(\vec{\mathcal{G}} - \vec{\mathcal{G}}_k) \Delta \vec{r}'}{c}\right\} d\Delta \vec{r}' \right\} df d\vec{\mathcal{G}} = \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} G\sigma^0(\vec{\mathcal{G}}, f) \delta(\vec{\mathcal{G}} - \vec{\mathcal{G}}_k) df d\vec{\mathcal{G}} = \int_{-\infty}^{\infty} G\sigma^0(\vec{\mathcal{G}}_k, f) df,
\end{aligned} \tag{2.68}$$

де

$$\frac{c^2}{f^2} \delta(\vec{\mathcal{G}} - \vec{\mathcal{G}}_k) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left\{j2\pi f \frac{(\vec{\mathcal{G}} - \vec{\mathcal{G}}_k) \Delta \vec{r}'}{c}\right\} d\Delta \vec{r}' \tag{2.69}$$

Для дискретної двовимірної АР із числом антен $\nu = \overline{1, N_1}$, $\mu = \overline{1, N_2}$, і дискретним покриттям поверхні об'єкта, що досліджується, ДС у напрямках $\vec{\mathcal{G}}_k$, формула (1.36) набуде такого вигляду:

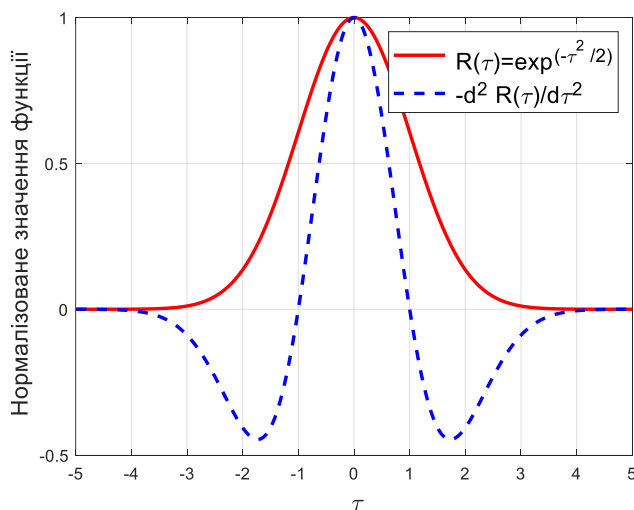
$$\begin{aligned}
P(\vec{\mathcal{G}}_k) &= -\frac{1}{c^2(2\pi)^2} \sum_{i=1} \sum_{n=1} \frac{d^2}{d\tau^2} R_{in} \left(\tau_{min} = -\frac{\vec{\mathcal{G}}_k \Delta \vec{r}'_{in}}{c} \right), \\
\vec{r}'_{\nu\mu} - \vec{r}'_{\nu-i, \mu-n} &= \Delta \vec{r}'_{in}.
\end{aligned} \tag{2.70}$$

Формули (2.68) та (2.70) наочно вказують на певну сукупність математичних та алгоритмічних операцій побудови зображення. Необхідно проінтегрувати (розрахувати суму) значення другої похідної кореляційної функції $R(\tau, \Delta \vec{r}')$ в ті

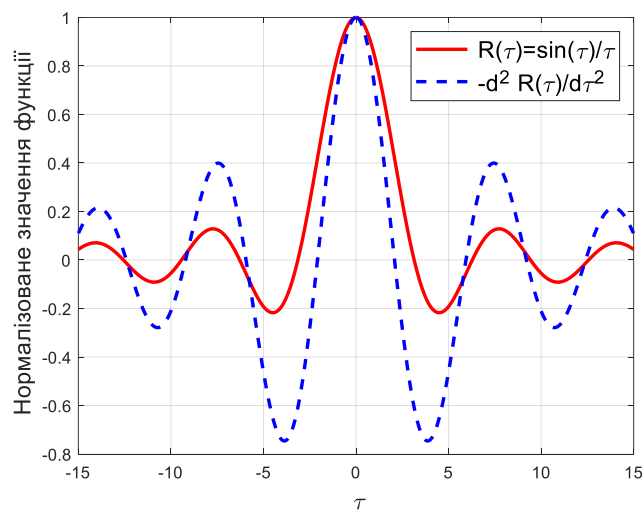
моменти часу $\tau_{min} = -(\vec{\mathcal{G}}_m \Delta \vec{r}'_m)/c$, в які кореляційна функція $R(\tau = -(\vec{\mathcal{G}} \Delta \vec{r}')/c, \Delta \vec{r}')$ та її друга похідна $-\frac{d^2}{d\tau^2} R(\tau = -(\vec{\mathcal{G}} \Delta \vec{r}')/c, \Delta \vec{r}')$ мають максимальні значення для кожного конкретного обраного напрямку $\vec{\mathcal{G}}_k$. Ці моменти часу відповідають затримці плоского фронту падаючої хвилі, що прийшла з цього напрямку до розкриву антенної системи.

Необхідно зазначити, що значення аргументів кореляційної функції та її другої похідної з від'ємним знаком, збігаються у місцях, у яких вони набувають максимальних значень

На рисунку 2.1 показано графіки кореляційних функцій $R(\tau) = \exp(-\tau^2/2)$ і $R(\tau) = \sin \tau / \tau$ а також їхніх від'ємних других похідних.



а)



б)

Рисунок 2.1 – Графіки кореляційних функцій та їх других похідних для функцій:

а) $R(\tau) = \exp(-\tau^2/2)$; б) $R(\tau) = \sin \tau / \tau$

Збіг максимумів кореляційної функції та її другої похідної в одній і тій самій точці свідчить про те, що у формулі (1.36) наближено під знак інтеграла можна підставити безпосередньо саму кореляційну функцію:

$$P_1(\vec{\mathcal{G}}) = \int_{-\infty}^{\infty} R\left(\tau = -\frac{\vec{\mathcal{G}} \cdot \Delta\vec{r}'}{c}, \Delta\vec{r}'\right) d\Delta\vec{r}'. \quad (2.71)$$

Відповідно до формули (2.71), для побудови зображення необхідно для кожного заданого напрямку $\vec{\mathcal{G}}_k$ визначити максимальні значення кореляційної функції, які мають місце на площині фронту падаючої хвилі, а потім розрахувати їх суму (інтеграл). Рівність скомпенсованих затримок $\tau_k = -\frac{\vec{\mathcal{G}}_k \cdot \Delta\vec{r}'}{c}$ має місце на тій площині фронту падаючої хвилі, що проходить через початок координат в області приймання D' та перпендикулярна до обраного напрямку $\vec{\mathcal{G}}_k$. Інтегрування відповідає додаванню середніх потужностей надширокосмугового стохастичного поля в області його максимальної кореляції, тобто в області фронту падаючого поля в ділянці спостереження D' :

$$R\left(\tau = -\frac{\vec{\mathcal{G}} \cdot \Delta\vec{r}'}{c}, \Delta\vec{r}'\right) = R(0, \Delta\vec{r}'). \quad (2.72)$$

2.3.2 Практична реалізація теореми про зв'язок зображення з другою похідною від кореляційної функції поля, що спостерігається

У практичних випадках в області спостереження D' знаходиться антенна система з АФР $\dot{I}_{ADP}(f, \vec{r}')$. Водночас смуга пропускання приймальних пристроїв обмежена коефіцієнтом передачі $\dot{K}(j2\pi f)$, який вважаємо однаковим для всієї системи. Також всі канали приймання АР вважаємо ідентичними. У багатьох

випадках АФР визначається областю реєстрації поля і не залежить від частоти. Проте у загальному випадку АФР залежить від частоти і ним зазвичай керують і за амплітудою, і за фазою. Тоді прийнятий просторово-часовий сигнал можна представити таким виразом:

$$s(t, \vec{r}') = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}\dot{F}(\vec{\mathcal{Q}}, f) \dot{I}_{APD}(\vec{r}', f) \dot{K}[j2\pi(f)] \times \exp\{j2\pi f[t + c^{-1}\vec{\mathcal{Q}}\vec{r}']\} df d\vec{\mathcal{Q}}. \quad (2.73)$$

Враховуючи (1.21), представимо кореляційну функцію в такому вигляді:

$$\begin{aligned} R(\tau, \Delta\vec{r}', \vec{r}') &= \langle s(t, \vec{r}') s(t - \tau, \vec{r}' - \Delta\vec{r}') \rangle = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \langle \dot{S}\dot{F}(\vec{\mathcal{Q}}_1, f_1) \dot{S}^*\dot{F}^*(\vec{\mathcal{Q}}_2, f_2) \rangle \dot{I}_{APD}(\vec{r}', f_1) \dot{I}_{APD}^*(\vec{r}' - \Delta\vec{r}', f_2) \times \\ &\quad \times \dot{K}[j2\pi(f_1)] \dot{K}^*[j2\pi(f_2)] \exp\{j2\pi f_1[t + c^{-1}\vec{\mathcal{Q}}_1\vec{r}']\} \times \\ &\quad \times \exp\{-j2\pi f_2[t - \tau + c^{-1}\vec{\mathcal{Q}}_2(\vec{r}' - \Delta\vec{r}')] \} df_1 d\vec{\mathcal{Q}}_1 df_2 d\vec{\mathcal{Q}}_2 = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} G\sigma^0(\vec{\mathcal{Q}}, f) \dot{I}_{APD}(\vec{r}', f) \dot{I}_{APD}^*(\vec{r}' - \Delta\vec{r}', f) |\dot{K}[j2\pi(f)]|^2 \times \\ &\quad \times \exp\{j2\pi f[\tau + c^{-1}\vec{\mathcal{Q}}\Delta\vec{r}']\} df d\vec{\mathcal{Q}}. \end{aligned} \quad (2.74)$$

У розглянутому варіанті формування зображення, його практична реалізація пов'язана з реалізацією алгоритмів формування дійсних і комплексних кореляційних функцій (функцій когерентності).

Строге математичне визначення середнього значення у вигляді математичного очікування добутку зсунутих у часі та за просторовими координатами сигналів за ймовірнісною формулою (2.44) не має алгоритмічної реалізації. Алгоритмічну реалізацію розрахунку середнього значення можна здійснити на основі теореми про середнє, можливість застосування якої строго обґрунтована для ергодичних процесів. У цьому випадку наближене усереднення

добутку функцій, тобто обчислення кореляційної функції, здійснюється за формулами (2.45), (2.79).

Щоб позбавитись залежності від \vec{r}' , кореляційну функцію (2.74) доцільно додатково усереднити за цією змінною на основі теореми про середнє:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{D'} \int_{D'} R(\tau, \Delta \vec{r}', \vec{r}') d\vec{r}' = \bar{R}(\tau, \Delta \vec{r}') = \\ & = \frac{1}{D'} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} G\sigma^0(\vec{\mathcal{G}}, f) \dot{R}_{APD}(f, \Delta \vec{r}') \left| \dot{K}[j2\pi(f_1)] \right|^2 \times \\ & \quad \times \exp\left\{j2\pi f \left[\tau + c^{-1} \vec{\mathcal{G}} \Delta \vec{r}' \right] \right\} df d\vec{\mathcal{G}}. \end{aligned} \quad (2.75)$$

Тоді одним із практичних алгоритмів формування зображення $P(\vec{\mathcal{G}}_k)$ є реєстрація (приймання) сигналу (2.73), наближене обчислення кореляційної функції (2.75) за формулами (2.45), (2.79) та інтегрування її другої похідної в моменти часу $\tau_k = -(\vec{\mathcal{G}}_k \Delta \vec{r}')/c$ згідно з формулою (1.36), де $\vec{\mathcal{G}}_k$ – один із безлічі конкретних напрямів, що покривають досліджувану поверхню, $k = \overline{1...K}$. Можна наближено формувати зображення $P_1(\vec{\mathcal{G}}_k) \approx P(\vec{\mathcal{G}}_k)$ відповідно до формули (2.71), інтегруючи безпосередньо саму кореляційну функцію.

$$P_1(\vec{\mathcal{G}}_k) = \int_{-\infty}^{\infty} \bar{R}\left(\tau = -\frac{\vec{\mathcal{G}}_k \Delta \vec{r}'}{c}, \Delta \vec{r}'\right) d\Delta \vec{r}', \quad (2.76)$$

або для випадку дискретної антенної системи:

$$\begin{aligned} P_1(\vec{\mathcal{G}}_k) &= \sum_{i=1} \sum_{n=1} \bar{R}_{in}\left(\tau = -\frac{\vec{\mathcal{G}}_k \Delta \vec{r}'_{in}}{c}\right), \\ \vec{r}'_{\mu\nu} - \vec{r}'_{\mu-i, \nu-n} &= \Delta \vec{r}'_{in}. \end{aligned} \quad (2.77)$$

Таким чином, практична реалізація формули (2.76) полягає в оцінках значень \bar{R}_{in} і розрахунку їх суми в моменти часу $\tau_{kin} = -\left(\vec{\mathcal{G}}_k \Delta \vec{r}'\right)/c$, в яких ця кореляційна функція має для кожного конкретного обраного напрямку $\vec{\mathcal{G}}_k$ максимальні значення. Для практичної оцінки зображення $P\left(\vec{\mathcal{G}}_k\right)$ необхідно додатково обчислити другі похідні функції $\bar{R}\left(\tau = -\left(\vec{\mathcal{G}}_k \Delta \vec{r}'\right)/c, \Delta \vec{r}'\right)$, а потім розрахувати суму її значень в зазначені моменти часу.

2.3.3 Взаємозв'язок різних методів формування зображень

Розглянемо фізичну сутність алгоритму інтегрування кореляційної функції (2.75) за формулою (2.76), підставивши в неї вираз $\tau = -\left(\vec{\mathcal{G}}_k \Delta \vec{r}'\right)/c$:

$$P_1\left(\vec{\mathcal{G}}_k\right) = \frac{1}{D'} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} G\sigma^0\left(\vec{\mathcal{G}}, f\right) R_{APD}\left(f, \Delta \vec{r}'\right) \left|\dot{K}\left[j2\pi(f)\right]\right|^2 \times \\ \times \exp\left\{j2\pi \frac{f}{c}\left(\vec{\mathcal{G}} - \vec{\mathcal{G}}_k\right) \Delta \vec{r}'\right\} df d\vec{\mathcal{G}} \Delta \vec{r}'. \quad (2.78)$$

Оскільки АФР і діаграма спрямованості антенної системи пов'язані перетвореннями Фур'є (1.30), (2.6), тоді вираз

$$\int_{-\infty}^{\infty} R_{APD}\left(f, \Delta \vec{r}'\right) \exp\left\{j2\pi \frac{f}{c}\left(\vec{\mathcal{G}} - \vec{\mathcal{G}}_k\right) \Delta \vec{r}'\right\} \Delta \vec{r}' = \left|\dot{E}\left(f, \vec{\mathcal{G}} - \vec{\mathcal{G}}_k\right)\right|^2 \quad (2.79)$$

є діаграмою спрямованості за потужністю.

У такому випадку зображення можна представити формулою:

$$P_1(\vec{\mathcal{G}}_k) = \frac{1}{D'} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \dot{K}[j2\pi(f)] \right|^2 \int_{-\infty}^{\infty} G\sigma^0(\vec{\mathcal{G}}, f) \left| \dot{E}(f, \vec{\mathcal{G}} - \vec{\mathcal{G}}_k) \right|^2 d\vec{\mathcal{G}} df. \quad (2.80)$$

Формули (2.80) і (2.76) дають один і той самий результат. Але формула (2.80) має більш зрозумілий фізичний зміст і вказує на інший можливий варіант формування зображення. Внутрішній інтеграл у формулі (2.80) описується рівнянням

$$G\hat{\sigma}^0(\vec{\mathcal{G}}_k, f) = \int_{-\infty}^{\infty} G\sigma^0(\vec{\mathcal{G}}, f) \left| \dot{E}(f, \vec{\mathcal{G}} - \vec{\mathcal{G}}_k) \right|^2 d\vec{\mathcal{G}} \quad (2.81)$$

та має сенс згладженого ДС за потужністю зображення на кожній окремій частоті f , які є спектральними оцінками зображень. Спектральні оцінки $G\hat{\sigma}^0(\vec{\mathcal{G}}_k, f)$ можна отримати за допомогою вузькосмугової вимірювальної антенної системи з апаратною функцією $\left| \dot{E}(f, \vec{\mathcal{G}} - \vec{\mathcal{G}}_k) \right|^2$ на кожній частоті f . Теоретично, повне зображення (2.80) розраховується інтегруванням спектральних оцінок $G\hat{\sigma}^0(\vec{\mathcal{G}}_k, f)$ у смузі частот, що визначається функцією $\left| \dot{K}[j2\pi(f)] \right|^2$, а практично – розрахунком суми оцінок, отриманих у відповідних вузькосмугових системах. В інтегруванні також бере участь енергетичний спектр зондувального сигналу $G = G(f)$.

Таким чином, отримаємо метод явного фокусування системи формування зображення $P_1(\vec{\mathcal{G}}_k)$, який першочергово полягає в оцінці спектральних зображень $G\hat{\sigma}^0(\vec{\mathcal{G}}_k, f)$ з подальшим їх інтегруванням (сумою). Спектральні оцінки можна отримати шляхом фокусування антенної системи на кожній частоті на безліч напрямків, у результаті чого зондована поверхня покривається безліччю ДС (променів) $\left| \dot{E}(f, \vec{\mathcal{G}} - \vec{\mathcal{G}}_k) \right|^2$. Для цього потрібно розфільтрувати надширокосмуговий

процес на безліч вузькосмугових сигналів із центральними частотами f_{0i} . Операцію фокусування антенної системи на кожен із напрямків $\vec{\vartheta}_k$, що покривають заданий сектор огляду, на кожній частоті f_{0i} можна виконати за допомогою діаграмоформулюючої схеми (ДФС) шляхом вирівнювання фаз за фронтом хвилі, що падає, і подальшого синфазного складання сигналів, отриманих на виходах відповідних елементів антенної системи. Математично операція фокусування відповідає застосуванню до прийнятого поля просторового перетворення Фур'є. Інтегрування безпосередньо кореляційної функції за формулою (2.76) та операції фокусування, що відповідають формулі (2.80), дають один і той самий результат.

Метод формування зображень з використанням просторових функцій когерентності можна отримати наступним чином. Виділимо в підінтегральних виразах (2.75) та (2.79) спектральну густину просторової комплексної кореляційної функції (функції когерентності) падаючого поля в ділянці спостереження D' :

$$\begin{aligned} \dot{G}(f, \Delta \vec{r}') &= \mathcal{F}^{-1}_{\vec{\vartheta} \rightarrow \Delta \vec{r}'} \left[G\sigma^0(\vec{\vartheta}, f) \right] = \\ &= \int_{-\infty(\Theta)}^{\infty} G\sigma^0(\vec{\vartheta}, f) \exp\left(j2\pi f \frac{\vec{\vartheta} \Delta \vec{r}'}{c}\right) d\vec{\vartheta}. \end{aligned} \quad (2.82)$$

Її зв'язок зі спектральною функцією зображення шляхом застосування просторового перетворення Фур'є відповідає теоремі Ван Циттерта-Церніке. Тоді кореляційна функція (2.75) набуде такого вигляду

$$\begin{aligned} \overline{R}(\tau, \Delta \vec{r}') &= \frac{1}{D'} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \dot{K}[j2\pi(f_1)] \right|^2 \dot{R}_{ADP}(f, \Delta \vec{r}') \times \\ &\times \dot{G}(f, \Delta \vec{r}') \exp(j2\pi f \tau) df, \end{aligned} \quad (2.83)$$

а формула побудови зображення (2.80), враховуючи (2.81), прийме вигляд

$$P_1(\vec{\mathcal{Q}}_k) = \frac{1}{D'} \int_{-\infty}^{\infty} |\dot{K}[j2\pi(f)]|^2 \int_{-\infty}^{\infty} \dot{\Gamma}_s(f, \Delta\vec{r}') \times \\ \times \exp\left\{-j2\pi \frac{f}{c} \vec{\mathcal{Q}}_k \Delta\vec{r}'\right\} df d\Delta\vec{r}'. \quad (2.84)$$

У (2.84) функція $\dot{\Gamma}_s(f, \Delta\vec{r}')$ визначається формулою

$$\dot{\Gamma}_s(f, \Delta\vec{r}') = \dot{R}_{APD}(f, \Delta\vec{r}') \dot{\Gamma}(f, \Delta\vec{r}') \quad (2.85)$$

та має назву спектральної густини просторової комплексної функції когерентності прийнятого (зареєстрованого) сигналу, отриманого на виході антенної системи з АФР $\dot{I}_{APD}(\vec{r}', f)$ і коефіцієнтом передачі $\dot{K}[j2\pi(f)]$. Водночас спектральні оцінки зображень пов'язані з цією функцією когерентності наступним співвідношенням:

$$G\hat{\sigma}^0(\vec{\mathcal{Q}}_k, f) = \int_{-\infty}^{\infty} G\sigma^0(\vec{\mathcal{Q}}, f) \left| \dot{E}(f, \vec{\mathcal{Q}} - \vec{\mathcal{Q}}_k) \right|^2 d\vec{\mathcal{Q}} = \\ = \int_{-\infty}^{\infty} \dot{\Gamma}_s(f, \Delta\vec{r}') \exp\left\{-j2\pi \frac{f}{c} \vec{\mathcal{Q}}_k \Delta\vec{r}'\right\} d\Delta\vec{r}'. \quad (2.86)$$

Тоді отримаємо варіант побудови радіозображення, що ґрунтується на формуванні функцій когерентності $\dot{\Gamma}_s(f_{0i}, \Delta\vec{r}')$ сигналів, прийнятих на безлічі частот f_{0i} , розфільтровування прийнятого надширокосмугового сигналу, виконанні операцій перетворень Фур'є з подальшим інтегруванням (розрахунком суми) спектральних оцінок зображень. Однією з переваг цього варіанту є можливість застосування швидких алгоритмів перетворень Фур'є.

Для обґрунтування можливості практичної реалізації формули (2.83), що пов'язує функцію когерентності падаючого поля з функцією когерентності прийнятого просторового сигналу на виході антенної системи, доцільно розглянути вираз (1.108) для кореляційної функції $\overline{R}(\tau, \Delta\vec{r}')$ під час приймання сигналів

вузькосмугової системою, яка задовольняє умовам КМН із центральною частотою налаштування f_{0i} . Модуль коефіцієнта передачі такої системи в межах класичної теорії перетворень Фур'є має симетричні максимуми в областях позитивних і негативних частот f_{0i} і $-f_{0i}$:

$$\begin{aligned} |\dot{K}(j2\pi f)|^2 &= |\dot{M}[-j2\pi(f + f_{0i})] + \dot{M}[j2\pi(f - f_{0i})]|^2 \approx \\ &\approx |\dot{M}[-j2\pi(f + f_{0i})]|^2 + |\dot{M}[j2\pi(f - f_{0i})]|^2. \end{aligned} \quad (2.87)$$

Вважаючи функції $\dot{R}_{APD}(f, \Delta\vec{r}') \approx \dot{R}_{APD}(f_{0i}, \Delta\vec{r}')$ та $\dot{I}(f, \Delta\vec{r}') \approx \dot{I}(f_{0i}, \Delta\vec{r}')$ наближено постійними в межах відповідних смуг в межах частот f_0 і $-f_0$, знаходимо, що з одного боку формули (2.75), (2.83) набувають такого вигляду:

$$\begin{aligned} \bar{R}(\tau, \Delta\vec{r}', f_{0i}) &= \frac{1}{D'} \Delta F (\dot{R}_{APD}(f_{0i}, \Delta\vec{r}') \dot{I}(f_{0i}, \Delta\vec{r}') \exp(j2\pi f_{0i}\tau) df + \\ &\quad + \dot{R}_{APD}^*(f_{0i}, \Delta\vec{r}') \dot{I}^*(f_{0i}, \Delta\vec{r}') \exp(-j2\pi f_{0i}\tau)) df = \\ &= \frac{1}{D'} 2\Delta F \operatorname{Re} [\dot{R}_{APD}(f_{0i}, \Delta\vec{r}') \dot{I}(f_{0i}, \Delta\vec{r}') \exp(j2\pi f_{0i}\tau) df]. \end{aligned} \quad (2.88)$$

У (2.88):

$$2\Delta F = \int_{-\infty}^{\infty} |\dot{K}[j2\pi f]|^2 df = 2 \int_{-\infty}^{\infty} |\dot{M}[\pm j2\pi(f \mp f_{0i})]|^2 df. \quad (2.89)$$

З іншого боку, на основі (2.75), (2.83) отримаємо:

$$\begin{aligned} \bar{R}(\tau, \Delta\vec{r}', f_{0i}) &= \frac{1}{D'} \int_{D'} \langle s(t, \vec{r}', f_{0i}) s(t - \tau, \vec{r}' - \Delta\vec{r}', f_{0i}) \rangle d\vec{r}' = \\ &= \frac{1}{D'} \int_{D'} \langle \operatorname{Re} \dot{s}(t, \vec{r}', f_{0i}) \operatorname{Re} \dot{s}(t - \tau, \vec{r}' - \Delta\vec{r}', f_{0i}) \rangle d\vec{r}' \approx \end{aligned}$$

$$\approx \frac{1}{2D'} \int_{D'} \operatorname{Re} \left[\dot{R}_s(\tau, \Delta \vec{r}', f_{0i}) e^{j2\pi f_{0i}\tau} \right] d\vec{r}', \quad (2.90)$$

де $s(t, \vec{r}', f_{0i}) = \operatorname{Re} \dot{s}(t, \vec{r}', f_{0i})$;

$\dot{s}(t, \vec{r}') = \dot{S}(t, \vec{r}', f_{0i}) \exp(j2\pi f_{0i}t)$ – вузькосмуговий комплексний аналітичний сигнал;

$\dot{S}(t, \vec{r}', f_{0i})$ – комплексна обвідна;

$\dot{R}_s(\tau, \Delta \vec{r}', f_{0i}) = \langle \dot{S}(t, \vec{r}', f_{0i}) \dot{S}^*(t - \tau, \vec{r}' - \Delta \vec{r}', f_{0i}) \rangle$ – комплексна функція когерентності обвідної сигналу, прийнятого антеною після його вузькосмугової фільтрації.

Порівнюючи вирази (2.88) і (2.90), отримаємо наступну рівність:

$$\lim_{\Delta F \rightarrow 0} \frac{1}{4\Delta F} \dot{R}_s(\tau, \Delta \vec{r}', f_{0i}) = \dot{I}_s(0, \Delta \vec{r}', f_{0i}) = \dot{R}_{APD}(\Delta \vec{r}', f_{0i}) \dot{I}(\Delta \vec{r}', f_{0i}). \quad (2.91)$$

Виконавши перехід від вузькосмугового сигналу на центральній частоті f_{0i} до спектральної складової надширокосмугового сигналу на поточній частоті f , отримаємо формулу (2.99). Розрахунок комплексної кореляційної функції $\dot{R}_s(\Delta \vec{r}', f_{0i}) \approx 4\Delta F \dot{I}_s(\Delta \vec{r}', f_{0i})$ вузькосмугового комплексного аналітичного сигналу з подвоєним одностороннім спектром Фур'є і відповідним енергетичним спектром $4G_s(f)$ можна здійснити на основі теореми про середнє та формулам, ідентичним (2.45), (2.46):

$$\dot{R}_s(\tau, \Delta \vec{r}') \approx \frac{1}{TD'} \int_{D'} \int_0^T \dot{S}(t, \vec{r}') \dot{S}^*(t - \tau, \vec{r}' - \Delta \vec{r}') dt d\vec{r}'. \quad (2.92)$$

Для широкосмугових і надширокосмугових радарів представляє інтерес також інший варіант формування зображень із виконанням наступної

послідовності дій. Для кожного з напрямків $\vec{\vartheta}_k$, що відповідають кутовим положенням елементів протяжного об'єкта, отримуються сигнали з виходів просторово розподіленої антенної системи та затримуються у лініях затримок, а далі розраховується їх сума та вимірюється потужність, таким чином формуючи зображення у вигляді функції $P_1(\vec{\vartheta}_k)$. Затримки сигналів необхідно обрати такими, щоб забезпечити їх одночасне додавання для кожного напрямку в перпендикулярній площині відповідно до падіння фронту поля на розкриття антенної системи. У цьому випадку АФР буде сфокусовано на напрямок $\vec{\vartheta}_m$, що еквівалентно введенню в нього фокусуєчого множника $\exp(-j2\pi f c^{-1} \vec{\vartheta}_k \vec{r}')$. Тоді результуюче АФР набуде такого вигляду,

$$i_{APD}(f, \vec{r}', \vec{\vartheta}_k) = i_{APD}(f, \vec{r}') \exp\left(-j2\pi f \frac{\vec{\vartheta}_k \vec{r}'}{c}\right). \quad (2.93)$$

Відповідно сигнал (2.73) буде представлений таким виразом

$$s(t, \vec{r}', \vec{\vartheta}_k) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}\dot{F}(\vec{\vartheta}, f) i_{APD}(\vec{r}', f) \dot{K}[j2\pi(f)] \times \\ \times \exp\left\{j2\pi f \left[t + c^{-1}(\vec{\vartheta} - \vec{\vartheta}_m) \vec{r}'\right]\right\} df d\vec{\vartheta}. \quad (2.94)$$

Для фокусування цього сигналу у заданому напрямку, потрібно розрахувати його суму (проінтегрувати) за всіма елементами розкриття $d\vec{r}'$:

$$s(t, \vec{\vartheta}_k) = \int_{-\infty(D')}^{\infty} s(t, \vec{r}', \vec{\vartheta}_k) d\vec{r}' = \int_{-\infty(D')}^{\infty} \int_{-\infty(F)}^{\infty} \exp\left(-j2\pi f \frac{\vec{\vartheta}_k \vec{r}'}{c}\right) \times \\ \times \int_{(\Theta)-\infty}^{\infty} \dot{S}\dot{F}(\vec{\vartheta}, f) i_{APD}(f, \vec{r}') \dot{K}(j2\pi f) \exp\left\{j2\pi f \left(t + \frac{\vec{\vartheta} \vec{r}'}{c}\right)\right\} d\vec{\vartheta} df d\vec{r}' =$$

$$= \int_{-\infty(D')}^{\infty} \int_{-\infty(F)}^{\infty} \exp \left\{ j2\pi f \left(t - \frac{\vec{\mathcal{G}}_k \vec{r}'}{c} \right) \right\} \dot{S}(f, \vec{r}') df d\vec{r}'. \quad (2.95)$$

Внутрішній інтеграл отриманого виразу є оберненим образом Фур'є спектра сигналу $s(t, \vec{r}')$ зі зсувом (затримкою) у часі на величину $(\vec{\mathcal{G}}_k \vec{r}')/c$, тобто спектру сигналу $s(t - (\vec{\mathcal{G}}_k \vec{r}')/c, \vec{r}')$:

$$\dot{S}(f, \vec{r}') = \int_{(\Theta)-\infty}^{\infty} \dot{S}\dot{F}(\vec{\mathcal{G}}, f) \dot{I}_{APD}(f, \vec{r}') \dot{K}(j2\pi f) \exp \left\{ j2\pi f \frac{\vec{\mathcal{G}} \vec{r}'}{c} \right\} d\vec{\mathcal{G}}. \quad (2.96)$$

Тоді:

$$s(t, \vec{\mathcal{G}}_t) = \int_{-\infty(D')}^{\infty} s(t - (\vec{\mathcal{G}}_k \vec{r}')/c, \vec{r}') d\vec{r}'. \quad (2.97)$$

Для двовимірного дискретного розкриття (антенної решітки), з подвійною (матричною) індексацією положень фазових центрів \vec{r}'_{ik} елементарних антен:

$$s(t, \vec{\mathcal{G}}_k) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M s_{kij} \left(t - (\vec{\mathcal{G}}_k \vec{r}'_{ij})/c \right). \quad (2.98)$$

Для побудови радіозображення, необхідно для кожного з напрямків, що покривають протяжний об'єкт, оцінити потужності прийнятих сигналів

$$P_1(\vec{\mathcal{G}}_k) = \langle s^2(t, \vec{\mathcal{G}}_k) \rangle \approx \frac{1}{T} \int_0^T s^2(t, \vec{\mathcal{G}}_k) dt. \quad (2.99)$$

Аналіз структур сигналів (2.73), (2.94) показує, що цей варіант дає такий самий результат, як і попередні варіанти, тобто формули (2.76), (2.113), (2.83) та (2.87) дають ідентичні оцінки зображень $P_1(\vec{\mathcal{G}}_k)$ і відповідають інтегруванню безпосередньо самої кореляційної функції

2.3.4 Обґрунтування алгоритму інтегрування другої похідної кореляційної функції

Порівняно з інтегруванням кореляційної функції, інтегрування її другої похідної є більш коректною операцією формування зображення. Відмінність пов'язана з урахуванням множника f^2/c^2 , який виникає під час інтегрування ДС $\left| \dot{E}(f, \vec{\mathcal{G}} - \vec{\mathcal{G}}_k) \right|^2$. Для доказу цього факту розглянемо найпростішу АФР прямокутного розкриття, сфокусованого на один із напрямків $\vec{\mathcal{G}}_k$:

$$\begin{aligned} \dot{I}_{APD}(f, \vec{\mathcal{G}}_m, \vec{r}') &= I_{APD}(\vec{r}') \exp\left(-j2\pi \frac{f}{c} \vec{\mathcal{G}}_k \vec{r}'\right), \\ I_{APD}(\vec{r}') &= I_{APD}(x') I_{APD}(y') = \begin{cases} 1 & \text{при } x' \in \left(-\frac{X'}{2}, \frac{X'}{2}\right), y' \in \left(-\frac{Y'}{2}, \frac{Y'}{2}\right) \\ 0 & \text{при } x' \notin \left(-\frac{X'}{2}, \frac{X'}{2}\right), y' \notin \left(-\frac{Y'}{2}, \frac{Y'}{2}\right) \end{cases} \end{aligned} \quad (2.100)$$

Фокусуючий множник $\exp\left(-j2\pi \frac{f}{c} \vec{\mathcal{G}}_k \vec{r}'\right)$ відповідає фазовим затримкам, які компенсують запізнювання за фазою спектральних складових сигналу за фронтом хвилі, що падає на розкриття антенної системи для подальшого синфазного підсумовування прийнятих сигналів. Таке АФР є певною ідеалізацією, оскільки

передбачає можливість керування фазою в кожній точці розкриття. Однак така ідеалізація дає змогу краще зрозуміти особливості формування зображення.

ДС розрахуємо, застосувавши до АФР перетворення Фур'є (2.4):

$$\begin{aligned} & \left| \dot{E}(f, \vec{\mathcal{G}} - \vec{\mathcal{G}}_m) \right|^2 = \\ & = D'^2 \left| \frac{\sin \left[\pi \frac{f}{c} (\mathcal{G}_x - \mathcal{G}_{kx}) X' \right]}{\pi \frac{f}{c} (\mathcal{G}_x - \mathcal{G}_{kx}) X'} \right|^2 \times \left| \frac{\sin \left[\pi \frac{f}{c} (\mathcal{G}_y - \mathcal{G}_{ky}) Y' \right]}{\pi \frac{f}{c} (\mathcal{G}_y - \mathcal{G}_{ky}) Y'} \right|^2, \end{aligned} \quad (2.101)$$

Для визначення відмінностей, пов'язаних з інтегруванням кореляційної функції та її другої похідної, припустимо, що в межах ДС $\left| \dot{E}(f, \vec{\mathcal{G}} - \vec{\mathcal{G}}_m) \right|^2$ спектральна функція зображення $G\sigma^0(\vec{\mathcal{G}}_k, f)$ за змінною $\vec{\mathcal{G}}$ практично постійна. У цьому разі справедлива наступна формула:

$$P(\vec{\mathcal{G}}_k) = \frac{1}{D'} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \dot{K}[j2\pi(f)] \right|^2 G\sigma^0(\vec{\mathcal{G}}_k, f) \int_{-\infty}^{\infty} \left| \dot{E}(f, \vec{\mathcal{G}} - \vec{\mathcal{G}}_k) \right|^2 d\vec{\mathcal{G}} df. \quad (2.102)$$

Інтегруючи формулу (2.101) і використавши табличний інтеграл $\int_{-\infty}^{\infty} (\sin^2 ax) / x^2 dx = \pi|a|$, отримаємо:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{D'} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \dot{E}(f, \vec{\mathcal{G}} - \vec{\mathcal{G}}_k) \right|^2 d\vec{\mathcal{G}} = \frac{1}{D'} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \dot{E}(f, \vec{\mathcal{G}}) \right|^2 d\vec{\mathcal{G}} = \\ & = \frac{1}{D' \left(\pi \frac{f}{c} \right)^4} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2 \left[\pi \frac{f}{c} \mathcal{G}_x X' \right]}{\mathcal{G}_x^2} d\mathcal{G}_x \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2 \left[\pi \frac{f}{c} \mathcal{G}_y Y' \right]}{\mathcal{G}_y^2} d\mathcal{G}_y = \frac{c^2}{f^2}. \end{aligned} \quad (2.103)$$

Тоді повне зображення $P_1(\vec{\mathcal{G}}_k)$ є результатом інтегрування спектральних зображень $G\sigma^0(\vec{\mathcal{G}}_k, f)$ з коефіцієнтом $\frac{c^2}{f^2}$:

$$P_1(\vec{\mathcal{G}}_k) = \int_{-\infty}^{\infty} \left| \dot{K}[j2\pi(f)] \right|^2 \frac{c^2}{f^2} G\sigma^0(\vec{\mathcal{G}}_k, f) df. \quad (2.104)$$

Множник $\frac{c^2}{f^2}$ спотворює частотну залежність спектральної функції зображення $G\sigma^0(\vec{\mathcal{G}}_k, f)$. Для усунення цього множника необхідно інтегрувати не кореляційну функцію $\bar{R}(\tau, \Delta\vec{r}')$, а її другу похідну відповідно до формули (1.36). Для перевірки цього твердження виконаємо подвійне диференціювання (2.75):

$$\begin{aligned} & \left. \frac{d^2}{d\tau^2} \bar{R}(\tau, \Delta\vec{r}') \right|_{\tau = -c^{-1}\vec{\mathcal{G}}_k \Delta\vec{r}'} = \\ & = (2\pi)^2 c^2 \frac{1}{D'} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f^2}{c^2} G\sigma^0(\vec{\mathcal{G}}, f) R_{APD}(f, \Delta\vec{r}') \times \\ & \times \left| \dot{K}[j2\pi(f)] \right|^2 \exp\left\{ j2\pi f c^{-1}(\vec{\mathcal{G}}_k - \vec{\mathcal{G}}) \Delta\vec{r}' \right\} df d\vec{\mathcal{G}}. \end{aligned} \quad (2.105)$$

За формулою (1.36) знаходимо зображення у такому вигляді

$$\begin{aligned} P(\vec{\mathcal{G}}_k) &= -\frac{1}{c^2 (2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d^2}{d\tau^2} \bar{R}\left(\tau = -\frac{\vec{\mathcal{G}}_k \Delta\vec{r}'}{c}, \Delta\vec{r}'\right) d\Delta\vec{r}' = \\ &= \frac{1}{D'} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \dot{K}[j2\pi(f)] \right|^2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f^2}{c^2} G\sigma^0(\vec{\mathcal{G}}, f) \left| \dot{E}(f, \vec{\mathcal{G}} - \vec{\mathcal{G}}_k) \right|^2 d\vec{\mathcal{G}} df. \end{aligned} \quad (2.106)$$

Як і формулі (2.102), вважаємо, що в межах вузької ДС антенної системи $\left| \dot{E}(f, \vec{\mathcal{G}} - \vec{\mathcal{G}}_k) \right|^2$ спектральна функція зображення $G\sigma^0(\vec{\mathcal{G}}, f)$ практично постійна за змінною $\vec{\mathcal{G}}$. Тоді з урахуванням (2.19) знаходимо

$$P(\vec{\mathcal{G}}_k) = \int_{-\infty}^{\infty} \left| \dot{K}[j2\pi(f)] \right|^2 G\sigma^0(\vec{\mathcal{G}}_k, f) df. \quad (2.107)$$

Таким чином, інтегрування другої похідної є коректнішою процедурою оцінювання зображення $P(\vec{\mathcal{G}}_k)$.

Для вузькосмугових сигналів алгоритми інтегрування кореляційної функції та її другої похідної дають практично один і той самий результат, оскільки

$$\frac{f^2}{c^2} \approx \frac{f_0^2}{c^2} = const \quad (2.108)$$

Висновки до розділу

Для спрощення опису структури зображення було введено нові поняття спектральної густини функції просторової когерентності та спектральної густини автокореляційної функції АФР, використання яких є доцільним під час зондування поверхонь широкосмуговими сигналами й розв'язання задач апертурного синтезу радіозображень.

Запропоновано евристичні алгоритми формування радіозображень у системах активного апертурного синтезу з залученням широкосмугових зондуючих сигналів. Загальний алгоритм (2.33) передбачає формування на кожній частоті f сукупності чисел $\dot{\Gamma}_{in}(f)$, застосування до них дискретного перетворення

Фур'є та подальше інтегрування результату за всіма частотами. У практичному алгоритмі (2.66) пропонується широкосмуговий процес попередньо розфільтрувати на декілька вузьких смуг частот, і подальшу обробку виконувати на центральних частотах кожної з них. Це дозволить зменшити загальну складність обчислювальну складність алгоритму формування радіозображень при його реалізації радарній системі.

РОЗДІЛ 3

ОПТИМІЗАЦІЯ АЛГОРИТМУ АПЕРТУРНОГО СИНТЕЗУ ЗОБРАЖЕНЬ ПОВЕРХОНЬ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ АКТИВНИХ СИСТЕМ З ШИРОКОСМУГОВИМИ ЗОНДУЮЧИМИ СИГНАЛАМИ

3.1 Загальні відомості щодо оптимізації систем дистанційного зондування

3.1.1 Постановка задач оптимізації систем дистанційного зондування

Традиційно, в системах радіолокації, зв'язку та управління оптимальна обробка сигналів базується на теорії статистичних рішень і оцінок параметрів імовірнісних розподілів [65]. Водночас що цього вимагають і системи дистанційного зондування, оскільки в основі їх роботи лежать ті самі операції передавання, приймання й оброблення прийнятих сигналів. На відміну від детерміністичних методів оптимізації, широке застосування статистичних методів пов'язане з випадковою природою прийнятих сигналів і завад. Теорія і методи статистичної оптимізації рішень і оцінок дає змогу як синтезувати алгоритми оптимального опрацювання сигналів, так і визначити структурні особливості побудови отриманої радіотехнічної системи. Згадуючи оптимальну обробку сигналів, необхідно мати на увазі, що оптимізація виконується в рамках деякого обраного критерію. Одним із найпоширеніших критеріїв статистичної оптимізації алгоритмів і систем оброблення сигналів є критерій мінімуму середнього ризику:

$$\rho = \int_{\vec{\lambda}} \int_{\hat{\vec{\lambda}}} r(\vec{\lambda}, \hat{\vec{\lambda}}) p(\vec{\lambda}, \hat{\vec{\lambda}}) d\vec{\lambda} d\hat{\vec{\lambda}}, \quad (3.1)$$

де $\vec{\lambda}$ – параметри, що оцінюються;

$\hat{\vec{\lambda}}$ – результат виміру параметрів $\vec{\lambda}$ (їх оцінка);

$r(\vec{\lambda}, \hat{\lambda})$ – функція втрат (ризик, штраф, плата за помилку);

$p(\vec{\lambda}, \hat{\lambda})$ – спільна густина ймовірності параметрів $\vec{\lambda}$ та їхніх оцінок $\hat{\lambda}$.

Вираз (3.1) у ймовірнісному сенсі характеризує середнє значення функції втрат $r(\vec{\lambda}, \hat{\lambda})$ (її математичне очікування). Вибір цієї функції залежить від сутності задачі, що вирішується, та значущості можливих помилок її рішення. Під час вибору функції втрат зазвичай орієнтуються на здоровий глузд і можливість аналітичного розв’язання конкретної оптимізаційної задачі.

При мінімізації середнього ризику функція втрат має бути неспадною в міру збільшення різниці $\lambda - \hat{\lambda}$. У найпростіших ситуаціях найчастіше користуються квадратичною функцією втрат $r(\vec{\lambda}, \hat{\lambda}) = (\vec{\lambda} - \hat{\lambda})^2$. За цієї умови середній ризик ρ є середньоквадратичною помилкою (СКП), а критерій мінімуму середнього ризику є критерієм мінімуму СКП.

Досить часто у якості критерію мінімуму середнього ризику приймають таку квадратичну форму:

$$\rho = \left\langle \left(\vec{\lambda} - \hat{\lambda} \right)^T \underline{W}_{\lambda} \left(\vec{\lambda} - \hat{\lambda} \right) \right\rangle = \min, \quad (3.2)$$

де \underline{W}_{λ} – деяка симетрична невивроджена матриця ваг, що вказує на ступінь значущості окремих складових вектора $\vec{\lambda}$.

Оптимальні оцінки складових вектора $\vec{\lambda}_{opt}$ знаходяться у результаті розв’язання наступної системи рівнянь:

$$\frac{\partial \rho}{\partial \lambda_i} = 0. \quad (3.3)$$

У результаті диференціювання середньоквадратичних критеріїв типу (3.2), систему рівнянь (3.3) можна звести до такої сукупності оцінок:

$$\hat{\lambda}_{ionm} = \int_{\Lambda_i} \lambda_i p(\lambda_i | \vec{u}) d\lambda_i, \quad (3.3)$$

де Λ_i – множина всіх можливих значень параметра λ_i .

Таким чином, оцінка $\hat{\lambda}_{ionm}$ є середнім значенням або умовним математичним очікуванням випадкової величини λ_i для апостеріорного (післядослідного) розподілу $p(\lambda_i | \vec{u})$:

$$\hat{\lambda}_{ionm} = M(\lambda_i | \vec{u}), \quad (3.4)$$

де \vec{u} – вектор спостережень.

У широкому сенсі, спостереженнями \vec{u} можуть бути числові значення напруг, струмів, температур, значень вологості, тиску тощо. Це можуть бути скалярні та векторні функції, що описують поля різної фізичної природи. Під час обробки прийнятих коливань, які є функціями часу t , або функціями часу і просторових координат \vec{r}' , вектор спостережень складається з деякої сукупності функцій і відповідно може бути поданим у наступних формах:

$$\begin{aligned} \vec{u} &= \vec{u}(t) = \|u_k(t)\|, \\ \vec{u} &= \vec{u}(t, \vec{r}') = \|u_k(t, \vec{r}')\|, \quad k = \overline{1, K}. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Водночас моделі коливань $\vec{u}(t)$ або $\vec{u}(t, \vec{r}')$, що спостерігаються, також називають рівняннями спостереження.

Найпростіше скалярне рівняння спостереження являє собою адитивну суміш корисного сигналу, що залежить від оцінюваних параметрів, і завад:

$$u(t, \vec{r}') = s(t, \vec{\lambda}, \vec{r}') + n(t), \quad \vec{r}' = (x', y') \in D', \quad t \in (0, T). \quad (3.6)$$

Для симетричних апостеріорних густин імовірностей $p(\lambda_i | \vec{u})$, оцінка $\hat{\lambda}_{ionm}$ відповідає тому значенню λ_i , за якого функція досягає $p(\lambda_i | \vec{u})$ максимуму. Тоді $\hat{\lambda}_{ionm}$ може бути знайдено з вирішення такої системи рівнянь:

$$\frac{\partial p(\lambda_i | \vec{u})}{\partial \lambda_i} = 0. \quad (3.7)$$

Критерії оптимальності, пов'язані з пошуком апостеріорної густини ймовірності $p(\lambda_i | \vec{u})$, називають байєсівськими, тому що ці густини можна визначити відповідно до формули умовної густини ймовірності та формули Байєса:

$$p(\lambda_i | \vec{u}) = \frac{p(\lambda_i) p(\vec{u} | \lambda_i)}{p(\vec{u})} = \frac{p(\lambda_i) p(\vec{u} | \lambda_i)}{\int_{\Lambda_i} p(\lambda_i) p(\vec{u} | \lambda_i) d\lambda_i}. \quad (3.8)$$

Ці вирази визначаються формулами для спільної густини ймовірності

$$p(\lambda_i | \vec{u}) = \frac{p(\lambda_i) p(\vec{u} | \lambda_i)}{p(\vec{u})} = \frac{p(\lambda_i) p(\vec{u} | \lambda_i)}{\int_{\Lambda_i} p(\lambda_i) p(\vec{u} | \lambda_i) d\lambda_i}. \quad (3.9)$$

Ці вирази визначаються формулами для спільної $p(\lambda_i, \vec{u})$ та маргінальної $p(\vec{u})$ густин ймовірності:

$$p(\lambda_i, \vec{u}) = p(\lambda_i) p(\vec{u} | \lambda_i) = p(\vec{u}) p(\lambda_i | \vec{u}),$$

$$p(\vec{u}) = \int_{\Lambda_i} p(\lambda_i, \vec{u}) d\lambda_i = \int_{\Lambda_i} p(\lambda_i) p(\vec{u} | \lambda_i) d\lambda_i.$$

У формулі (3.9) диференціюванню підлягають лише співмножники, що явно залежать від λ_i . Тому цей вираз доцільно записати в такому вигляді:

$$p(\lambda_i | \vec{u}) = k p(\lambda_i) p(\vec{u} | \lambda_i). \quad (3.9)$$

де $k = 1 / p(\vec{u})$ – коефіцієнт, що не залежить від λ_i

В умовах суттєвої апріорної невизначеності розподіл густини ймовірності $p(\lambda_i)$ є широким. Водночас апостеріорна густина ймовірності, як функція, що визначає оптимальну обробку, у більшості випадків (за порівняно великих відношень сигнал/шум) є вузькою, як це показано на рисунку 3.1.

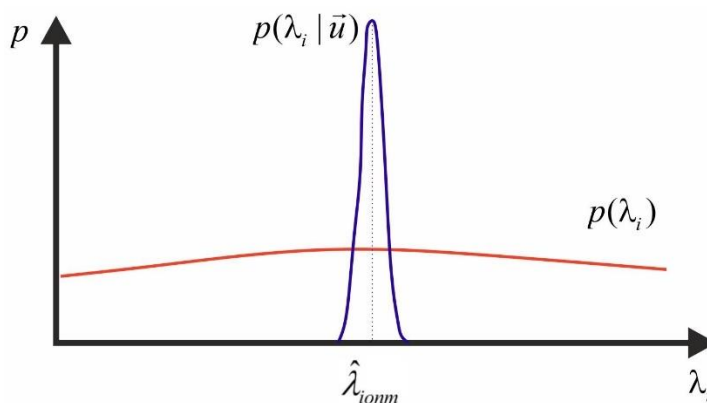


Рисунок 3.1 – Розподіли параметрів $p(\lambda_i)$ та $p(\lambda_i | \vec{u})$ в умовах суттєвої апріорної невизначеності

Тоді, якщо вважати, що функція $p(\lambda_i)$ в межах ефективної ширини функції $p(\lambda_i | \vec{u})$ є практично константою, то замість пошуку максимуму функції $p(\lambda_i | \vec{u})$, яка визначається (3.9), можна шукати максимум функції $p(\vec{u} | \lambda_i)$. Останню

називають функцією правдоподібності. У цьому разі для пошуку оптимальних оцінок параметрів λ_i замість системи рівнянь (1.10) можливо використовувати систему рівнянь правдоподібності

$$\frac{\partial p(\vec{u} | \lambda_i)}{\partial \lambda_i} = 0. \quad (3.10)$$

У такому випадку пошук оптимального алгоритму виконують за умови максимуму функції правдоподібності:

$$\rho(\vec{u} | \vec{\lambda}) = \max.$$

З використанням методу максимальної правдоподібності зазвичай розв'язують задачі виявлення й оцінок параметрів, що мають на інтервалі часу спостереження постійні значення, тобто $\lambda = const$.

3.1.2 Конструювання функціоналів густини ймовірностей у задачах активного дистанційного зондування

Одним із найвідповідальніших етапів розв'язання різноманітних оптимізаційних задач статистичної радіотехніки є «конструювання» функціонала правдоподібності $p(\vec{u} | \vec{\lambda})$, який є умовним функціоналом густини ймовірності випадкового процесу u за фіксованого значення параметра λ . Параметр λ може мати як постійні чисельні значення, так і бути функцією часу або просторових координат. З огляду на центральну граничну теорему Ляпунова, у великій кількості реальних ситуацій можна густини ймовірностей апроксимувати нормальними

законами розподілу. Тому найбільш опрацьованими в даний час є функціонали густини ймовірностей саме гаусівських випадкових процесів.

Складемо спочатку функціонал правдоподібності для о найпростішого скалярного рівняння спостереження наступного виду:

$$u(t) = s(t, \vec{\lambda}) + n(t). \quad (3.11)$$

У задачах активного ДЗ параметр $s(t, \vec{\lambda})$ – корисний сигнал, заданий детермінованою функцією часу t і параметрів $\vec{\lambda}$. Назвемо його функціонально-детермінованою моделлю прийнятого сигналу. У літературі такий сигнал також часто називають сигналом із повністю відомими параметрами. Другим доданком у цьому рівнянні є гаусівська стаціонарна $n(t)$ завада типу білого шуму із середнім $\langle n(t) \rangle = 0$ і наступною кореляційною функцією:

$$R_n(t_1 - t_2) = \langle n(t_1)n(t_2) \rangle = \frac{N_{0n}}{2} \delta(t_1 - t_2).$$

Розглянемо дискретне рівняння спостереження в моменти часу t_i :

$$u(t_i) = s(t_i, \vec{\lambda}_i) + n_i, \quad i = \overline{1, N}.$$

За фіксованих значень параметра $\vec{\lambda}$, сигнал $s(t, \vec{\lambda})$ і його дискретні значення є не випадковими функціями і виконується умова:

$$\langle u(t) \rangle = s(t, \vec{\lambda}), \quad \langle u(t_i) \rangle = s(t_i, \vec{\lambda}_i). \quad (3.12)$$

У цьому разі випадковий характер $u(t_i)$ зумовлений лише випадковістю відліків n_i . Тоді в кожен момент часу густина ймовірності відліку u_i визначається нормальним законом розподілу:

$$p[u(t_i) | s(t_i, \vec{\lambda})] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_i} \exp\left(-\frac{[u_i - s(t_i, \vec{\lambda}_i)]^2}{2\sigma_i^2}\right), \quad (3.13)$$

де σ_i – середньоквадратичне відхилення випадкового процесу.

Оскільки $n(t)$ – білий шум, то відліки $n_i = u_i - s(t_i, \vec{\lambda}_i)$ є незалежними. Однак, білий шум є ідеалізацією реального процесу, має постійну спектральну густину потужності на всій нескінченній осі частот і дисперсію $\sigma_i^2 = R_n(0) = (N_0/2)\delta(0) = \infty$. На практиці реальний шумовий процес завжди обмежений деякою смугою $(-\Delta F, \Delta F)$, що дорівнює $2\Delta F$ з характерним часом кореляції (шириною кореляційної функції) $\Delta t \sim 1/2\Delta F$. Досить часто цей час обирають з огляду на теорему Котельникова під час дискретизації процесу, що має ширину спектра $2\Delta F$. Дисперсія такого стаціонарного процесу, обмеженого смугою $2\Delta F = 1/\Delta t$, дорівнює:

$$\sigma^2 = \frac{N_0}{2} 2\Delta F = \frac{N_0}{2\Delta t}. \quad (3.14)$$

В межі за умови $\Delta t \rightarrow 0$ і $\Delta F \rightarrow \infty$ отримаємо $\sigma^2 \rightarrow \infty$. Тоді замість миттєвих значень $n(t_i)$ пропонується розглядати його середні значення на інтервалі дискретизації Δt :

$$n(t_i) = n_i = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_i}^{t_i + \Delta t} n(t) dt. \quad (3.15)$$

Це обґрунтовується тим, що в реальних пристроях з робочою смугою частот $2\Delta F$, шум усереднюється на інтервалі $\Delta t \sim 1 / 2\Delta F$. Середнє значення процесу n_i і його дисперсія відповідно дорівнюють:

$$\langle n(t_i) \rangle = \langle n_i \rangle = \left\langle \frac{1}{\Delta t} \int_{t_i}^{t_i+\Delta t} n(t) dt \right\rangle = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_i}^{t_i+\Delta t} \langle n(t) \rangle dt = 0, \quad \langle n(t) \rangle = 0. \quad (3.16)$$

$$\begin{aligned} \sigma_i^2 = \langle n_i^2 \rangle &= \sigma^2 = \frac{1}{(\Delta t)^2} \int_{t_i}^{t_i+\Delta t} \int_{t_i}^{t_i+\Delta t} \langle n(t_1)n(t_2) \rangle dt_1 dt_2 = \\ &= \frac{1}{(\Delta t)^2} \int_{t_i}^{t_i+\Delta t} \int_{t_i}^{t_i+\Delta t} \frac{N_0}{2} \delta(t_1 - t_2) dt_1 dt_2. \end{aligned} \quad (3.17)$$

Врахуємо наступну формулу:

$$\int \delta(t) dt = 1,$$

та перепишемо (3.18) наступним чином:

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \frac{1}{(\Delta t)^2} \int_{t_i}^{t_i+\Delta t} \frac{N_0}{2} dt_1 = \frac{1}{(\Delta t)^2} \frac{N_0}{2} \int_{t_i}^{t_i+\Delta t} dt_1 = \\ &= \frac{1}{(\Delta t)^2} \frac{N_0}{2} \Delta t = \frac{N_0}{2\Delta t} = \frac{N_0 2\Delta F}{2} = N_0 \Delta F. \end{aligned} \quad (3.18)$$

Таким чином, дисперсія дискретних відліків стаціонарного білого шуму, заданих формулою (3.15), збігається з формулою (3.14) для безперервного шуму зі смугою $2\Delta F$, який без втрат інформації може бути підданий дискретизації відповідно до теореми Котельникова. В обох випадках отримаємо дискретний білий шум із незалежними відліками і дисперсією кожного випадкового відліку

$$\sigma_i^2 = \sigma^2 = \frac{N_0}{2\Delta t} = N_0 \Delta F. \quad (3.19)$$

Для дискретної сукупності відліків процесу спільна густина ймовірності має такий вигляд:

$$p[\vec{u} | \vec{s}(\lambda)] = \prod_{i=1}^N p[u(t_i) | s(t_i, \vec{\lambda})] = \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^N \sigma^N} \exp \left(-\frac{\sum_{i=1}^N [u_i - s(t_i, \vec{\lambda})]^2}{2\sigma^2} \right). \quad (3.20)$$

Щоб отримати функціонал густини ймовірності безперервного випадкового процесу $u(t)$, необхідно виконати умови $\Delta t \rightarrow 0$, $N \rightarrow \infty$. Тоді сума перейде в інтеграл, $\Delta t \rightarrow dt$, $\sigma^2 = N_0/2dt$ і функціонал правдоподібності можна буде записати наступним чином:

$$p[u(t) | s(t, \vec{\lambda})] = p[u(t) | \vec{\lambda}] = k \exp \left\{ -\frac{1}{N_0} \int_0^T [u(t) - s(t, \vec{\lambda})]^2 dt \right\}. \quad (3.21)$$

Коефіцієнт k не має певної границі. Однак, у даному випадку він не залежить ні від конкретної реалізації $u(t)$, ні від $s(t, \vec{\lambda})$, ні від параметра $\vec{\lambda}$. Тому коефіцієнт k не враховується під час диференціювання функції правдоподібності та пошуку максимуму її з умови

$$\frac{\partial p(u | \vec{\lambda})}{\partial \lambda_i} = 0. \quad (3.22)$$

На практиці часто кінцеву границю і фізичний сенс має відношення цих функціоналів для різних реалізацій функцій $u(t)$ або $s(t, \vec{\lambda})$ [65]. За такої умови

коефіцієнт k скорочується і не бере участі в пошуку оптимального рішення. Виняток становлять випадки, коли невідомими і такими, що підлягають оцінці, є параметри завади і, зокрема, величина N_0 .

Розглянемо тепер випадок, коли завада $n(t)$ не є білим шумом, а зосереджена в деякій скінченній смузі частот, має гаусівський розподіл, задану кореляційну функцію $R_n(t_1, t_2)$ і скінченну дисперсію $\sigma^2(t) = R_n(t, t)$. Тоді загальне рівняння спостереження $u(t)$, задане формулою (3.11), є гаусівським процесом з математичним очікуванням $s(t, \vec{\lambda})$ і кореляційною функцією $s(t, \vec{\lambda})$. Наявність цих статистичних характеристик достатня для опису гаусівського випадкового процесу $u(t)$ та визначення функціонала його густини ймовірності. У цьому випадку, тобто за фіксованого значення параметра $\vec{\lambda}$, шуканий функціонал густини ймовірності є функціоналом правдоподібності.

Умовна спільна густина ймовірності відліків дискретизованого процесу, яка має наступний вигляд:

$$\frac{\partial p(u | \vec{\lambda})}{\partial \lambda_i} = 0, \quad (3.23)$$

може бути представлена у вигляді багатовимірною гаусівського закону:

$$\begin{aligned} p(\vec{u} | \vec{\lambda}) &= \frac{1}{(2\pi)^{\frac{N}{2}} \sqrt{|R_{ik}|}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N W_{ij} [u_i - s_i(\lambda)] [u_j - s_j(\lambda)] \right\} = \\ &= k_N \exp \left\{ -\frac{1}{2} [\vec{u} - \vec{s}(\lambda)]^T \underline{W} [\vec{u} - \vec{s}(\lambda)] \right\}. \end{aligned} \quad (3.24)$$

де $|R_{ik}|$ – визначник кореляційної матриці;

\underline{W} – матриця, обернена до матриці \underline{R} (обернена кореляційна матриця).

Параметр $|R_{ik}|$ можна представити наступною формулою:

$$R = \|R_{ik}\| = \begin{vmatrix} \langle \overset{\circ}{u}^2(t_1) \rangle & \langle \overset{\circ}{u}(t_1)\overset{\circ}{u}(t_2) \rangle & \dots & \langle \overset{\circ}{u}(t_1)\overset{\circ}{u}(t_N) \rangle \\ \langle \overset{\circ}{u}(t_2)\overset{\circ}{u}(t_1) \rangle & \langle \overset{\circ}{u}^2(t_2) \rangle & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \langle \overset{\circ}{u}(t_N)\overset{\circ}{u}(t_1) \rangle & \dots & \dots & \langle \overset{\circ}{u}^2(t_N) \rangle \end{vmatrix}, \quad (3.25)$$

де $\overset{\circ}{u}(t) = u(t) - s(t, \vec{\lambda})$ – центрований випадковий процес з нульовим математичним очікуванням.

Обернена кореляційна матриця розраховується за формулою

$$\underline{RW} = \underline{I}, \quad (3.26)$$

де \underline{I} – одинична матриця.

У координатній формі рівняння (3.26) має наступний вигляд:

$$\sum_{j=1}^N R_{ij} W_{jk} = \delta_{ik}, \quad (3.27)$$

У межі, зменшуючи інтервал дискретизації $\Delta t \rightarrow 0$ та збільшуючи число відліків N , отримаємо безперервний процес $u(t)$ і функціонал правдоподібності виду:

$$p(u | \vec{\lambda}) = k \exp \left\{ -\frac{1}{2} \int_0^T \int_0^T [u(t_1) - s(t_1, \vec{\lambda})] W(t_1, t_2) [u(t_2) - s(t_2, \vec{\lambda})] dt_1 dt_2 \right\}. \quad (3.28)$$

За такої умови аналоговий варіант рівняння обернення (3.26) можна представити наступною формулою:

$$\int_0^T R(t_1, t_2) W(t_2, t_3) dt_2 = \delta(t_1 - t_3), \quad (3.29)$$

де $W(t_1, t_2) = \lim_{\substack{\Delta t \rightarrow 0 \\ N \rightarrow \infty}} \frac{W_{ij}}{\Delta t^2}$ – обернена кореляційна функція (функція обернена до кореляційної $R(t_1, t_2)$).

Наближено, обернену кореляційну функцію можна знайти, якщо випадковий процес $n(t)$ є стаціонарним (та $W(t_1, t_2) = W(t_1 - t_2) = W(\tau)$ $R(t_1, t_2) = R(t_1 - t_2) = R(\tau)$), а також припустити, що ширина кореляційної функції $R(\tau)$ значно менша за інтервал спостереження $(0, T)$. Тоді в рівнянні обернення (3.29) межі інтегрування можна вважати приблизно рівними $\pm\infty$ і розв'язати рівняння методом перетворень Фур'є у вигляді рівняння згортки:

$$\int_{-\infty}^{\infty} R(\tau) W(t - \tau) d\tau = \delta(t).$$

Застосувавши перетворення Фур'є до обох частин попереднього рівняння, отримаємо:

$$G(2\pi f) G_w(2\pi f) = 1,$$

де $G_w(2\pi f) = \mathcal{F}\{W(\tau)\}$.

Оскільки $G_w(2\pi f) = 1/G(2\pi f)$, то:

$$W(\tau) = F^{-1}[G_w(2\pi f)] = F^{-1}\left[\frac{1}{G(2\pi f)}\right]. \quad (3.30)$$

У окремому випадку, коли завада $n(t)$ є білим шумом із кореляційною функцією $R_n(t_1, t_2) = (N_0/2)\delta(t_1 - t_2)$, то, в результаті розв'язання інтегрального рівняння обернення (3.29), знаходимо, що:

$$W(t_1 - t_2) = (2/N_0)\delta(t_1 - t_2). \quad (3.31)$$

Підставляючи вираз для цієї функції, оберненої до кореляційної, у функціонал правдоподібності (3.28), отримаємо вираз (3.21). Розкриваючи дужки в (3.28), отримаємо відповідно вираз для функцій правдоподібності такого виду:

$$p(u | \vec{\lambda}) = k k_1 e^{q(\vec{\lambda})} e^{-\mu(\vec{\lambda})}, \quad (3.32)$$

де

$$q(\vec{\lambda}) = \int_0^T \int_0^T u(t_1) W(t_1, t_2) s(t_2, \vec{\lambda}) dt_1 dt_2 = \int_0^T u(t) s_w(t, \vec{\lambda}) dt, \quad (3.33)$$

$$s_w(t, \vec{\lambda}) = \int_0^T W(t, t_2) s(t_2, \vec{\lambda}) dt_2, \quad (3.34)$$

$$\mu(t) = \int_0^T \int_0^T s(t_1, \vec{\lambda}) W(t_1, t_2) s(t_2, \vec{\lambda}) dt_1 dt_2. \quad (3.35)$$

В (3.33) функцію $q(\vec{\lambda})$ часто називають кореляційним інтегралом. Для функціоналів правдоподібності (3.28) коефіцієнти k_1 і k_2 мають наступний вигляд:

$$k_1 = \exp\left(-\frac{1}{N_0} \int_0^T u^2(t) dt\right),$$

$$k_2 = \exp\left\{\int_0^T \int_0^T u(t_1) W(t_1, t_2) u(t_2, \lambda) dt_1 dt_2\right\}.$$

Ці коефіцієнти не залежать від параметрів $\vec{\lambda}$, що оцінюються. Тому надалі добутки подібних коефіцієнтів позначатимемо одним символом k , тобто $k = k k_1$.

У багатьох випадках величина μ , що характеризує співвідношення енергій сигналу і шуму, також не залежить від параметрів $\vec{\lambda}$. Такі параметри називають неенергетичними (частота, фаза, час затримки тощо). Тоді можна вважати, що

$$p(u | \vec{\lambda}) = k e^{q(\vec{\lambda})}. \quad (3.36)$$

Пошук максимуму функції $p(u | \vec{\lambda})$ в цьому випадку може бути замінений пошуком максимуму функції $q(\vec{\lambda})$:

$$q(\vec{\lambda}) = \max, \quad \frac{\partial q(\vec{\lambda})}{\partial \vec{\lambda}_i} = 0. \quad (3.37)$$

Це пояснюється тим, що будь-яке монотонне перетворення функції $q(\vec{\lambda})$, зокрема, експоненціальне, не зміщує точку екстремуму результуючої функції. Тому доцільно шукати максимум не функції правдоподібності, а її логарифма, оскільки його простіше диференціювати. Тобто замість прирівнювання до нуля похідної від функції правдоподібності доцільно прирівнювати до нуля похідну від її логарифма:

$$\frac{\partial \ln p(\vec{u} | \lambda_i)}{\partial \lambda_i} = 0. \quad (3.38)$$

Необхідно зазначити, що якщо в класичній теорії радіолокації точкових цілей доводиться стикатися з випадками, коли μ не залежить від $\vec{\lambda}$, то в задачах

дистанційного зондування, як правило, параметри $\vec{\lambda}$ є енергетичними. Це пов'язано з тим, що більшість електрофізичних параметрів природних середовищ та їх статистичних характеристик відображаються в комплексній амплітуді сигналу, його потужності, а також у спектрально-кореляційних характеристиках розсіяного або випроміненого поля, як випадкового процесу.

3.2 Синтез оптимального алгоритму обробки сигналів

Синтезуємо оптимальний алгоритм побудови радіозображень у системах активного апертурного синтезу з широкосмуговими зондуючими сигналами. Задля вирішення оптимізаційної задачі скористуємося геометрією, введеною у розділі 2 та додатково показаною на рисунку 3.2.

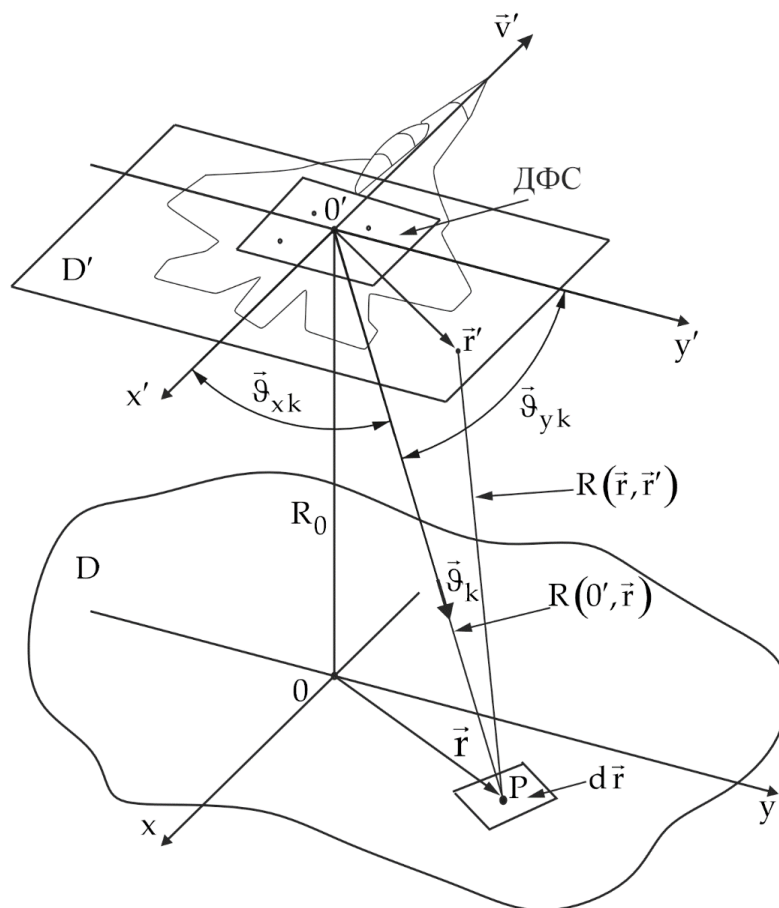


Рисунок 3.2 – Геометрія задачі формування зображення системою активного апертурного синтезу.

Підстильна поверхня D з точки O' опромінюється широкосмуговим зондуючим сигналом, який для спрощення запису можна представити у вигляді оберненого перетворення Фур'є від його спектру:

$$s_{\text{rad}}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}_{\text{rad}}(j2\pi f) \exp(j2\pi f t) df. \quad (3.46)$$

Частина потужності випроміненого сигналу відбивається довільною ділянкою P зондованої поверхні та надходить в область спостереження D' . Враховуючи діаграму спрямованості $\dot{E}(f, \vec{\vartheta})$ антенної системи та амлітудно-частотну характеристику $\dot{K}(j2\pi f)$ приймальних трактів радара, поле у деякій точці \vec{r}' приймальної області можна представити наступною формулою:

$$s(\vec{r}', t, \vec{\lambda}(\vec{\vartheta})) = \int_{\Theta} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{K}(j2\pi f) \dot{E}(f, \vec{\vartheta}) \dot{S}_{\text{rad}}(j2\pi f) \times \\ \times \dot{F}(\vec{\vartheta}, f, \vec{\lambda}(\vec{\vartheta})) \exp\{j2\pi f [t + c^{-1} \vec{\vartheta} \vec{r}']\} df d\vec{\vartheta}. \quad (3.47)$$

Рівняння спостереження $u(\vec{r}', t, \vec{\lambda}(\vec{\vartheta}))$ на виході точки \vec{r}' приймальної області D' представимо у вигляді адитивної суміші корисного сигналу $s(\vec{r}', t, \vec{\lambda}(\vec{\vartheta}))$ та шумових компонент $n_p(\vec{r}', t)$, $n_r(\vec{r}', t)$:

$$u(\vec{r}', t, \vec{\lambda}(\vec{\vartheta})) = s(\vec{r}', t, \vec{\lambda}(\vec{\vartheta})) + n_p(\vec{r}', t) + n_r(\vec{r}', t), \quad (3.48)$$

де $n_p(\vec{r}', t)$ – шумовий процес, який є результатом наявності шуму зовнішнього середовища, теплового шуму компонентів аналогових трактів радарної системи тощо;

$n_r(\vec{r}', t)$ – регуляризуюча шумова добавка, необхідна для уникнення операції ділення на нуль при вирішенні оптимізаційної задачі.

Процес $n_p(\vec{r}', t)$ представити у наступному вигляді:

$$n_p(t, \vec{r}') = \int_{-\infty}^{\infty} \dot{K}(j2\pi f) \dot{N}_p(j2\pi f, \vec{r}') \exp\{j2\pi ft\} df, \quad (3.49)$$

де $\dot{N}_p(j2\pi f, \vec{r}')$ – спектральна густина комплексної амплітуди шумового процесу.

Для вирішення оптимізаційної задачі скористуємося методом максимальної правдоподібності, для застосування якого попередньо необхідно знайти статистичні характеристики процесу (3.48). Ці процеси є гаусівськими з нульовим математичним очікуванням, тому уся інформація міститься у їх кореляційних функціях. Розрахуємо їх.

Для завади $n_p(t, \vec{r}')$ кореляційну функцію можна представити у наступному вигляді:

$$\begin{aligned} R_{n_p}(t_1 - t_2, \vec{r}'_1 - \vec{r}'_2) &= \langle n_p(t_1, \vec{r}'_1) n_p(t_2, \vec{r}'_2) \rangle = \left\langle \int_{-\infty}^{\infty} \dot{K}(j2\pi f_1) \dot{N}_p(j2\pi f_1, \vec{r}'_1) \times \right. \\ &\times \exp\{j2\pi f_1 t_1\} df_1 \int_{-\infty}^{\infty} \dot{K}^*(j2\pi f_2) \dot{N}_p^*(j2\pi f_2, \vec{r}'_2) \exp\{-j2\pi f_2 t_2\} df_2 \rangle = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{K}(j2\pi f_1) \dot{K}^*(j2\pi f_2) \underbrace{\langle \dot{N}_p(j2\pi f_1, \vec{r}'_1) \dot{N}_p^*(j2\pi f, \vec{r}'_2) \rangle}_{=\frac{N_{0k}}{2} \delta(f_1 - f_2) \delta(\vec{r}'_1 - \vec{r}'_2)} \times \\ &\times \exp\{j2\pi(f_1 t_1 - f_2 t_2)\} df_1 df_2 = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{K}(j2\pi f_1) \dot{K}^*(j2\pi f_2) \frac{N_{0p}}{2} \delta(f_1 - f_2) \times \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times \delta(\vec{r}'_1 - \vec{r}'_2) \exp\{j2\pi(f_1 t_1 - f_2 t_2)\} df_1 df_2 = \\
& = \delta(\vec{r}'_1 - \vec{r}'_2) \frac{N_{0p}}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |\dot{K}(j2\pi f)|^2 \exp\{j2\pi f(t_1 - t_2)\} df = |\tau = t_1 - t_2| = \\
& = \delta(\vec{r}'_1 - \vec{r}'_2) \frac{N_{0p}}{2} \int_{-\infty}^{\infty} h(t) h(t \pm \tau) dt,
\end{aligned} \tag{3.49}$$

де $h(t)$ – імпульсна характеристика аналогових трактів приймача.

Шум $n_r(\vec{r}', t)$ є білим дельта-корельованим за часом t і просторовими координатами \vec{r}' процесом, який має нульове математичне очікування та наступну кореляційну функцію:

$$R_{n_r}(t_1 - t_2, \vec{r}'_1 - \vec{r}'_2) = \frac{N_{0r}}{2} \delta(t_1 - t_2) \delta(\vec{r}'_1 - \vec{r}'_2). \tag{3.50}$$

Для сигналу $s(\vec{r}', t, \vec{\lambda})$, враховуючи (1.18), (1.20) та (1.22), кореляційна функція може бути розрахована у наступній формі:

$$\begin{aligned}
R_s(t_1 - t_2, \vec{r}'_1 - \vec{r}'_2, \vec{\lambda}(\vec{\mathcal{Q}})) &= \left\langle s(\vec{r}'_1, t_1, \vec{\lambda}(\vec{\mathcal{Q}})) s(\vec{r}'_2, t_2, \vec{\lambda}(\vec{\mathcal{Q}})) \right\rangle = \left\langle \int_{\Theta} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{K}(j2\pi f_1) \dot{E}(f_1, \vec{\mathcal{Q}}_1) \times \right. \\
&\times \dot{S}_{rad}(j2\pi f_1) \dot{F}(\vec{\mathcal{Q}}_1, f_1, \vec{\lambda}(\vec{\mathcal{Q}})) \exp\{j2\pi f_1 [t_1 + c^{-1} \vec{\mathcal{Q}}_1 \vec{r}'_1]\} d\vec{\mathcal{Q}}_1 df_1 \times \int_{\Theta} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{K}^*(j2\pi f_2) \times \\
&\times \dot{E}^*(f_2, \vec{\mathcal{Q}}_2) \dot{S}_{rad}^*(j2\pi f_2) \dot{F}^*(\vec{\mathcal{Q}}_2, f_2, \vec{\lambda}(\vec{\mathcal{Q}})) \exp\{-j2\pi f_2 [t_2 + c^{-1} \vec{\mathcal{Q}}_2 \vec{r}'_2]\} d\vec{\mathcal{Q}}_2 df_2 \Big\rangle = \\
&= \int_{\Theta} \int_{\Theta} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{K}(j2\pi f_1) \dot{K}^*(j2\pi f_2) \dot{E}(f_1, \vec{\mathcal{Q}}_1) \dot{E}^*(f_2, \vec{\mathcal{Q}}_2) \times \\
&\times \underbrace{\left\langle \dot{S}_{rad}(j2\pi f_1) \dot{S}_{rad}^*(j2\pi f_2) \right\rangle}_{G_{rad}(f_1) \delta(f_1 - f_2)} \left\langle \dot{F}(\vec{\mathcal{Q}}_1, f_1, \vec{\lambda}(\vec{\mathcal{Q}})) \dot{F}^*(\vec{\mathcal{Q}}_2, f_2, \vec{\lambda}(\vec{\mathcal{Q}})) \right\rangle \times
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times \exp \left\{ j2\pi \left(f_1 \left[t_1 + c^{-1} \vec{\mathcal{G}}_1 \vec{r}'_1 \right] - f_2 \left[t_2 + c^{-1} \vec{\mathcal{G}}_2 \vec{r}'_2 \right] \right) \right\} d\vec{\mathcal{G}}_1 d\vec{\mathcal{G}}_2 df_1 df_2 = \\
& = \int_{\Theta} \int_{\Theta} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{K}(j2\pi f_1) \dot{K}^*(j2\pi f_2) \dot{E}(f_1, \vec{\mathcal{G}}_1) \dot{E}^*(f_2, \vec{\mathcal{G}}_2) \dot{G}_{\text{rad}}(f_1) \delta(f_1 - f_2) \times \\
& \quad \times \left\langle \dot{F}(\vec{\mathcal{G}}_1, f_1, \vec{\lambda}(\vec{\mathcal{G}})) \dot{F}^*(\vec{\mathcal{G}}_2, f_2, \vec{\lambda}(\vec{\mathcal{G}})) \right\rangle \times \\
& \quad \times \exp \left\{ j2\pi \left(f_1 \left[t_1 + c^{-1} \vec{\mathcal{G}}_1 \vec{r}'_1 \right] - f_2 \left[t_2 + c^{-1} \vec{\mathcal{G}}_2 \vec{r}'_2 \right] \right) \right\} d\vec{\mathcal{G}}_1 d\vec{\mathcal{G}}_2 df_1 df_2 = \\
& = \int_{\Theta} \int_{\Theta} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{K}(j2\pi f) \dot{K}^*(j2\pi f) \dot{E}(f, \vec{\mathcal{G}}_1) \dot{E}^*(f, \vec{\mathcal{G}}_2) \dot{G}_{\text{rad}}(f) \times \\
& \quad \times \underbrace{\left\langle \dot{F}(\vec{\mathcal{G}}_1, f, \vec{\lambda}(\vec{\mathcal{G}})) \dot{F}^*(\vec{\mathcal{G}}_2, f, \vec{\lambda}(\vec{\mathcal{G}})) \right\rangle}_{\sigma^0(\vec{\mathcal{G}}, f, \vec{\lambda}(\vec{\mathcal{G}})) \delta(\vec{\mathcal{G}}_1 - \vec{\mathcal{G}}_2)} \times \\
& \quad \times \exp \left\{ j2\pi f \left(\left[t_1 + c^{-1} \vec{\mathcal{G}}_1 \vec{r}'_1 \right] - \left[t_2 + c^{-1} \vec{\mathcal{G}}_2 \vec{r}'_2 \right] \right) \right\} d\vec{\mathcal{G}}_1 d\vec{\mathcal{G}}_2 df = \\
& = \int_{\Theta} \int_{\Theta} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \dot{K}(j2\pi f) \right|^2 \dot{E}(f, \vec{\mathcal{G}}_1) \dot{E}^*(f, \vec{\mathcal{G}}_2) \dot{G}_{\text{rad}}(f) \sigma^0(\vec{\mathcal{G}}_1, f, \vec{\lambda}(\vec{\mathcal{G}})) \delta(\vec{\mathcal{G}}_1 - \vec{\mathcal{G}}_2) \times \\
& \quad \times \exp \left\{ j2\pi f \left(\left[t_1 + c^{-1} \vec{\mathcal{G}}_1 \vec{r}'_1 \right] - \left[t_2 + c^{-1} \vec{\mathcal{G}}_2 \vec{r}'_2 \right] \right) \right\} d\vec{\mathcal{G}}_1 d\vec{\mathcal{G}}_2 df = \left| \begin{matrix} \tau = t_1 - t_2 \\ \Delta \vec{r}' = \vec{r}'_1 - \vec{r}'_2 \end{matrix} \right| = \quad (3.51) \\
& = \int_{\Theta} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \dot{K}(j2\pi f) \right|^2 \left| \dot{E}(f, \vec{\mathcal{G}}) \right|^2 \dot{G} \sigma^0(\vec{\mathcal{G}}, f, \vec{\lambda}(\vec{\mathcal{G}})) \exp \left\{ j2\pi f \left(\tau + c^{-1} \vec{\mathcal{G}} \Delta \vec{r}' \right) \right\} d\vec{\mathcal{G}} df.
\end{aligned}$$

Розрахувавши кореляційні функції окремих складових рівняння (3.48),
можемо знайти загальну кореляційну рівняння спостереження наступним чином:

$$\begin{aligned}
R_u(t_1 - t_2, \vec{r}'_1 - \vec{r}'_2, \vec{\lambda}(\vec{\mathcal{G}})) &= R_s(t_1 - t_2, \vec{r}'_1 - \vec{r}'_2, \vec{\lambda}(\vec{\mathcal{G}})) + R_{n_p}(t_1 - t_2, \vec{r}'_1 - \vec{r}'_2) + \\
&+ R_{n_r}(t_1 - t_2, \vec{r}'_1 - \vec{r}'_2) = \int_{\Theta} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \dot{K}(j2\pi f) \right|^2 \left| \dot{E}(f, \vec{\mathcal{G}}) \right|^2 \dot{G} \sigma^0(\vec{\mathcal{G}}, f, \vec{\lambda}(\vec{\mathcal{G}})) \times \\
&\times \exp \left\{ j2\pi f \left(\tau + c^{-1} \vec{\mathcal{G}} \Delta \vec{r}' \right) \right\} d\vec{\mathcal{G}} df + \delta(\vec{r}'_1 - \vec{r}'_2) \frac{N_{0p}}{2} \int_{-\infty}^{\infty} h(t) h(t \pm \tau) dt + \\
&+ \frac{N_{0r}}{2} \delta(t_1 - t_2) \delta(\vec{r}'_1 - \vec{r}'_2). \quad (3.52)
\end{aligned}$$

У рівнянні спостереження (3.48) шуканим є параметр $\vec{\lambda}(\vec{\mathcal{G}})$, функцією якого у загальному випадку є комплексний коефіцієнт відбиття $\dot{F}(\vec{\mathcal{G}}_1, f_1, \vec{\lambda}(\vec{\mathcal{G}}))$. Даний параметр може відповідати діелектричній проникності підстильної поверхні, її вологості або провідності. Водночас у нашому випадку для побудови радіозображень зондованих поверхонь доцільно оцінювати їх ефективну поверхню розсіювання $\sigma^0(\vec{\mathcal{G}}, f, \vec{\lambda}(\vec{\mathcal{G}}))$ або пропорційну до неї величину $\dot{G}\sigma^0(\vec{\mathcal{G}}, f, \vec{\lambda}(\vec{\mathcal{G}}))$. Для синтезу оптимального алгоритму оцінки параметру $\vec{\lambda}(\vec{\mathcal{G}})$ методом максимуму функціоналу скористаємося наступним рівнянням правдоподібності:

$$\begin{aligned} \int_{D'} \int_{D'} \int_0^T \int_0^T \frac{\delta R_u(t_1, t_2, \vec{r}_1', \vec{r}_2', \vec{\lambda}(\vec{\mathcal{G}}))}{\delta \vec{\lambda}} W_u(t_1, t_2, \vec{r}_1', \vec{r}_2', \vec{\lambda}(\vec{\mathcal{G}})) dt_1 dt_2 d\vec{r}_1' d\vec{r}_2' = \\ = \int_{D'} \int_{D'} \int_0^T \int_0^T u(t_1, \vec{r}_1') \frac{\delta W_u(t_1, t_2, \vec{r}_1', \vec{r}_2', \vec{\lambda}(\vec{\mathcal{G}}))}{\delta \vec{\lambda}} u(t_2, \vec{r}_2') dt_1 dt_2 d\vec{r}_1' d\vec{r}_2'. \end{aligned} \quad (3.53)$$

Права частина (3.53) є основною оптимального алгоритму обробки спостереження на виході системи, заснованою на зваженому усередненні спостережень $u(t, \vec{r}')$. Необхідно зазначити, що ліва частина рівності є математичним очікувань правої і між ними знаходиться не знак рівності, а знак прирівнювання. Ці частини рівняння будуть рівними лише у випадку усереднення правої частини на нескінченних проміжку часу та інтервалі спостереження.

Основними операціями в (3.53) є пошук варіаційних похідних $\delta R_u(t_1, t_2, \vec{r}_1', \vec{r}_2', \vec{\lambda}(\vec{\mathcal{G}})) / \delta \vec{\lambda}(\vec{\mathcal{G}})$, $\delta W_u(t_1, t_2, \vec{r}_1', \vec{r}_2', \vec{\lambda}(\vec{\mathcal{G}})) / \delta \vec{\lambda}(\vec{\mathcal{G}})$ від кореляційної функції та функції, оберненої до кореляційної, відповідно. Функція, обернена до кореляційної, може бути розрахована з рівняння обернення:

$$\int_T \int_{D'} R_u(t_1, t_2, \vec{r}_1', \vec{r}_2', \vec{\lambda}(\vec{\mathcal{G}})) W_u(t_2, t_3, \vec{r}_2', \vec{r}_3', \vec{\lambda}(\vec{\mathcal{G}})) d\vec{r}_2' dt_2 = \delta(t_1 - t_3) \delta(\vec{r}_1' - \vec{r}_3'). \quad (3.54)$$

Розрахунок функції $W_u(t_1, t_2, \vec{r}'_1, \vec{r}'_2, \vec{\lambda}(\vec{\mathcal{G}}))$ при вихідному вигляді формули (3.54) є складною математичною задачею, для спрощення якої доцільно ввести декілька фізично-обґрунтованих припущень. Так, будемо вважати, що спостерігаємий процес $u(t, \vec{r}')$ на інтервалі проведення вимірювань є стаціонарним та однорідним, інтервали кореляції якого за змінними t та \vec{r}' є значно меншими інтервалів спостережень за часом T та простором D' відповідно. За такої умови у (3.54) межі інтегрування можна поширити на $\pm\infty$.

Попередньо застосуємо пряме V_F перетворення до кореляційної функції (3.52). Враховуючи незалежність кореляційних функцій окремих процесів рівняння спостереження (3.48), у результаті розрахунків отримаємо наступне рішення:

$$\begin{aligned}
 & V_F \left\{ R_u(t_1 - t_2, \vec{r}'_1 - \vec{r}'_2, \vec{\lambda}(\vec{\mathcal{G}})) \right\} = \\
 & = V_F \left\{ R_s(t_1 - t_2, \vec{r}'_1 - \vec{r}'_2, \vec{\lambda}(\vec{\mathcal{G}})) \right\} + V_F \left\{ R_{n_p}(t_1 - t_2, \vec{r}'_1 - \vec{r}'_2) \right\} + \\
 & + V_F \left\{ R_{n_r}(t_1 - t_2, \vec{r}'_1 - \vec{r}'_2) \right\} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{\Theta} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \dot{K}(j2\pi f_1) \right|^2 \left| \dot{E}(f_1, \vec{\mathcal{G}}_1) \right|^2 \dot{G}\sigma^0(\vec{\mathcal{G}}_1, f_1, \vec{\lambda}(\vec{\mathcal{G}})) \times \\
 & \times \exp \left\{ j2\pi f_1 \left(\tau_1 + c^{-1} \vec{\mathcal{G}}_1 \Delta \vec{r}'_1 \right) \right\} d\vec{\mathcal{G}}_1 df_1 \exp \left\{ -j2\pi f_2 \left(\tau_2 + c^{-1} \vec{\mathcal{G}}_2 \Delta \vec{r}'_2 \right) \right\} d\tau_2 d\Delta \vec{r}'_2 + \\
 & + \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(\vec{r}'_1 - \vec{r}'_2) \frac{N_{0p}}{2} \int_{-\infty}^{\infty} h(t) h(t \pm \tau_1) \exp \left\{ -j2\pi f_2 \left(\tau_2 + c^{-1} \vec{\mathcal{G}}_2 \Delta \vec{r}'_2 \right) \right\} dt d\tau d\Delta \vec{r}'_2 + \\
 & + \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{N_{0r}}{2} \delta(t_1 - t_2) \delta(\vec{r}'_1 - \vec{r}'_2) \exp \left\{ -j2\pi f_2 \left(\tau_2 + c^{-1} \vec{\mathcal{G}}_2 \Delta \vec{r}'_2 \right) \right\} d\tau d\Delta \vec{r}'_2 = \\
 & = \frac{c^2}{f^2} \left| \dot{K}(j2\pi f) \right|^2 \left| \dot{E}(f, \vec{\mathcal{G}}) \right|^2 \dot{G}\sigma^0(\vec{\mathcal{G}}, f, \vec{\lambda}(\vec{\mathcal{G}})) + \frac{N_{0p}}{2} \left| \dot{K}(j2\pi f) \right|^2 + \frac{N_{0r}}{2} = \\
 & = \frac{c^2}{f^2} \dot{G}\sigma_u^0(\vec{\mathcal{G}}, f, \vec{\lambda}(\vec{\mathcal{G}})), \tag{3.55}
 \end{aligned}$$

де

$$\dot{G}\sigma_u^0(\vec{g}, f, \vec{\lambda}(\vec{g})) = |\dot{K}(j2\pi f)|^2 |\dot{E}(f, \vec{g})|^2 \dot{G}\sigma^0(\vec{g}, f, \vec{\lambda}(\vec{g})) + \frac{c^2}{f^2} \frac{N_{0p}}{2} |\dot{K}(j2\pi f)|^2 + \frac{c^2}{f^2} \frac{N_{0r}}{2}.$$

Функцію $W_u(t_1, t_2, \vec{r}'_1, \vec{r}'_2, \vec{\lambda}(\vec{g}))$ також запишемо у вигляді оберненого V_F перетворення від деякого коефіцієнту $\dot{G}\sigma_w^0(\vec{g}, f, \vec{\lambda}(\vec{g}))$. У результаті отримаємо структурно-подібне рівняння у наступному вигляді:

$$W_u(t_2, t_3, \vec{r}'_2, \vec{r}'_3, \vec{\lambda}(\vec{g})) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{G}\sigma_w^0(\vec{g}, f, \vec{\lambda}(\vec{g})) \exp\{j2\pi f(\tau + c^{-1}\vec{g}\Delta\vec{r}')\} df d\vec{g}. \quad (3.56)$$

Підставимо у рівняння (3.54) результати V_F^{-1} перетворень (3.55) та (3.56) з врахуванням нескінченності меж інтегрування за змінними t та \vec{r}' :

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{G}\sigma_u^0(\vec{g}_1, f_1, \vec{\lambda}(\vec{g}_1)) \dot{G}\sigma_w^0(\vec{g}_2, f_2, \vec{\lambda}(\vec{g}_2)) \times \\ & \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left\{j2\pi f_1\left(t_1 - t_2 + \frac{\vec{g}_1(\vec{r}'_1 - \vec{r}'_2)}{c}\right)\right\} \times \\ & \times \exp\left\{j2\pi f_2\left(t_2 - t_3 + \frac{\vec{g}_2(\vec{r}'_2 - \vec{r}'_3)}{c}\right)\right\} df_1 df_2 d\vec{g}_1 d\vec{g}_2 dt_2 d\vec{r}'_2 = \\ & = \delta(t_1 - t_3) \delta(\vec{r}'_1 - \vec{r}'_3). \end{aligned} \quad (3.57)$$

Ліву частину (3.57) можна спростити, врахувавши наступний вираз:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left\{-j2\pi\left((f_1 - f_2)t_2 + c^{-1}\vec{r}'_2(\vec{g}_1 f_1 - \vec{g}_2 f_2)\right)\right\} dt_2 d\vec{r}'_2 = \frac{c^2}{f^2} \delta(f_1 - f_2) \delta(\vec{g}_1 - \vec{g}_2).$$

Тоді (3.57) можна переписати наступним чином:

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{G}\sigma_u^0(\vec{\vartheta}_1, f_1, \vec{\lambda}(\vec{\vartheta})) \dot{G}\sigma_w^0(\vec{\vartheta}_2, f_2, \vec{\lambda}(\vec{\vartheta})) \times \\ & \times \exp\left\{j2\pi\left[f_1 t_1 - f_2 t_3 + c^{-1}(\vec{\vartheta}_1 f_1 \vec{r}'_1 - \vec{\vartheta}_2 f_2 \vec{r}'_3)\right]\right\} \times \\ & \frac{c^2}{f^2} \delta(f_1 - f_2) \delta(\vartheta_1 - \vartheta_2) df_1 df_2 d\vartheta_1 d\vartheta_2 = \delta(t_1 - t_3) \delta(\vec{r}'_1 - \vec{r}'_3). \end{aligned} \quad (3.58)$$

Врахуємо в (3.58) фільтруючу властивість дельта-функції:

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{c^2}{f^2} \dot{G}\sigma_u^0(\vec{\vartheta}, f, \vec{\lambda}(\vec{\vartheta})) \dot{G}\sigma_w^0(\vec{\vartheta}, f, \vec{\lambda}(\vec{\vartheta})) \times \\ & \times \exp\left\{j2\pi f\left[(t_1 - t_3) + c^{-1}\vec{\vartheta}(\vec{r}'_1 - \vec{r}'_3)\right]\right\} df d\vartheta = \delta(t_1 - t_3) \delta(\vec{r}'_1 - \vec{r}'_3). \end{aligned} \quad (3.59)$$

Застосуємо пряме V_F перетворення до обох частин рівняння (3.59). Права частина рівняння матиме наступний вигляд:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t_1 - t_3) \delta(\vec{r}'_1 - \vec{r}'_3) \exp\left\{-j2\pi f\left(\tau + c^{-1}\vec{\vartheta}\Delta\vec{r}'\right)\right\} d\tau d\Delta\vec{r}' = 1. \quad (3.60)$$

Тоді:

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{c^2}{f^2} \dot{G}\sigma_u^0(\vec{\vartheta}, f, \vec{\lambda}(\vec{\vartheta})) \dot{G}\sigma_w^0(\vec{\vartheta}, f, \vec{\lambda}(\vec{\vartheta})) \times \\ & \times \exp\left\{j2\pi f\left[(t_1 - t_3) + c^{-1}\vec{\vartheta}(\vec{r}'_1 - \vec{r}'_3)\right]\right\} \times \\ & \times \exp\left\{-j2\pi f_1\left(\tau + c^{-1}\vec{\vartheta}_1\Delta\vec{r}'\right)\right\} df d\vec{\vartheta} d\tau d\Delta\vec{r}' = 1. \end{aligned} \quad (3.61)$$

Уведемо у (3.61) додаткову змінну, яка є добутком спектрально-кутових густин $\dot{G}\sigma_u^0(\vec{\vartheta}, f, \vec{\lambda}(\vec{\vartheta}))$ та $\dot{G}\sigma_w^0(\vec{\vartheta}, f, \vec{\lambda}(\vec{\vartheta}))$:

$$\dot{G}\sigma_{conv}^0\left(\vec{\vartheta}, f, \vec{\lambda}\left(\vec{\vartheta}\right)\right)=\frac{c^2}{f^2}\dot{G}\sigma_u^0\left(\vec{\vartheta}, f, \vec{\lambda}\left(\vec{\vartheta}\right)\right)\dot{G}\sigma_w^0\left(\vec{\vartheta}, f, \vec{\lambda}\left(\vec{\vartheta}\right)\right). \quad (3.62)$$

Змінемо порядок інтегрування в лівій частині (3.61) з врахуванням (3.62). У результаті отримаємо:

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{G}\sigma_{conv}^0\left(\vec{\vartheta}, f, \vec{\lambda}\left(\vec{\vartheta}\right)\right) \exp\left\{j2\pi f\left[\left(t_1-t_3\right)+c^{-1}\vec{\vartheta}\left(\vec{r}'_1-\vec{r}'_3\right)\right]\right\} \times \\ & \times \exp\left\{-j2\pi f_1\left(\tau+c^{-1}\vec{\vartheta}_1\Delta\vec{r}'\right)\right\} df d\vec{\vartheta} d\tau d\Delta\vec{r}' = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{G}\sigma_{conv}^0\left(\vec{\vartheta}, f, \vec{\lambda}\left(\vec{\vartheta}\right)\right) df d\vec{\vartheta} \times \\ & \times \exp\left\{j2\pi\left[\left(f-f_1\right)\Delta\tau+c^{-1}\left(\vec{\vartheta}-\vec{\vartheta}_1\right)\Delta\vec{r}'\right]\right\} d\tau d\Delta\vec{r}' = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{G}\sigma_{conv}^0\left(\vec{\vartheta}, f, \vec{\lambda}\left(\vec{\vartheta}\right)\right) \times \\ & \times \delta\left(f-f_1\right)\delta\left(\vec{\vartheta}-\vec{\vartheta}_1\right) df d\vec{\vartheta} = \frac{c^2}{f^2}\dot{G}\sigma_{conv}^0\left(\vec{\vartheta}, f, \vec{\lambda}\left(\vec{\vartheta}\right)\right). \end{aligned} \quad (3.63)$$

Як результат, приймаючи до уваги (3.62), отримаємо наступний вираз:

$$\frac{c^2}{f^2}\dot{G}\sigma_{conv}^0\left(\vec{\vartheta}, f, \vec{\lambda}\left(\vec{\vartheta}\right)\right)=\frac{c^4}{f^4}\dot{G}\sigma_u^0\left(\vec{\vartheta}, f, \vec{\lambda}\left(\vec{\vartheta}\right)\right)\dot{G}\sigma_w^0\left(\vec{\vartheta}, f, \vec{\lambda}\left(\vec{\vartheta}\right)\right)=1 \quad (3.64)$$

Остаточно кореляційну функцію та функцію, обернену до кореляційної, можна приставити такими рівняннями:

$$R_u\left(\tau, \Delta\vec{r}', \vec{\lambda}\left(\vec{\vartheta}\right)\right)=\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{G}\sigma_u^0\left(\vec{\vartheta}, f, \vec{\lambda}\left(\vec{\vartheta}\right)\right) \exp\left\{j2\pi f\left[\tau+c^{-1}\vec{\vartheta}\Delta\vec{r}'\right]\right\} df d\vartheta, \quad (3.65)$$

$$W_u\left(\tau, \Delta\vec{r}', \vec{\lambda}\left(\vec{\vartheta}\right)\right)=\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{G}\sigma_w^0\left(\vec{\vartheta}, f, \vec{\lambda}\left(\vec{\vartheta}\right)\right) \exp\left\{j2\pi f\left[\tau+c^{-1}\vec{\vartheta}\Delta\vec{r}'\right]\right\} df d\vartheta, \quad (3.66)$$

У рівнянні (3.66) спектральна густина $\dot{G}\sigma_w^0(\vec{\vartheta}, f, \vec{\lambda}(\vec{\vartheta}))$ пропорційна оберненому значенню $\dot{G}\sigma_u^0(\vec{\vartheta}, f, \vec{\lambda}(\vec{\vartheta}))$:

$$\dot{G}\sigma_w^0(\vec{\vartheta}, f, \vec{\lambda}(\vec{\vartheta})) = \frac{f^4}{c^4 \dot{G}\sigma_u^0(\vec{\vartheta}, f, \vec{\lambda}(\vec{\vartheta}))}. \quad (3.67)$$

Отримавши вирази (3.65), (3.66) можемо розрахувати їх варіаційні похідні, які є складовими рівняння правдоподібності (3.53). Для цього представимо оцінюваний параметр $\vec{\lambda}(\vec{\vartheta})$ у вигляді наступної суми:

$$\vec{\lambda}(\vec{\vartheta}) = \hat{\vec{\lambda}}_{opt}(\vec{\vartheta}) + \underline{\gamma} \vec{x}(\vec{\vartheta}), \quad (3.68)$$

де $\underline{\gamma}$ – деякі дійсне мале число, яке забезпечує малість варіації $\vec{x}(\vec{\vartheta})$ від оптимальної оцінки $\hat{\vec{\lambda}}_{opt}(\vec{\vartheta})$;

$\vec{x}(\vec{\vartheta})$ – сукупність довільних функцій, які можуть приймати позитивні та негативні значення.

Параметри $\underline{\gamma}$ та $\vec{x}(\vec{\vartheta})$ у загальному випадку можна представити у вигляді матриць:

$$\underline{\gamma} = \begin{bmatrix} \gamma_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \gamma_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \gamma_N \end{bmatrix}, \quad (3.69)$$

$$\vec{x}(\vec{\varrho}) = \begin{pmatrix} \vec{x}_1(\vec{\varrho}) \\ \vec{x}_2(\vec{\varrho}) \\ \dots \\ \vec{x}_N(\vec{\varrho}) \end{pmatrix}. \quad (3.70)$$

Варіаційну похідну для кореляційної функції (3.65) у такому випадку можна представити наступним чином:

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial R_u(\tau, \Delta \vec{r}', \vec{\lambda}(\vec{\varrho}) + \underline{\gamma} \vec{x}(\vec{\varrho}))}{\partial \gamma_j} \right|_{\underline{\gamma}=0} &= \left(\frac{\delta R_u(\tau, \Delta \vec{r}', \vec{\lambda}(\vec{\varrho}))}{\delta \vec{\lambda}(\vec{\varrho})} \vec{x}_j(\vec{\varrho}) \right) \Big|_{\underline{\gamma}=0} = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\delta R_u(\tau, \Delta \vec{r}', \vec{\lambda}(\vec{\varrho}))}{\delta \vec{\lambda}(\vec{\varrho})} \vec{x}_j(\vec{\varrho}) d\vec{\varrho} \Big|_{\underline{\gamma}=0}, \end{aligned} \quad (3.71)$$

де (\cdot) – знак скалярного добутку.

Далі підставимо кореляційну функцію (3.65) у рівняння (3.71):

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial R_u(\tau, \Delta \vec{r}', \vec{\lambda}(\vec{\varrho}) + \underline{\gamma} \vec{x}(\vec{\varrho}))}{\partial \gamma_j} \right|_{\underline{\gamma}=0} &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\delta \dot{G} \sigma_u^0(\vec{\varrho}, f, \vec{\lambda}(\vec{\varrho}))}{\delta \vec{\lambda}_j} \vec{x}_j(\vec{\varrho}) \times \\ &\times \exp\{j2\pi f[\tau + c^{-1} \vec{\varrho} \Delta \vec{r}']\} df d\varrho. \end{aligned} \quad (3.72)$$

У такому випадку:

$$\frac{\delta R_u(\tau, \Delta \vec{r}', \vec{\lambda}(\vec{\varrho}))}{\delta \vec{\lambda}(\vec{\varrho})} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\delta \dot{G} \sigma_u^0(\vec{\varrho}, f, \vec{\lambda}(\vec{\varrho}))}{\delta \vec{\lambda}_j} \exp\{j2\pi f[\tau + c^{-1} \vec{\varrho} \Delta \vec{r}']\} df. \quad (3.73)$$

Аналогічним шляхом розрахуємо варіаційну похідну для функції (3.66) з врахуванням (3.67):

$$\begin{aligned} \frac{\delta W_u(\tau, \Delta \vec{r}', \vec{\lambda}(\vec{g}))}{\delta \vec{\lambda}(\vec{g})} &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial \dot{G} \sigma_w^0(\vec{g}, f, \hat{\lambda}(\vec{g}))}{\partial \vec{\lambda}_j} \exp\{j2\pi f[\tau + c^{-1} \vec{g} \Delta \vec{r}']\} df = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f^4}{c^4} \frac{\partial \dot{G} \sigma_w^0(\vec{g}, f, \hat{\lambda}(\vec{g})) / \partial \vec{\lambda}_j}{\left(\dot{G} \sigma_w^0(\vec{g}, f, \hat{\lambda}(\vec{g}))\right)^2} \exp\{j2\pi f[\tau + c^{-1} \vec{g} \Delta \vec{r}']\} df. \end{aligned} \quad (3.74)$$

У рівняннях (3.71)-(3.74) символи ∂ та δ – це знаки варіаційної та звичайної похідних відповідно.

Далі підставимо розраховані похідні (3.73), (3.74) у рівняння правдоподібності (3.53). Отримаємо наступне рівняння:

$$\begin{aligned} &\int_{D'} \int_{D'} \int_0^T \int_0^T \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial \dot{G} \sigma_u^0(\vec{g}_1, f_1, \vec{\lambda}(\vec{g}_1))}{\partial \vec{\lambda}(\vec{g}_1)} \exp\{j2\pi f_1[(t_1 - t_2) + c^{-1} \vec{g}_1(\vec{r}_1' - \vec{r}_2')]\} \times \\ &\quad \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f^4}{c^4 \dot{G} \sigma_u^0(\vec{g}_2, f_2, \vec{\lambda}(\vec{g}_2))} \times \\ &\quad \times \exp\{j2\pi f_2[(t_2 - t_1) + c^{-1} \vec{g}_2(\vec{r}_2' - \vec{r}_1')]\} df_2 d\vartheta_2 df_1 dt_1 dt_2 d\vec{r}_1' d\vec{r}_2' = \\ &= \int_{D'} \int_{D'} \int_0^T \int_0^T \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f^4}{c^4} \frac{\partial \dot{G} \sigma_w^0(\vec{g}, f_1, \hat{\lambda}(\vec{g})) / \partial \vec{\lambda}_j}{\left(\dot{G} \sigma_w^0(\vec{g}, f_1, \hat{\lambda}(\vec{g}))\right)^2} \exp\{j2\pi f[(t_1 - t_2) + c^{-1} \vec{g}(\vec{r}_1' - \vec{r}_2')]\} \times \\ &\quad \times u(t_1, \vec{r}_1') u(t_2, \vec{r}_2') df_1 dt_1 dt_2 d\vec{r}_1' d\vec{r}_2'. \end{aligned} \quad (3.75)$$

Розглянемо ліву частину рівняння (3.75), яку, зважаючи на змінні інтегрування, можна записати наступним чином:

$$\begin{aligned}
& \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial \dot{G} \sigma_u^0 \left(\vec{\mathcal{G}}_1, f_1, \vec{\lambda} \left(\vec{\mathcal{G}}_1 \right) \right)}{\partial \vec{\lambda} \left(\vec{\mathcal{G}}_1 \right)} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f^4}{c^4 \dot{G} \sigma_u^0 \left(\vec{\mathcal{G}}_2, f_2, \vec{\lambda} \left(\vec{\mathcal{G}}_2 \right) \right)} \times \\
& \times \int_{D'}^T \int_{D'}^T \int_0^T \exp \left\{ j 2 \pi f_1 \left[(t_1 - t_2) + c^{-1} \vec{\mathcal{G}}_1 \left(\vec{r}'_1 - \vec{r}'_2 \right) \right] \right\} \\
& \times \exp \left\{ j 2 \pi f_2 \left[(t_2 - t_1) + c^{-1} \vec{\mathcal{G}}_2 \left(\vec{r}'_2 - \vec{r}'_1 \right) \right] \right\} dt_1 dt_2 d\vec{r}'_1 d\vec{r}'_2 df_2 d\mathcal{G}_2 df_1.
\end{aligned} \tag{3.76}$$

У (3.76) інтеграли від експонент за часом $t_{1,2}$ та областю спостереження $\vec{r}'_{1,2}$ запишемо у такому вигляді:

$$\begin{aligned}
& \int_{D'}^T \int_{D'}^T \int_0^T \exp \left\{ j 2 \pi f_1 \left[(t_1 - t_2) + c^{-1} \vec{\mathcal{G}}_1 \left(\vec{r}'_1 - \vec{r}'_2 \right) \right] \right\} \\
& \times \exp \left\{ j 2 \pi f_2 \left[(t_2 - t_1) + c^{-1} \vec{\mathcal{G}}_2 \left(\vec{r}'_2 - \vec{r}'_1 \right) \right] \right\} dt_1 dt_2 d\vec{r}'_1 d\vec{r}'_2 = \\
& = \int_{D'}^T \exp \left\{ j 2 \pi \left[(f_1 - f_2) t_1 + c^{-1} \vec{r}'_1 \left(f_1 \vec{\mathcal{G}}_1 - f_2 \vec{\mathcal{G}}_2 \right) \right] \right\} dt_1 d\vec{r}'_1 \times \\
& \times \int_{D'}^T \exp \left\{ -j 2 \pi \left[(f_1 - f_2) t_2 + c^{-1} \vec{r}'_2 \left(f_1 \vec{\mathcal{G}}_1 - f_2 \vec{\mathcal{G}}_2 \right) \right] \right\} dt_2 d\vec{r}'_2 = \\
& \left| \int_{D'}^T \exp \left\{ -j 2 \pi \left[(f_1 - f_2) t_2 + c^{-1} \vec{r}'_2 \left(f_1 \vec{\mathcal{G}}_1 - f_2 \vec{\mathcal{G}}_2 \right) \right] \right\} dt d\vec{r}' \right|^2 = \\
& = \left| \dot{\Psi} \left(f_1 - f_2, f_1 \vec{\mathcal{G}}_1 - f_2 \vec{\mathcal{G}}_2 \right) \right|^2 = \left| \dot{\Psi}_T \left(f_1 - f_2 \right) \dot{\Psi}_{D'} \left(f_1 \vec{\mathcal{G}}_1 - f_2 \vec{\mathcal{G}}_2 \right) \right|.
\end{aligned} \tag{3.77}$$

У (3.77) $\dot{\Psi} \left(f_1 - f_2, f_1 \vec{\mathcal{G}}_1 - f_2 \vec{\mathcal{G}}_2 \right)$ є деякою базовою функцією невизначеності системи активного апертурного синтезу. Дана функція визначає роздільну здатність системи як за частотами f , так і за кутовими напрямками $\vec{\mathcal{G}}$. Функції невизначеності $\dot{\Psi}_T \left(f_1 - f_2 \right)$ та $\dot{\Psi}_{D'} \left(f_1 \vec{\mathcal{G}}_1 - f_2 \vec{\mathcal{G}}_2 \right)$ можна представити наступними виразами:

$$\begin{aligned}\dot{\Psi}_T(f_1 - f_2) &= \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \exp\{j2\pi(f_1 - f_2)t\} dt_1 = \\ &= T \frac{\exp\{j\pi T(f_1 - f_2)\} - \exp\{-j\pi T(f_1 - f_2)\}}{j2\pi(f_1 - f_2)} = T \operatorname{sinc}(\pi T(f_1 - f_2)),\end{aligned}\quad (3.78)$$

$$\begin{aligned}\dot{\Psi}_{D'}(f_1 \mathfrak{G}_1 - f_2 \mathfrak{G}_2) &= \int_{-\frac{x'_m}{2}}^{\frac{x'_m}{2}} \int_{-\frac{y'_m}{2}}^{\frac{y'_m}{2}} \exp\{j2\pi c^{-1}(f_1 \mathfrak{G}_{1x} - f_2 \mathfrak{G}_{2x})x'\} \times \\ &\quad \times \exp\{j2\pi y' c^{-1}(f_1 \mathfrak{G}_{1y} - f_2 \mathfrak{G}_{2y})\} dx' dy' = \\ &= x'_m y'_m \operatorname{sinc}(\pi(f_1 \mathfrak{G}_{1x} - f_2 \mathfrak{G}_{2x})x'_m c^{-1}) \operatorname{sinc}(\pi(f_1 \mathfrak{G}_{1y} - f_2 \mathfrak{G}_{2y})y'_m c^{-1}),\end{aligned}\quad (3.79)$$

де $\pm \frac{x'_m}{2}$ і $\pm \frac{y'_m}{2}$ – межі області спостереження D' з осями x' та y'_m відповідно.

Враховуючи (3.78), (3.79), перепишемо функцію невизначеності у наступним чином:

$$\begin{aligned}\dot{\Psi}(f_1 - f_2, f_1 \vec{\mathfrak{G}}_1 - f_2 \vec{\mathfrak{G}}_2) &= x'_m y'_m T \operatorname{sinc}(\pi T(f_1 - f_2)) \times \\ &\quad \times \operatorname{sinc}(\pi(f_1 \mathfrak{G}_{1x} - f_2 \mathfrak{G}_{2x})x'_m c^{-1}) \operatorname{sinc}(\pi(f_1 \mathfrak{G}_{1y} - f_2 \mathfrak{G}_{2y})y'_m c^{-1}).\end{aligned}\quad (3.80)$$

Підставимо (3.77) у рівняння (3.75) і остаточно отримаємо:

$$\begin{aligned}&\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial \dot{\mathcal{G}} \sigma_u^0(\vec{\mathfrak{G}}_1, f_1, \vec{\lambda}(\vec{\mathfrak{G}}_1))}{\partial \vec{\lambda}(\vec{\mathfrak{G}}_1)} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f^4}{c^4 \dot{\mathcal{G}} \sigma_u^0(\vec{\mathfrak{G}}_2, f_2, \vec{\lambda}(\vec{\mathfrak{G}}_2))} \times \\ &\quad \times \left| \dot{\Psi}(f_1 - f_2, f_1 \vec{\mathfrak{G}}_1 - f_2 \vec{\mathfrak{G}}_2) \right|^2 df_2 d\mathfrak{G}_2 df_1 = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f^4}{c^4} \frac{\partial \dot{\mathcal{G}} \sigma_w^0(\vec{\mathfrak{G}}, f_1, \hat{\vec{\lambda}}(\vec{\mathfrak{G}}))}{\left(\dot{\mathcal{G}} \sigma_w^0(\vec{\mathfrak{G}}, f_1, \hat{\vec{\lambda}}(\vec{\mathfrak{G}})) \right)^2} \left| \dot{\mathcal{S}}_{uTD'}(j2\pi f_1 \vec{\mathfrak{G}}) \right|^2 df_1,\end{aligned}\quad (3.81)$$

де

$$\dot{S}_{uTD'}(j2\pi f_1 t_1) = \left| \int_T \int_{D'} u(t, \vec{r}') \exp \left\{ \pm j2\pi f \left[t + c^{-1} \vec{g} \vec{r}' \right] \right\} dt d\vec{r}' \right|^2. \quad (3.82)$$

Права частина отриманого рівняння (3.81) відповідає оптимальному алгоритму обробки сигналів у системі активного апертурного синтезу та її структурі, а ліва – оптимальному результату оцінки параметру $\hat{\lambda}(\vec{g})$. Частини рівняння не дорівнюють одне одному у загальному сенсі. Ліва частина є математичним очікуванням правої.

Основу оптимальної обробки прийнятого спостереження $u(t, \vec{r}')$ складає розрахунок V_F -періодограми $\dot{S}_{uTD'}(j2\pi f_1 t_1)$. Процедура її формування полягає у розділенні прийнятого сигналу на спектральні складові за частотами f , фазову затримку кожної складової на величину $\pi f c^{-1} \vec{g} \vec{r}'$ та подальше синфазне підсумовування сигналів усіх елементів приймальної частини. Фазовий зсув на $\pi f c^{-1} \vec{g} \vec{r}'$ відповідає затримці розповсюдження зондуючого сигналу, відбитого ділянками підстильної поверхні з сукупності кутових напрямків \vec{g} , до кожного елементу приймальної області D' , місцеположення яких характеризується вектором \vec{r}' . Підсумовування сигналів з такими затримками дозволяє сфокусувати діаграму спрямованості на усій сукупності кутових напрямків \vec{g} для усіх частот f зондуючого сигналу. Таким чином формується набір променів ДС, який покриває одразу всю зону спостереження.

Також оптимальна обробка прийнятих сигналів передбачає декореляцію прийнятих сигналів, основу якої у рівнянні складає (3.81) складає обернений квадрат АЧХ декорелюючого фільтру $1 / \left(\dot{G} \sigma_w^0 \left(\vec{g}, f_1, \hat{\lambda}(\vec{g}) \right) \right)^2$. Даний фільтр є

адаптивним, оскільки його характеристики залежать від параметрів $\hat{\lambda}(\vec{\vartheta})$. Головною його задачею є звуження кореляційних функцій процесів, що усереднюються. Це збільшує кількість незалежних відліків у просторово-часовій області за змінними \vec{r}' та t , що у свою чергу збільшує ефективність усереднення при інтегрування квадрату декорельованих процесів та підвищує якість формованого зображення. Розглянута інверсна фільтрація та подальше інтегрування за всіма частотами f забезпечує конзистентність оцінки параметру $\hat{\lambda}(\vec{\vartheta})$.

Рівняння (3.81) та його практичну реалізацію можна спростити, якщо припустити постійність спектральної густини потужності $\dot{G}\sigma^0(\vec{\vartheta}, f, \vec{\lambda}(\vec{\vartheta}))$ в межах передаточної характеристики $\dot{K}(j2\pi f)$ системи, тобто $\dot{G}\sigma^0(\vec{\vartheta}, f, \vec{\lambda}(\vec{\vartheta})) \approx \dot{G}\sigma^0(\vec{\vartheta}, f_0, \vec{\lambda}(\vec{\vartheta}))$. Також врахуємо, що оцінці у розглянутому випадку підлягає лише один параметр $\dot{G}\sigma^0(\vec{\vartheta}, f, \vec{\lambda}(\vec{\vartheta}))$, що дозволить спростити похідні та отримати наступне рівняння:

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f_1^4 \left| \dot{K}(j2\pi f_1) \dot{E}(f_1, \vec{\vartheta}_1 - \vec{\vartheta}_0) \right|^2}{c^4 \dot{G}\sigma_u^0(\vec{\vartheta}_2, f_2, \vec{\lambda}(\vec{\vartheta}_2))} \times \\ & \times \left| \dot{\Psi}(f_1 - f_2, f_1 \vec{\vartheta}_1 - f_2 \vec{\vartheta}_2) \right|^2 df_1 df_2 d\vartheta_2 = \\ & = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f_1^4}{c^4} \frac{\left| \dot{K}(j2\pi f_1) \dot{E}(f_1, \vec{\vartheta}_1 - \vec{\vartheta}_0) \right|^2}{\left(\dot{G}\sigma_w^0(\vec{\vartheta}, f_1, \hat{\lambda}(\vec{\vartheta})) \right)^2} \left| \dot{S}_{uTD'}(j2\pi f_1 \vec{\vartheta}) \right|^2 df_1. \end{aligned} \quad (3.82)$$

Права частина (3.82) відповідає вихідному ефекту пропонованої системи активного апертурного синтезу:

$$\begin{aligned}
Y_{out}\left(\hat{\lambda}(\vec{\vartheta})\right) &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f_l^4}{c^4} \frac{\left|\dot{K}(j2\pi f_l)\dot{E}(f_l, \vec{\vartheta}_l - \vec{\vartheta}_0)\right|^2}{\left(\dot{G}\sigma_w^0\left(\vec{\vartheta}, f_l, \hat{\lambda}(\vec{\vartheta})\right)\right)^2} \left|\dot{S}_{uTD'}(j2\pi f_l \vec{\vartheta})\right|^2 df_l = \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} L\left(\vec{\vartheta}, f_l, \hat{\lambda}(\vec{\vartheta})\right) \left|\dot{S}_{uTD'}(j2\pi f_l \vec{\vartheta})\right|^2 df_l,
\end{aligned} \tag{3.83}$$

$$\text{де } L\left(\vec{\vartheta}, f_l, \hat{\lambda}(\vec{\vartheta})\right) = \frac{f_l^4}{c^4} \frac{\left|\dot{K}(j2\pi f_l)\dot{E}(f_l, \vec{\vartheta}_l - \vec{\vartheta}_0)\right|^2}{\left(\dot{G}\sigma_w^0\left(\vec{\vartheta}, f_l, \hat{\lambda}(\vec{\vartheta})\right)\right)^2}.$$

Рівняння (3.81) та (3.83) є схожими з точки зору обробки сигналів, проте (3.82) є більш зрозумілим з фізичної точки зору, адже включає в себе визначені параметри АЧХ системи та діаграми спрямованості антен.

3.3 Структурна схема радіосистеми

На основі рівняння (3.83), що описує алгоритм обробки сигналів у системі активного апертурного синтезу, для випадку дискретної антенної решітки структурну схему радара можна представити у вигляді, показаному на рисунку 3.3.

Схема працює наступним чином. Передавач Tr через антену A_{Tr} випромінює у напрямку досліджуваної поверхні широкосмуговий зондуєчий сигнал. Відбиті поверхнею коливання повертаються до приймальної області, яка складається з M приймальних антен $A_1 - A_M$. Прийняті кожною антенною сигнали розділяється фільтрами F на окремі спектральні складові f_n ($n = 1 \dots N$), які надалі зсуваються по фазі на величини $\pi f_n c^{-1} \vec{\vartheta}_k \vec{r}_m'$, де $\vec{\vartheta}_k$ ($k = 1 \dots K$) – сукупність кутових напрямків на окремі ділянки підстильної поверхні. Зсунуті для кожного напрямку $\vec{\vartheta}_k$ сигнали далі синфазно підсумовуються окремо на кожній із частот f_n .

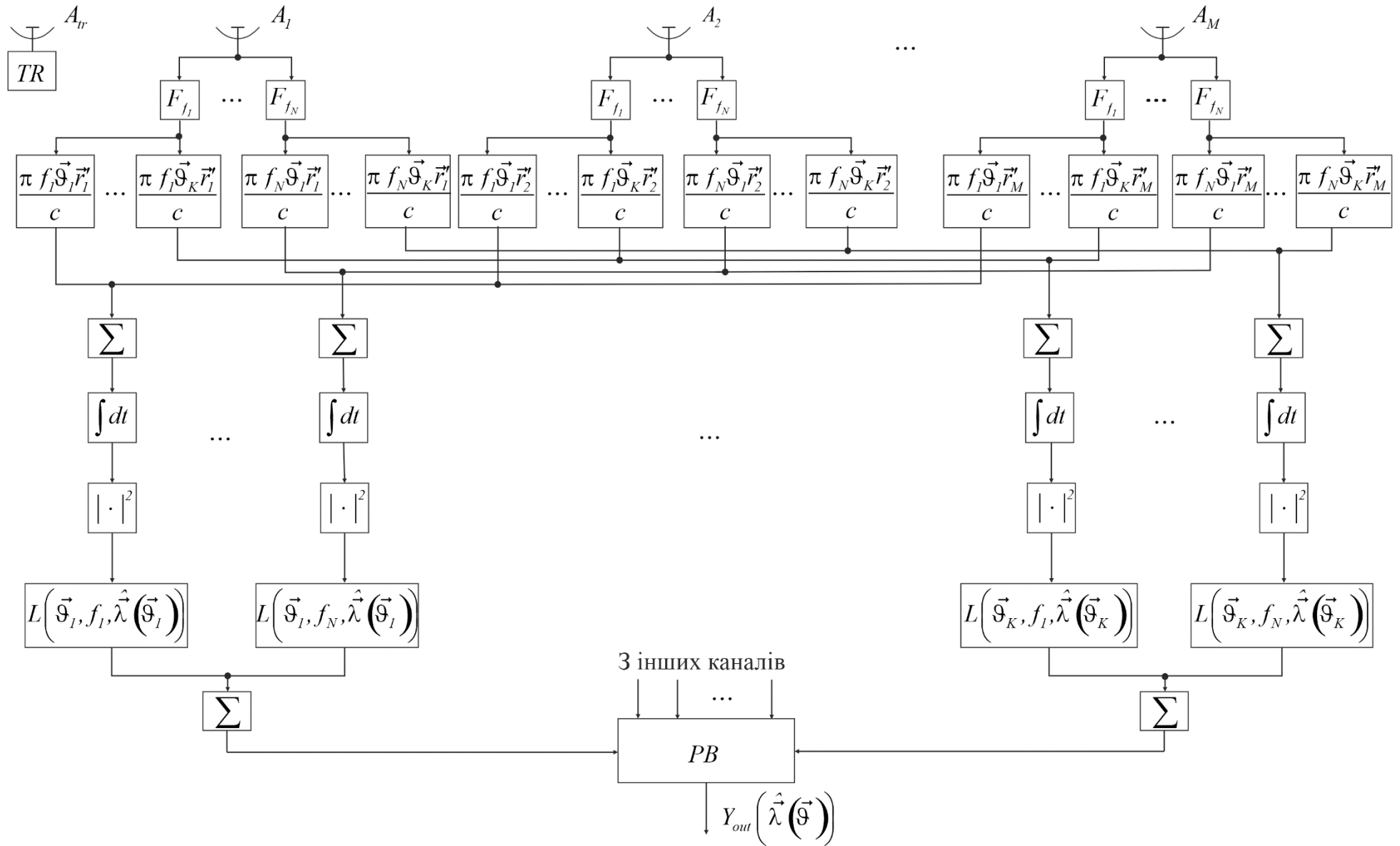


Рисунок 3.3 – Схема радіосистеми, яка відповідає математичній моделі (3.83) алгоритму формування зображення в системі активного апертурного синтезу

Отримані результати далі інтегруються у часі та проходять через блок розрахунку квадрата модуля. Далі сигнали декорелюються у фільтрах $L\left(\vec{\mathcal{Q}}, f_l, \hat{\lambda}(\vec{\mathcal{Q}})\right)$, у результаті чого для кожного напрямку $\vec{\mathcal{Q}}_k$ на кожній частоті f_n формується декорельований процес. Набір декорельованих спектральних складових для кожного кутового напрямку надходить на суматор, а отримана сума – на блок обробки РВ. У результаті спільної обробки формується загальний вихідний ефект $Y_{out}\left(\hat{\lambda}(\vec{\mathcal{Q}})\right)$, який для розглянутої задачі є пропорційним оцінці зображення $\dot{G}\sigma^0\left(\vec{\mathcal{Q}}, f, \vec{\lambda}(\vec{\mathcal{Q}})\right)$ підстильної поверхні.

Висновки до розділу

Синтезовано оптимальний алгоритм оцінки параметру $\dot{G}\sigma^0\left(\vec{\mathcal{Q}}, f, \vec{\lambda}(\vec{\mathcal{Q}})\right)$, пропорційного ефективній поверхні розсіювання зондованої поверхні, у радіосистемах активного апертурного синтезу з широкосмуговими зондуючими сигналами. Основу оптимального алгоритму складає операція розрахунок V_F -періодограми $\dot{S}_{uTD'}(j2\pi f_l t_l)$ та операцію декореляції. Формування $\dot{S}_{uTD'}(j2\pi f_l t_l)$ включає розділення прийнятого сигналу на складові по окремим частотам, фазову затримку кожної складової на величину $\pi f c^{-1} \vec{\mathcal{Q}} \vec{r}'$ та подальше синфазне підсумовування сигналів з виходів усіх елементів приймальної частини.

На основі синтезованої математичної моделі оптимального алгоритму розроблена структурна схема пропонованої радіосистеми активного апертурного синтезу радіозображень та визначено особливості її реалізації.

РОЗДІЛ 4

ІМІТАЦІЙНЕ МОДЕЛЮВАННЯ АЛГОРИТМІВ ФОРМУВАННЯ РАДІОЗОБРАЖЕНЬ СИСТЕМАМИ АКТИВНОГО АПЕРТУРНОГО СИНТЕЗУ

4.1 Імітаційне моделювання евристичного алгоритму оцінки некогерентного зображення

Виконаємо моделювання алгоритму побудови зображення в АР, який описується рівнянням (2.33). Для цього припустимо, що антенна решітка системи активного АС є квадратною і складається з 25 елементів (решітка 5x5). Кожен елемент у моделюванні має форму кола з радіусом 10,2 мм, а відстань між сусідніми елементами становить 51 мм. Антенна решітка з такими геометричними параметрами може бути використана на багатьох типах аерокосмічних носіїв, включаючи легкі та середні безпілотні літальні апарати. Розташування окремих елементів в АР показано на рисунку 4.1. При моделюванні покладалося, що носій системи знаходиться на висоті 350 м, а діапазон частот зондувального сигналу знаходиться в межах від 75 до 110 ГГц, що відповідає робочому діапазону частот хвилеводу WR-10 та відповідної елементної бази [73-75]. Тобто довжина хвиль робочого частотного діапазону системи змінюється від 4мм до 2,7мм.

Моделювання буде виконуватись у всьому діапазоні частот шириною 35 ГГц, проте наявні обмеження обчислювальної техніки не дозволяють врахувати кожную частоту даного діапазону, як це можна було б зробити за умови аналогової обробки сигналу. Тому вказаний діапазон буде поділено на 5000 дискретних частот, кількість яких обрана з урахуванням обчислювальної здатності наявного персонального комп'ютера.

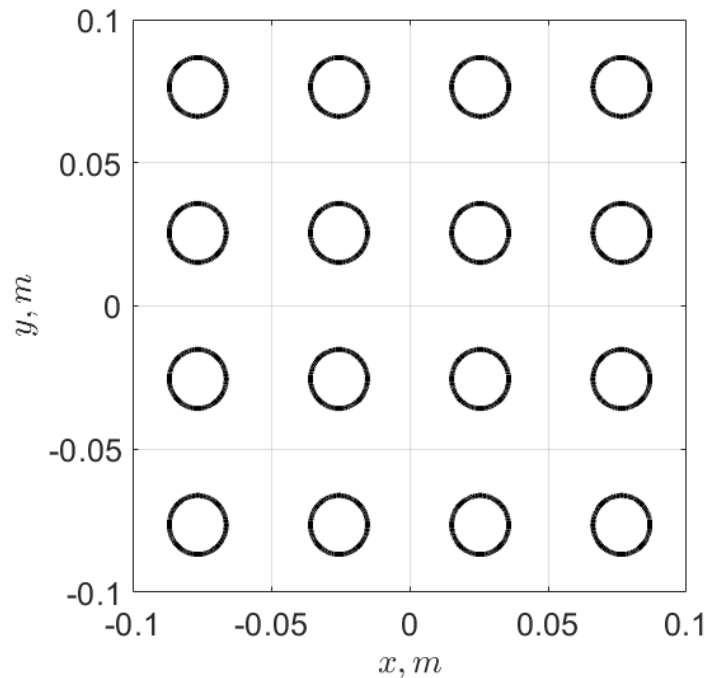


Рисунок 4.1 – Геометрія антенної решітки, використаної при моделюванні

Відповідно до загального алгоритму (2.33), для формування радіолокаційного зображення першочергово необхідно отримати сукупність чисел $\dot{\Gamma}_{in}(f)$. Для цього першочергово виконано розрахунок спектральної густини просторових взаємних кореляційних функцій базових АФР $\dot{R}_{APD\ in}(f, \Delta\vec{r}' - (\vec{r}_i - \vec{r}_n))$ елементів заданої АР за формулами (2.28), (2.30). Для спрощення аналізу, на рисунку 4.2 показано нормована функція невизначеності системи, яка є результатом V_F перетворення від $\dot{R}_{APD\ in}(f, \Delta\vec{r}' - (\vec{r}_i - \vec{r}_n))$.

Спектральну густину просторової функції когерентності $\dot{\Gamma}_{\sigma}(f, \Delta\vec{r}')$ можна представити у вигляді перетворення Фур'є від істинного зображення відповідно до формули (2.10). Тестове зображення показане на рисунку 4.3. На ньому можна виділити ділянки місцевості з трав'янистим покриття, бетонні дороги та будівлю.

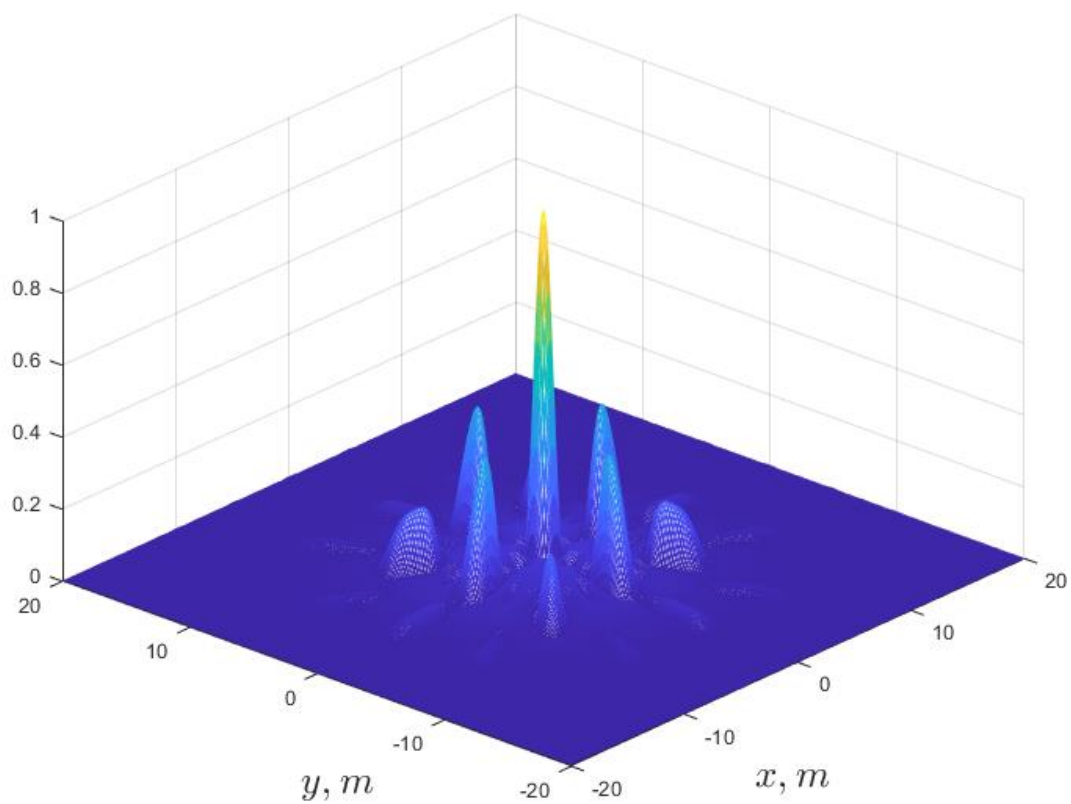


Рисунок 4.2 – Розрахована функція невизначеності системи



Рисунок 4.3 – Тестове оптичне зображення

Далі розраховано параметр $\dot{\Gamma}_{in}(f)$ шляхом перемноження $\dot{R}_{APD\ in}(f, \Delta\vec{r}' - (\vec{r}_i - \vec{r}_n))$ та функції $\dot{\Gamma}_{\sigma}(f, \Delta\vec{r}')$ (отримана перетворенням Фур'є від тестового зображення). Після цього первинне радіолокаційне зображення формується застосуванням оберненим перетворення Фур'є до отриманої сукупності чисел та інтегруванням результату за всіма частотами f . Результат розрахунку показано на рисунку 4.4.

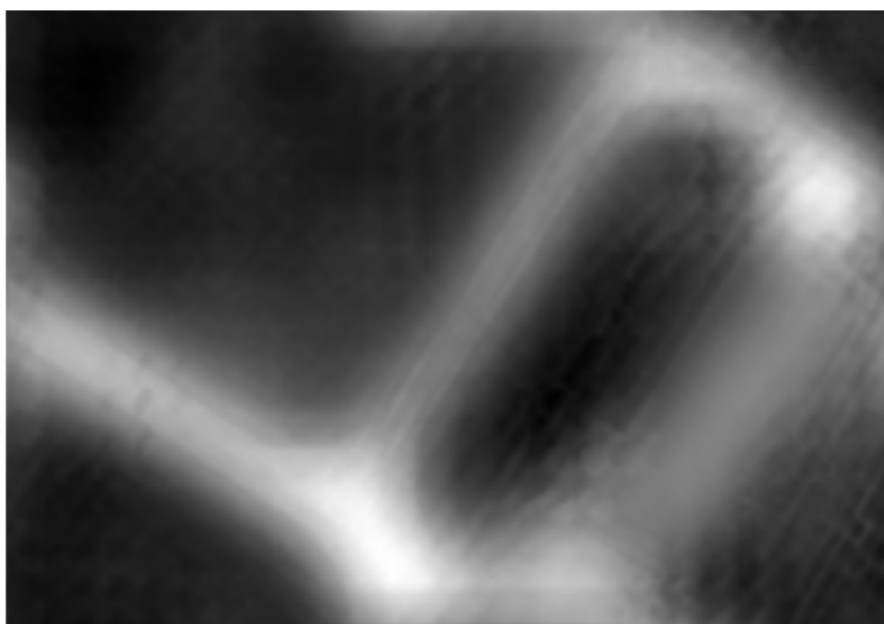


Рисунок 4.4 – Первинне радіолокаційне зображення

При візуальному аналізі рисунку 4.4 можна відрізнити основні об'єкти, присутні на вихідному тестовому зображенні – дороги, ангар, зони, покриті насадженнями. Додатково отримано результати порівняння сформованого первинного радіозображення з вихідним оптичним із залученням декількох метрик, таких як SSIM, MS-MSIM, середньоквадратична похибка та коефіцієнт кореляції.

Таблиця 4.1 – Результати порівняння первинного радіозображення з вихідним оптичним

Метрика	Значення
SSIM	$1,0586 \cdot 10^{-5}$
MS-MSIM	0,0038
Середньоквадратична похибка	$1,4823 \cdot 10^{11}$
Коефіцієнт кореляції	0,7690

4.2 Імітаційне моделювання оптимального алгоритму активного апертурного синтезу

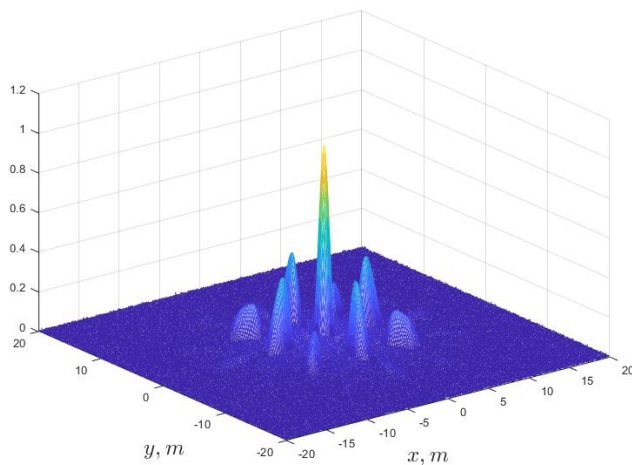
Виконаємо імітаційне модулювання математичної моделі (3.83) оптимального алгоритму формування зображення у системі активного апертурного синтезу. Головною відмінністю даного оптимального алгоритму від евристичних, розрахованих у розділі 2, є операція декореляції прийнятих сигналів у декорелюючому фільтрі, структура якого залежить від характеристик системи та параметру $\hat{\lambda}(\vec{\vartheta})$, що оцінюється. Декорелюючий фільтр можна визначити, як інвертоване значення функції невизначеності радарної системи $\Psi(f_1 - f_2, f_1 \vec{\vartheta}_1 - f_2 \vec{\vartheta}_2)$. У випадку, якщо дана функція є повністю відомою, то можливо повністю відновити вихідне радіозображення. Так, первинне радіозображення відповідно до оптимального алгоритму (3.83) для випадку інверсної фільтрації за умови точно відомої функції невизначеності радарної системи показане на рисунку 4.5.



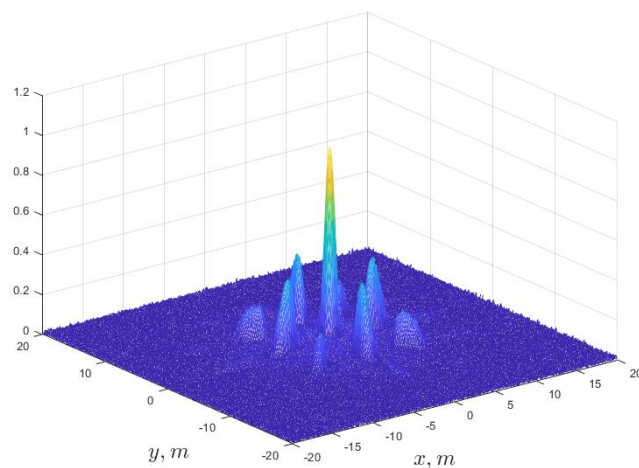
Рисунок 4.5 – Первинне радіозображення при інверсній фільтрації за умови повністю відомої функції невизначеності радіолокаційної системи.

Аналізуючи рисунок 4.5 можна стверджувати, що інверсна фільтрація за умови апіорно-відомої функції невизначеності радарної системи дозволяє повністю відновити вихідне оптичне зображення та всій його структурні особливості. Проте на практиці неможливо точно оцінити функцію невизначеності радіосистеми, що унеможлиблює повне відновлення вихідного зображення. Так, функція невизначеності системи може бути визначена лише приблизно за умови повного аналізу усіх трактів радіосистеми, відомих умов розповсюдження сигналу та апіорної інформації щодо електрофізичних параметрів підстильної поверхні, що досліджується. У такому випадку доцільно виконати побудову радіозображення з оптимальною операцією інверсної фільтрації за умови, коли оцінка функції невизначеності системи виконана з деякою похибкою $\Delta\dot{\Psi}(f_1 - f_2, f_1\vec{\vartheta}_1 - f_2\vec{\vartheta}_2)$. У моделюванні похибку оцінки функції невизначеності представимо у вигляді шуму з гаусівським розподілом, нульовим математичним очікуванням та середнім квадратичним відхиленням, яке складає 0,1%, 1%, 5% та 10% від максимального

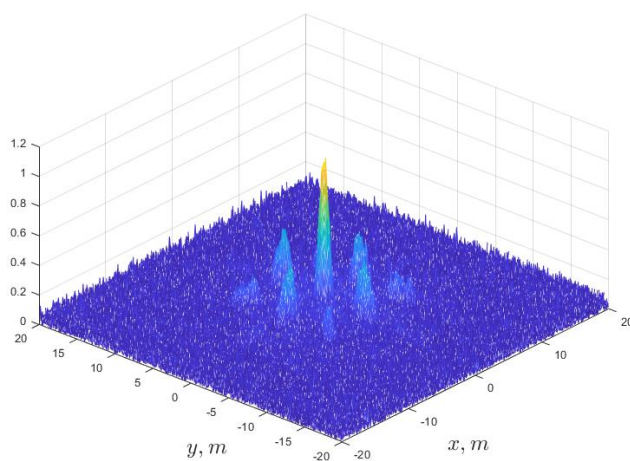
значення вихідної функції невизначеності системи. Форми функції невизначеності для таких випадків показані на рисунку 4.6, а отримані первинні радіозображення при інверсній фільтрації – на рисунку 4.7.



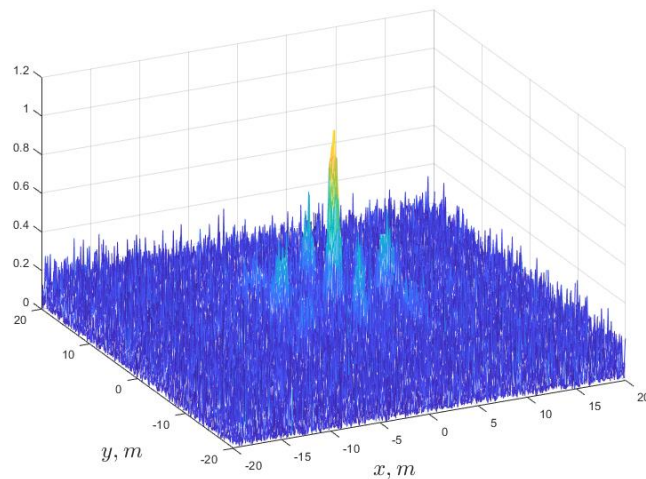
а)



б)



в)

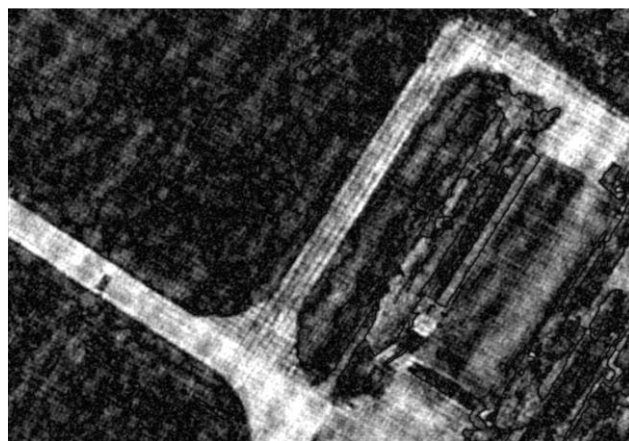


г)

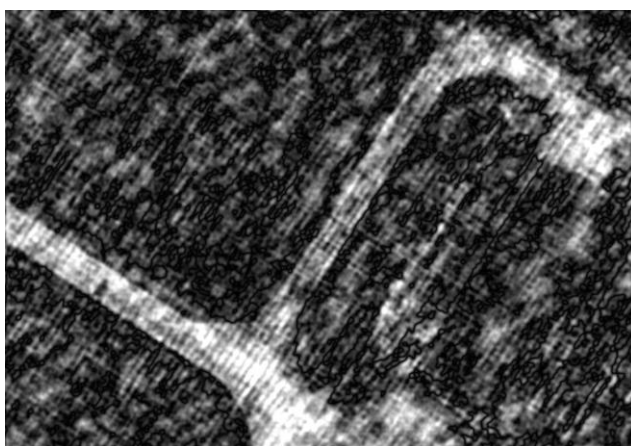
Рисунок 4.6 – Оцінена функція невизначеності системи з СКВ похибки на рівні 0,1% (а), 1% (б), 5% (в) та 10% (г) від максимального значення функції.



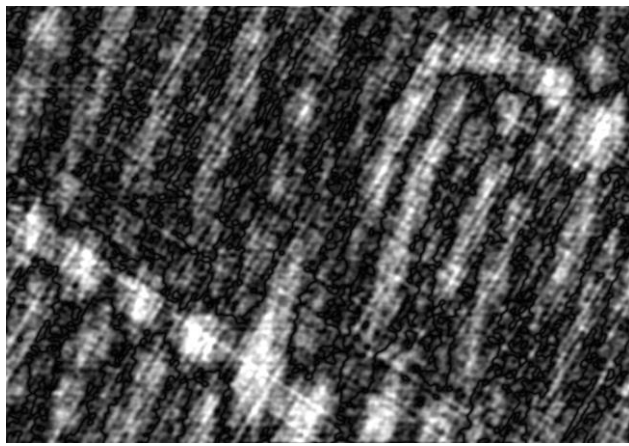
а)



б)



в)



г)

Рисунок 4.7 – Первинне радіозображення при інверсній фільтрації за умови СКВ похибки оцінки функції невизначеності радіолокаційної системи на рівні 0,1% (а), 1% (б), 5% (в) та 10% (г) від максимального її значення

Як можна побачити на рисунку 4.7(а, б), наявність незначних похибок в оцінці функції невизначеності радіосистеми при застосуванні операції інверсної фільтрації все одно дозволяє більш якісно відновити вихідне радіозображення у порівнянні з первинними радіозображеннями на рисунку 4.4. Так, на рисунку 4.7(а, б) видимі деталі (структура доріжок, ангарау тощо), які на рисунку 4.4 розмиті та не можуть бути виділені взагалі. Проте при збільшенні похибки оцінки функції невизначеності радіосистеми, відновлене у результаті інверсної фільтрації зображення починає втрачати свою інформативність, як це помітно на рисунку 4.7(в, г). На рисунку 4.7(г) майже неможливо відокремити

навіть значні за розміром об'єкти, такі як ангар або дороги. Результати порівняння первинного радіолокаційного зображення з вихідним оптичним з використанням метрик наведені у таблиці 4.2.

Таблиця 4.2 – Результати порівняння первинного радіозображення з вихідним при різних похибках оцінки функції невизначеності

Метрика	Без похибок	0,1%	1%	5%	10%
SSIM (більше – краще)	1	0,305	0,027	0,0019	0,0035
MS-MSIM (більше – краще)	1	0,659	0,374	0,226	0,1245
Середньоквадратична похибка (більше – гірше)	0	$1,095 \cdot 10^4$	$5,83 \cdot 10^4$	$7,755 \cdot 10^4$	$8,47 \cdot 10^4$
Коефіцієнт кореляції (більше – краще)	1	0,9547	0,7165	0,5189	0,3779

Таким чином, при неможливості з високою точністю оцінити функцію невизначеності радіосистеми, застосування операції інверсної фільтрації у системі активного апертурного синтезу не є доцільним, та може призвести до значного погіршення результатів формування первинного радіозображення. У такому випадку у математичній моделі алгоритму формування радіозображень (3.83) доцільно виключити інверсну фільтрацію, у результаті чого можна перейти до спрощених алгоритмів, розглянутих у розділі 2. Основу цих алгоритмів складають операції, ідентичні до операцій математичної моделі (3.83), проте жоден з них не

передбачає інверсної фільтрації спостережень, що робить ці алгоритми квазіоптимальними у порівнянні з (3.83)

Також значний інтерес для підвищення якості одержуваних зображень представляє оптимізація форми антенної решітки. Так, запропонована система активного апертурного синтезу близька до пасивних систем, що використовуються у радіоастрономії. Якість радіозображень, що формуються в радіоастрономічних в багатоантенних системах, значною мірою залежить саме від розташування окремих елементів антени [76-78]. І в таких системах вкрай рідко використовуються квадратні АР з еквідистантно-розташованими елементами через їх низьку ефективність. Питання оптимізації форм антенних решіток у системах активного апертурного синтезу висвітлене у значній кількості наукових праць світових вчених і тому не розглядається у даній роботі.

Висновки до розділу

Виконано імітаційне моделювання евристичного та оптимального алгоритмів побудови радіозображень у системах активного апертурного синтезу. Показано загальну працездатність отриманих алгоритмів та ефективність операції декореляції спостережень задля підвищення якості отриманих зображень. Водночас показано, що операція декореляції є ефективною лише у випадку, коли функція невизначеності радіосистеми оцінена з малою похибкою, і збільшення цієї похибки призводить до значного спотворення формованих радіозображень та загальної недоцільності використання декорелюючого фільтру.

РОЗДІЛ 5

ТЕХНІЧНА РЕАЛІЗАЦІЯ ТА ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ МАКЕТНОГО ЗРАЗКА СИСТЕМИ АКТИВНОГО АПЕРТУРНОГО СИНТЕЗУ

5.1 Технічна реалізація макетного зразка системи активного апертурного синтезу

Оснoву алгоритмів обробки сигналів як для пасивних, так і для активних систем апертурного синтезу складає операція кореляції сигналів, прийнятих рознесеними приймачами. Тому для розглянутого випадку активного апертурного синтезу доцільно дослідити форми кореляційних функцій, які можна отримати при використанні зондуючого сигналу з різною смугою частот. Таке дослідження можна виконати із залученням найпростішого випадку системи активного АС, яка складається з двох рознесених приймачів, синхронізованих між собою, та одного передавача, смугу зондуючих сигналів якого можна регулювати.

У якості приймачів для попереднього дослідження доцільно використати бюджетні та вже готові до використання рішення. Так як у роботі пропонується використовувати широко- і надширокосмугові сигнали у якості зондуючих, важливим критерієм пошуку була робоча смуга частот. Найбільш оптимальним рішенням у даному випадку виявилось використання малошумлячих супутникових конвертори Ка діапазону радіохвиль у якості основи приймальних каналів [79, 80]. З точки зору внутрішньої будови, такі конвертори представляють собою готовий приймач супергетеродинного типу, який відповідно до технічного опису працює у діапазоні 10 ГГц-11 ГГц та має робочу смугу не менше 1 ГГц. Перенос на проміжну частоту у такому приймачі виконується з залученням вбудованого високочастотного генератора з частотою 9,75 ГГц, стабільна робота якого забезпечується блоком фазового автопідстроювання частоти (ФАПЧ) та зовнішнім

опорним генератором з частотою 25 МГц. Таким чином вихідний сигнал приймача знаходиться у смузі проміжних частот від 250 МГц до 1,25 ГГц. У якості основи для реалізації приймальної частини макету було обрано супутниковий конвертер з лінійною поляризацією SatIntegral T-031. Загальний вигляд такого приймача зображено на рисунку 5.1, а його внутрішня будова – на рисунку 5.2.



Рисунок 5.1 – Малошумлячий блок SatIntegral T-031

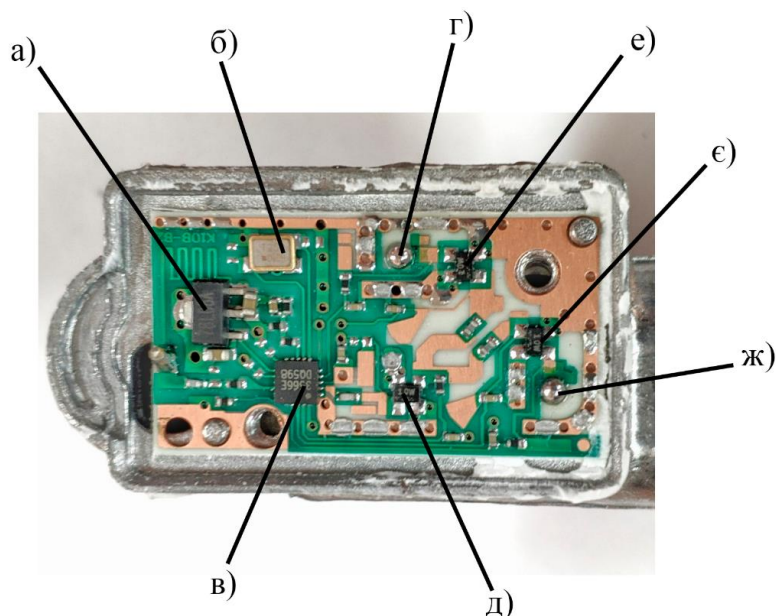


Рисунок 5.2 – Внутрішня будова SatIntegral T-031: а – лінійний стабілізатор напруги; б – опорний кварцовий резонатор 25 МГц; в – багатофункціональна мікросхема; г – хвилевідно-мікросмужковий перехід каналу горизонтальної поляризації; д – загальний малошумлячий підсилювач; е – малошумлячий підсилювач сигналу горизонтальної поляризації; е – малошумлячий підсилювач сигналу вертикальної поляризації; ж – хвилевідно-мікросмужковий перехід

При створенні макету системи апертурного синтезу принципово необхідно забезпечити когерентне приймання сигналів усіма приймальними каналами. Це передбачає повну ідентичність структури приймальних трактів а також використання одного спільного або синхронізованих окремих гетеродинів для перенесення високочастотних сигналів на проміжну частоту. У сучасних приймачах типу SatIntegral T-031 гетеродин та блок ФАПЧ, який стабілізує частоту, є вбудованими в багатофункціональну мікросхему, показану на рисунку 5.2, в, яка є типовою для значної кількості таких приймачів діапазону довжин хвиль 3см. У такому випадку синхронізація двох каналів приймання з використанням одного спільного гетеродина на 9.75 ГГц не є можливою. Водночас така б реалізація була б ускладнена підключенням двох приймачів до одного спільного НВЧ генератора, адже передачі такого сигналу необхідне залучення спеціалізованих вартісних кабелів та роз'ємів.

Як можна побачити на рисунку 5.2, б, приймач у своїй структурі має кварцовий резонатор на частоту 25МГц, який використовується у якості джерела еталонної частоти для блоку ФАПЧ. Як показують дослідження [81, 82], два незалежні генератори, стабілізовані ФАПЧ, можуть бути синхронізовані з високою точністю як за частотою, так і за фазою у випадку, якщо для двох блоків ФАПЧ використовувати один опорний генератор. Таким чином, для синхронізації двох приймачів макету системи АС, з плат приймачів необхідно видалити вбудовані опорні генератори та передбачити можливість підключення спільного зовнішнього. Зовнішній вигляд та плата модифікованого приймача показані на рисунку 5.3. Так, на місце кварцового генератора було під'єднано коаксіальний кабель, підключений до роз'єму типу SMA. Також у приймачах було розділено лінії живлення та виходи сигналу проміжної частоти. У останніх роз'єми типу F були замінені на більш широкопasmові SMA для універсалізації системи.

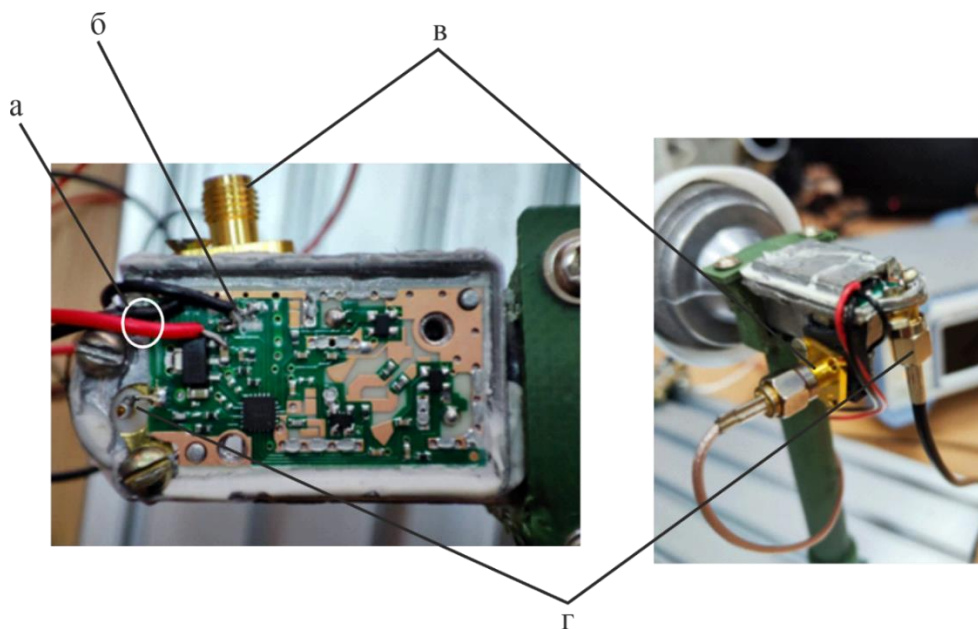


Рисунок 5.3 – Модифікації приймачів: а – окремі лінії живлення; б – коаксіальний кабель опорного сигналу; в – SMA роз'єм підключення опорного сигналу; г – SMA роз'єм вихідного сигналу проміжної частоти

Джерело опорного сигналу було побудовано на основі кварцового резонатора з частотою генерації 25 МГц та рівнем вихідної напруги 3,3 В. Розроблена плата з генератором показана на рисунку 5.4. Вона включає лінійний стабілізатор напруги 3,3 В, генератор а також чотири виходи опорного сигналу з однаковими довжинами доріжок.

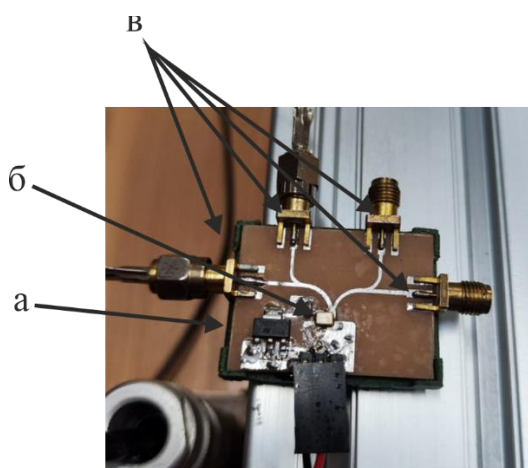


Рисунок 5.4 – Плата з генератором опорного сигналу: а – лінійний стабілізатор напруги; б – кварцовий генератор; в – виходи опорних сигналів

У якості системи збору та обробки інформації під час експериментальних досліджень використано широкосмуговий чотирьохканальний цифровий осцилограф R&S RTO2044. Гранична смуга пропускання даного осцилографа складає 4ГГц, а частота дискретизації при залученні двох і більше каналів – 10ГВиб/с. Важливою особливістю даного пристрою є вбудовані інструменти для обробки оцифрованих сигналів, які включають можливість побудови спектрографа, а також реалізація математичних операцій між сигналами, оцифрованими різними каналами. Так, передбачено можливість розрахунку кореляційної функції сигналів з різних каналів, що є важливим для експерименту та дозволить мінімально використовувати додаткові обчислювальні засоби та програмні пакети. Тому у випадку, коли немає необхідності виконувати додаткову обробку або накладення інформації, результати розрахунку кореляційних функцій будуть надані у вигляді інформації з вікна осцилографу.

У якості випромінювача використано хвилевідну рупорну антенну 3 см діапазону довжин хвиль і розміром розкриву 13,5 x 9 см. Антена підключення до коаксіально-хвилевідного переходу, як це показано на рисунку 5.5, на вході якого встановлено широкосмуговий SMA роз'єм. В залежності від експерименту, даний роз'єм буде підключатися до різних джерел радіосигналу: НВЧ генератора або генератора шуму на основі р-і-п діода.

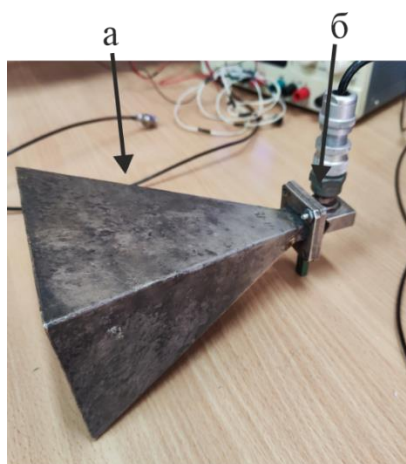


Рисунок 5.5 – Випромінююча антенна: а – рупорна антенна;
б – коаксіально-хвилевідний перехід

На основі оглянутих компонентів був зібраний експериментальний стенд, показаний на рисунку 5.6. Він складається з двох приймачів з тримачами, встановлених на профільну платформу, передаючої антени, генератора НВЧ-сигналів, осцилографа та блоків живлення.

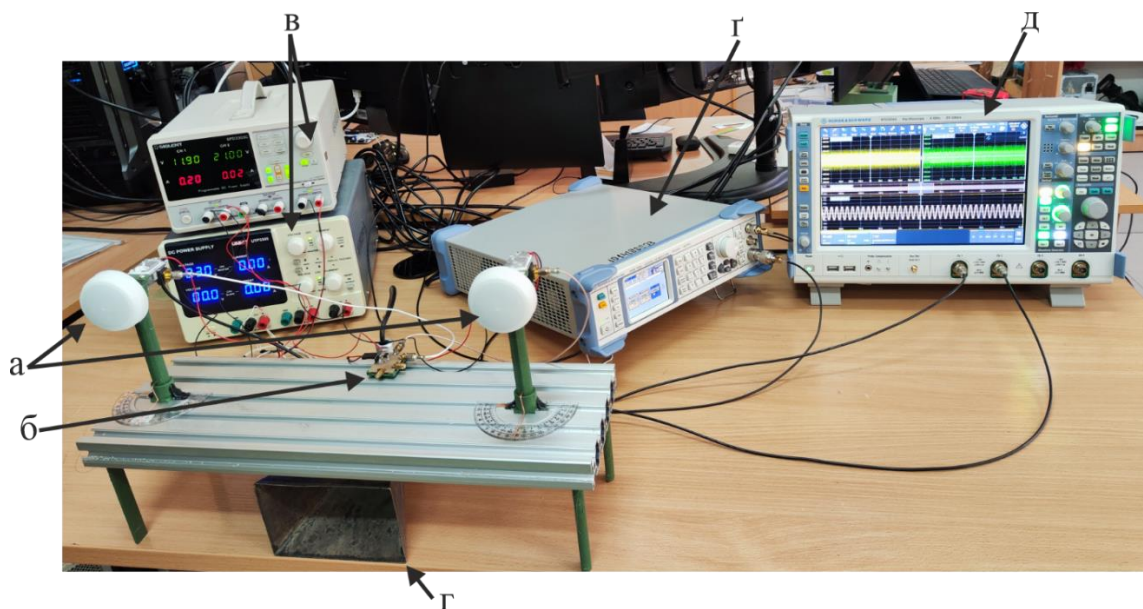


Рисунок 5.6 – Експериментальний стенд: а – приймачі; б – плата генератора опорного сигналу; в – блоки живлення; г – антена передавача; г – генератор НВЧ сигналів R&S SMB100A; д – осцилограф R&S RTO2044

У стенді тримачі приймачів дозволяють як обертати приймачі навколо своєї осі, так і рухати їх вздовж пазу платформи, що додає гнучкості у налаштуваннях їх положень. Під час експериментів відстань між приймачами складала 40 см. Також на платформі встановлено плату з генератором опорного сигналу, виходи якої через кабелі SMA-SMA однакової довжини підключені до опорних входів приймачів. Виходи проміжної частоти приймачів підключені кабелями однакової довжини до першого та другого каналу осцилографа. Живлення приймачів та генератора опорного сигналу забезпечується блоком живлення SIGLENT SPD3303C.

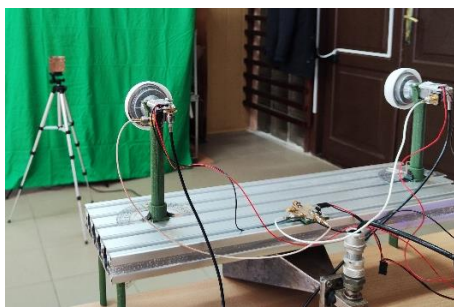
Передавальна антена для додаткової розв'язки між приймальними та передавальними каналами була розташована під металевим профілем, на який встановлено приймачі. На перших етапах експерименту у якості джерела зондуючих НВЧ сигналів використано генератор R&S SMB100A з робочім діапазоном 100 кГц-40 ГГц, до виходу якого був підключений коаксіально-хвилевідний перехід антени.

У якості цілі використано квадратну металізовану пластину з розміром грані 75 мм. Ефективна поверхня розсіювання такої цілі для довжин хвиль 3 см орієнтовно можна розрахувати наступним чином:

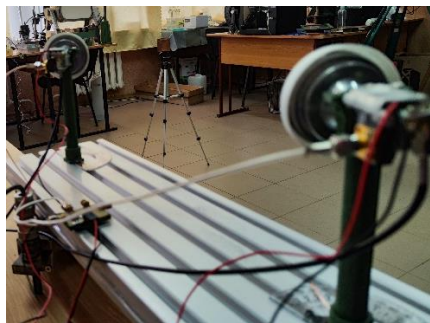
$$\sigma = \frac{4\pi}{\lambda^2} S^2 = \frac{4\pi}{0,03^2} 0,075^4 = 0,44 \text{ [м}^2\text{]}. \quad (5.1)$$

5.2 Дослідження при монохроматичному зондуючому сигналі

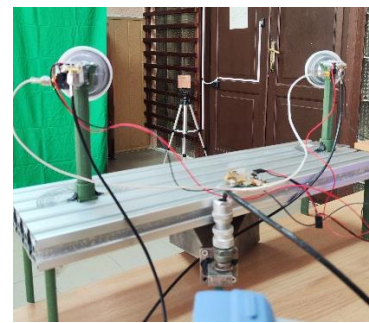
У якості першого експерименту розглянемо кореляційну функцію процесів з виходів двох синхронізованих приймачів для випадку монохроматичного зондуючого сигналу. У якості джерела такого сигналу використано генератор R&S SMB100A. Побудова кореляційної функції виконана при частоті зондуючого сигналу 10,5 ГГц, та для трьох випадків взаємоположення передавально-приймального стенду та цілі: ціль знаходиться під прямим кутом до стенду (кут «0°», рисунок 5.7, а), ціль зсунута на 60° проти часової стрілки відносно прямого кута (кут «-60°», рисунок 5.7, б), ціль зсунута на 20° за часовою стрілкою відносно прямого кута (кут «20°», рисунок 5.7, в). У всіх випадках відстань від стенду до відбивача складала 1,9 м.



а)



б)



в)

Рисунок 5.7 – Взаємоположення стенду та пластини-відбивача: а – кут 0° ;

б – кут -60° ; в – кут 20° ;

Спочатку для кожного кутового положення були розраховані кореляційні функції прийнятих сигналів при частоті зонduючого сигналу 10,5 ГГц. Спектр сигналу на виході приймачів для такого випадку, розрахований за допомогою вбудованих інструментів осцилографу, показано на рисунку 5.8.

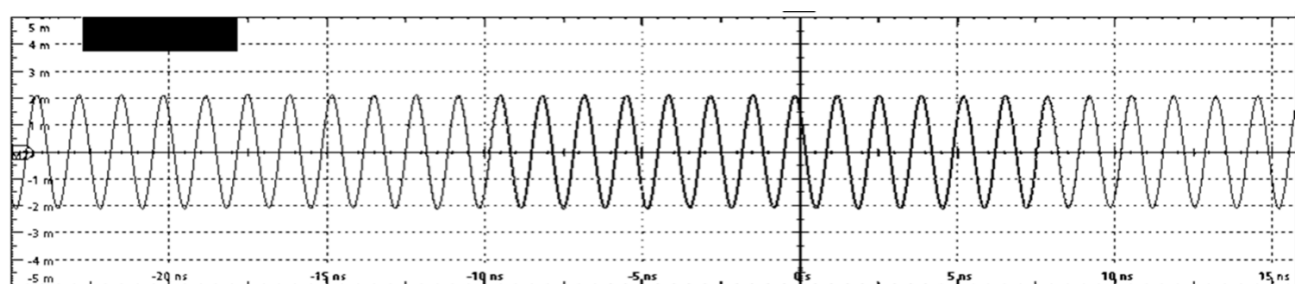


Рисунок 5.8 – Спектр сигналу на виході приймачів для випадку монохроматичного зондувального коливання з частотою 10,5 ГГц

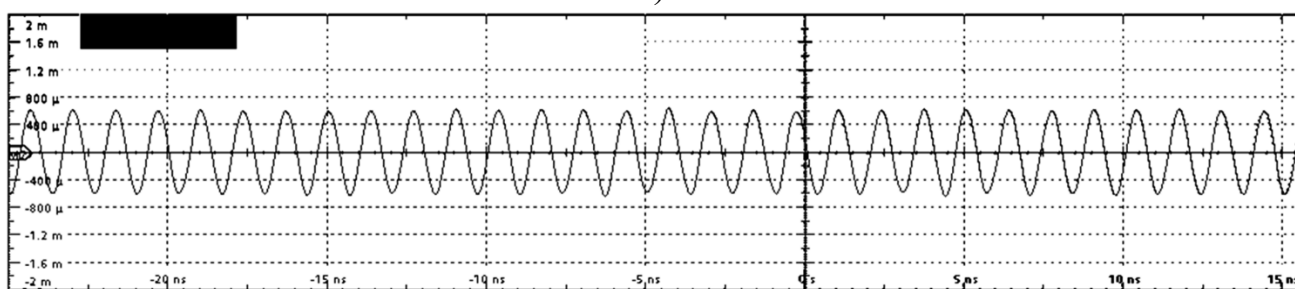
Як можна побачити на спектрограмі рисунку 5.8, у вихідному сигналі приймачів основною компонентою є коливання з оціненою частотою 750,04 МГц.

Даний сигнал отримано у результаті перенесення на проміжну частоту вихідного колювання 10,5 ГГц з залученням гетеродину 9,75 ГГц. У результаті перенесення повинні отримати сигнал з частотою 750 МГц. Похибку у 40 КГц можна пояснити дискретністю побудованого спектру, відстань між сусідніми точками якого складає 80 КГц відповідно до налаштувань осцилографу.

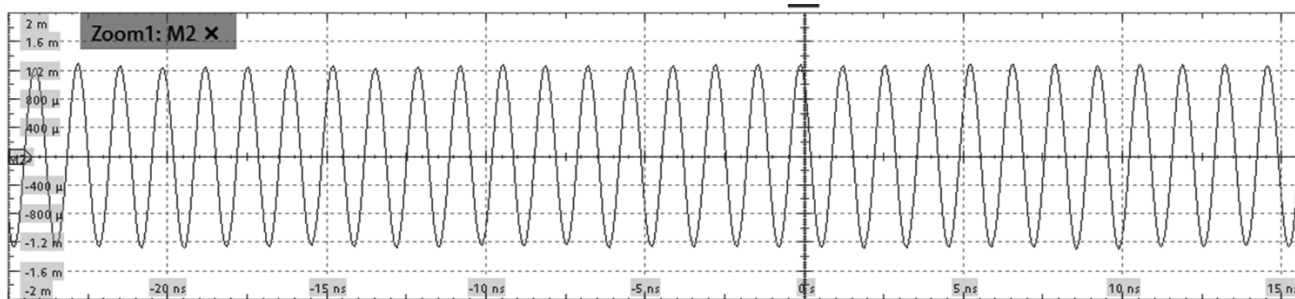
Далі для трьох випадків положення відбивача побудовано функції кореляції сигналів з виходів двох приймачів. Отримані залежності кореляції сигналів від часу показані на рисунку 5.9.



а)



б)



в)

Рисунок 5.9 – Функції кореляції сигналів з виходу приймачів при монохроматичному зонduючому сигналі та наступних кутових положеннях цілі відносно стенду: а – 0° ; б – -60° ; в – 20°

Як можна побачити на рисунку 5.9, при монохроматичному зонduючому сигналі функція кореляції прийнятих сигналів також має вигляд монохроматичного

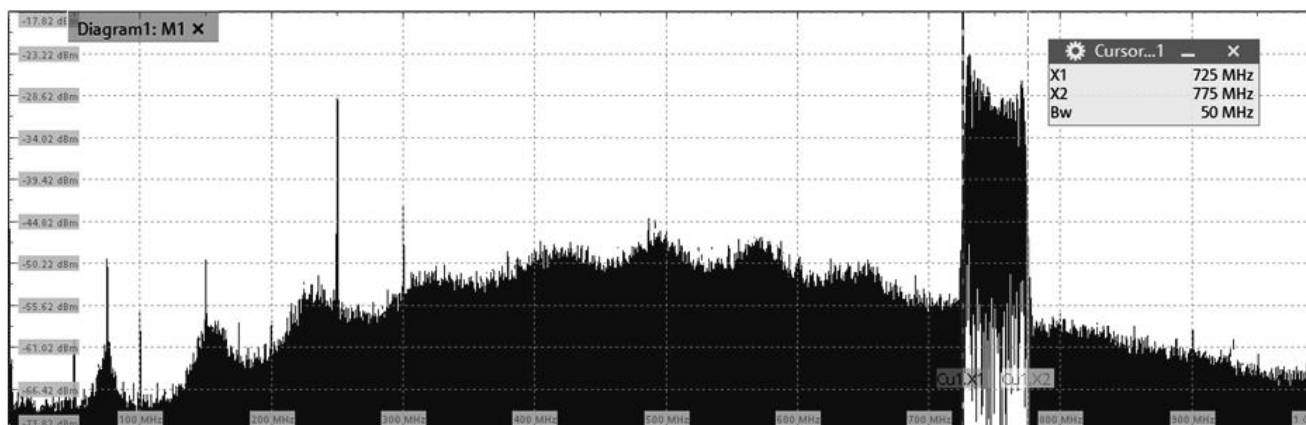
коливання, що відповідає теоретичним викладкам. Частота коливання відповідає частоті зонduючого коливання після перенесення на проміжну частоту – 750 МГц. Амплітуда кореляційної функції є різною при різних кутах зондування внаслідок неточностей налаштування положення відбивача. При зміні кутового положення відбиваючої пластини і відповідної зміни зсуву фаз сигналу, прийнятого окремими приймачами, у кореляційній функції можна побачити відповідну зміну фази коливання у нульовий момент часу. Проте так як відстань між приймачами значно більша за довжину хвилі зонduючого сигналу, при зміні положення цілі зсув фази прийнятих сигналів може складати декілька періодів. Для випадку відстані між приймача 40 см, зсув фази сигналу, прийнятого одним приймачем, відносно фази цього ж сигналу, прийнятого іншим, може скласти близько 26π що вносить значну невизначеність у вимірювання і у випадку розробленого макету не дозволяє визначити кутове положення цілі.

У вузькосмугових системах апертурного синтезу, які використовуються у радіоастрономії, проблема невизначеності вимірювань вирішується шляхом додавання у системи приймальних каналів та їх рознесення спеціальним чином у просторі на значні відстані. Водночас у пропонованій системі активного АС дана проблема може бути вирішена шляхом розширення робочої смуги частот. Тому виконаємо додаткові експерименти при різних смугах зонduючого сигналу.

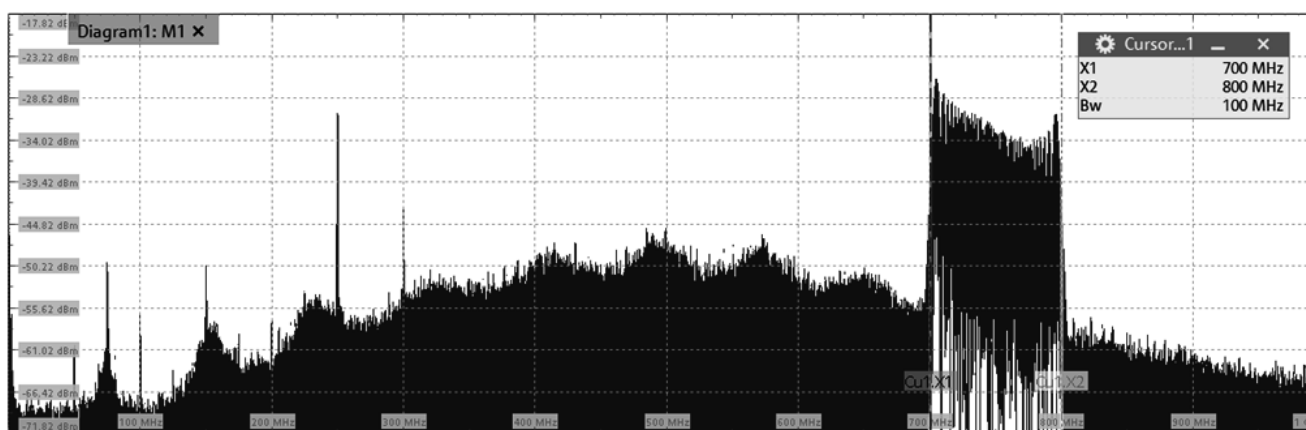
5.3 Дослідження при зонduючому сигналі з розширеною смугою частот

Отримаємо функції кореляції сигналів з виходів двох рознесених приймачів для випадку, коли зонduючий сигнал є не монохроматичним, а займає деяку смугу частот. Експериментально визначено, що генератор SMB100A шляхом фазової модуляції монохроматичного сигналу з частотою 10.5 ГГц дозволяє на виході отримати вузькосмуговий сигнал зі смугою до 100 МГц в залежності від параметрів модулюючого коливання. Виконаємо дослідження для випадку, коли смуга

зонduючого сигналу складає 50 МГц та 100 МГц. У якості модулюючого коливання використано синус з частотою 700 кГц, джерелом якого був вбудований у осцилограф генератор низькочастотних коливань. Амплітуда синусу обрана таким чином, щоб смуга сигналу на виході генератора відповідала зазначеним випадкам. Спектрограми сигналів на виході приймачів показані на рисунку 5.10. На ньому можна побачити, що центральна частота сигналу складає 750 МГц, як і для випадку монохроматичного коливання з частотою 10,5 ГГц. Нерівномірність АЧХ генерованого сигналу, яку можна побачити на рисунку 5.10, б, пов'язана з внутрішніми особливостями НВЧ генератора та не могла бути скоригованою.



а)

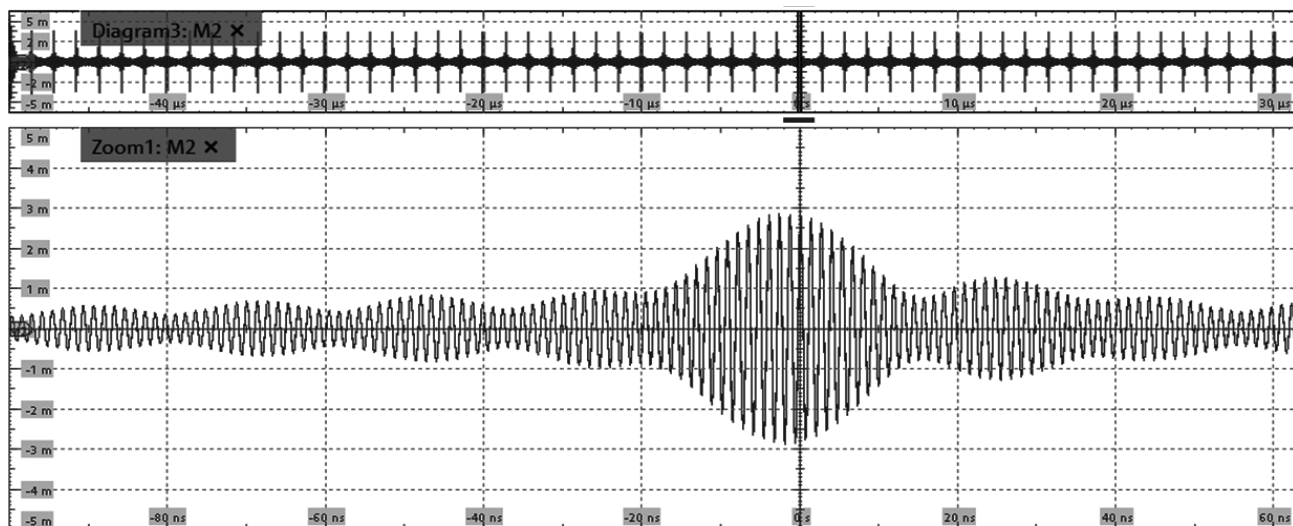


б)

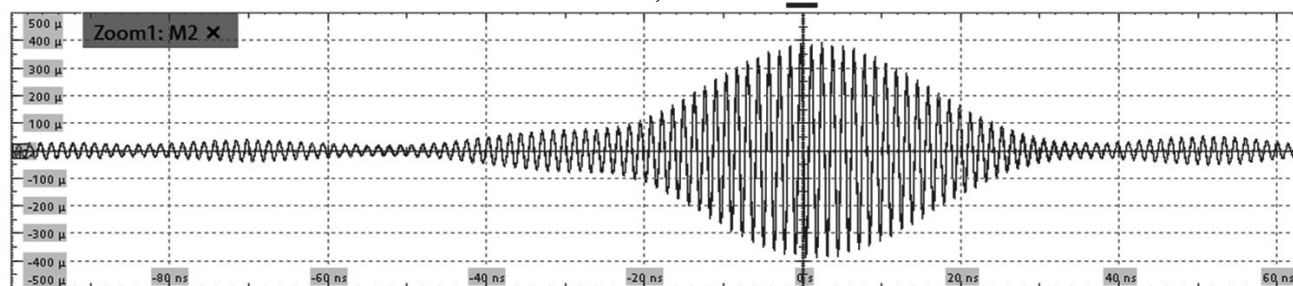
Рисунок 5.10 – Спектр зонduючого сигналу: а – смуга 50 МГц; б – смуга 100 МГц

Далі для двох вказаних варіантів смуги частот зонduючого сигналу були отримані функції кореляції прийнятих системою сигналів при трьох варіантах

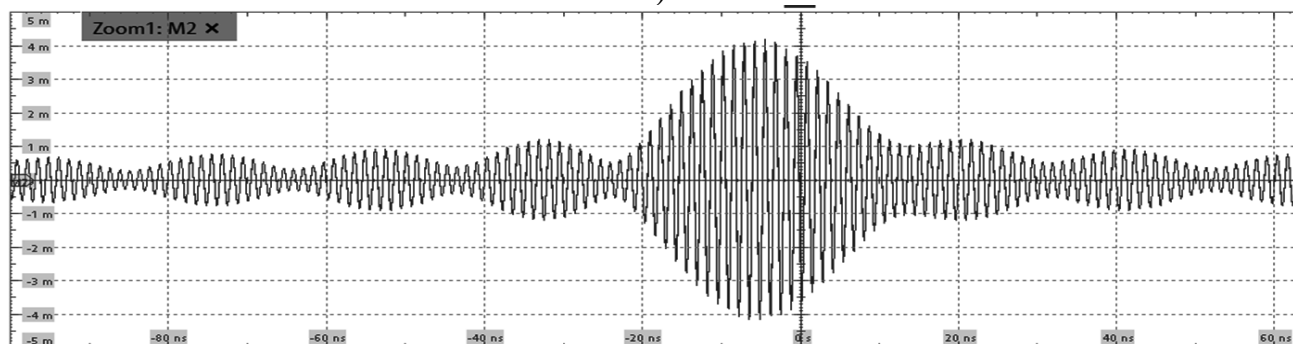
положення прямокутного відбивача. Отримані результати показані на рисунках 5.11 та 5.12. На рисунку 5.11, а функція кореляції показана для проміжків часу -50:30 мкс та -100:60 нс, розрахунок яких виконувався одночасно. Це дозволили побачити деякі загальні особливості отриманих результатів.



а)

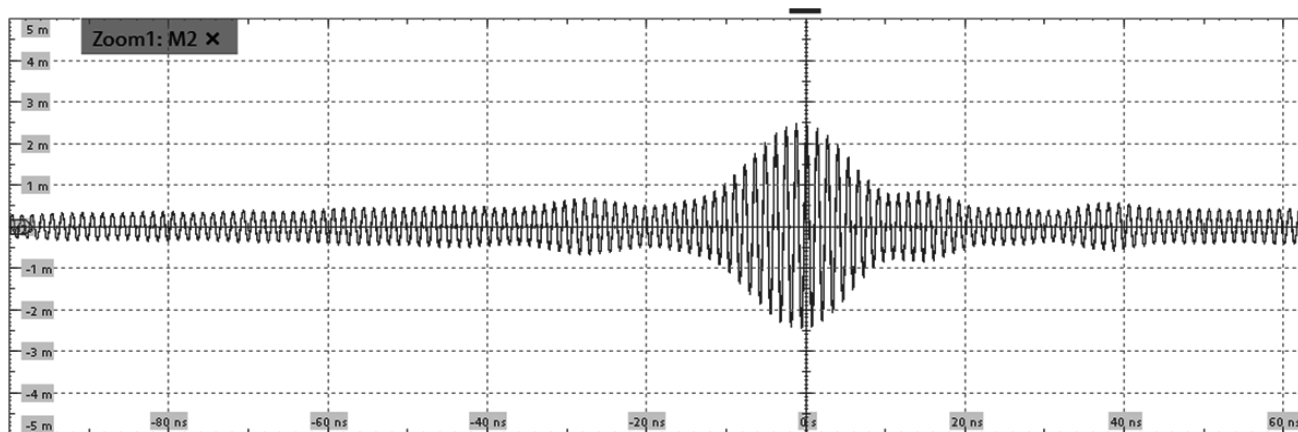


б)

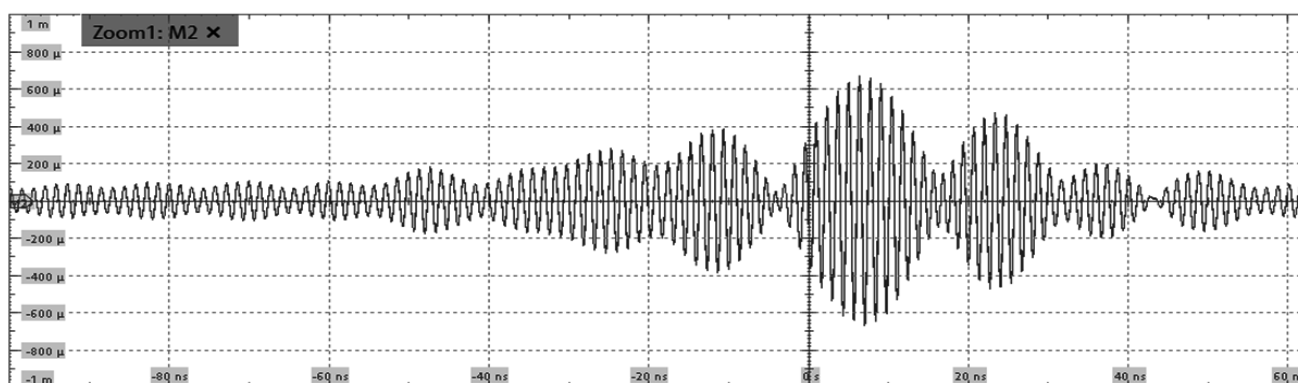


в)

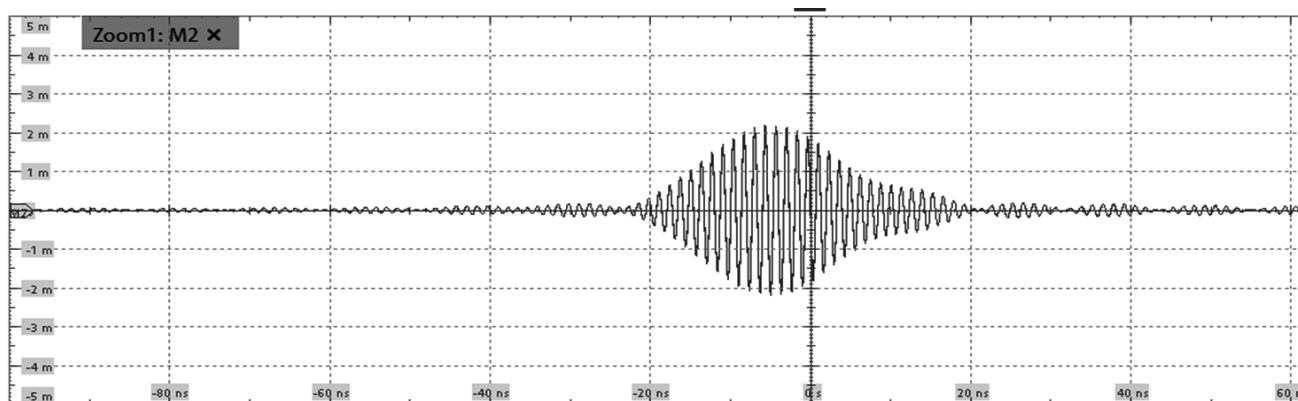
Рисунок 5.11 – Функції кореляції сигналів з виходу приймачів при смузі зонduючого сигналу 50 МГц та наступних кутових положеннях цілі відносно стенду: а – 0° ; б – -60° ; в – -20°



а)



б)



в)

Рисунок 5.12 – Функції кореляції сигналів з виходу приймачів при смузі зонduючого сигналу 100 МГц та наступних кутових положеннях цілі відносно стенду: а – 0° ; б – -60° ; в – -20°

Як можна побачити на рисунках 5.11, 5.12, характер кореляційної функції змінюється при застосуванні вузькосмугових зонduючих сигналів. Вона також має

гармонійне заповнення з проміжною частотою прийнятого зонduючого коливання, як і у монохроматичному випадку, проте додатково з'являється обвідна у вигляді функції sinc , ширина головної пелюстки якої залежить від смуги частот, а максимум у часі – від кутового положення відбивача.

На рисунках 5.11-а та 5.12-а максимум кореляційної функції знаходиться приблизно у точці 0 нс, тобто відстані, які проходить зонduючий сигнал від відбиваючої пласти до кожного з приймачів є близькими або однаковими. Водночас ширина обвідної кореляції за першими мінімумами приблизно складає 35 нс та 23 нс для смуги зонduючого сигналу 50 МГц та 100 МГц відповідно. Тобто розширення смуги частот зонduючого сигналу призводить до звуження кореляційної функції сигналів, прийнятих окремими синхронізованими приймачами, що відповідає теоретичним викладкам. Також у верхній частині рисунку 5.11-а можна побачити, що функція кореляції носить періодичний характер та повторюється приблизно кожні 1,428 мкс. Цей період повторення відповідає періоду модулюючої синусоїди, яка була використана при фазовій модуляції зонduючого сигналу у генераторі.

За отриманими результатами, зміну кутового положення відбивача відносно центрального напрямку призводила до відповідного зсуву максимуму обвідної кореляційної функції у часі. При кутовому положенні -60° на рисунках 5.11-б та 5.12-б максимум обвідної зсунутий у додатну область за часом, а при куті 20° а рисунках 5.11-в та 5.12-в – у від'ємну. Таким чином, використання вузькосмугових зонduючих сигналів вже дозволяє визначати у якій стороні відносно перпендикуляру до системи знаходиться зондована пластина. Проте особливий інтерес представляє точне визначення кутового напрямку на неї. Тому перед подальшим аналізом доцільно розрахувати, у якій точці часу повен знаходитися максимум обвідної кореляційної функції для розглянутих кутових напрямків та параметрів системи. Для цього розглянемо геометрію, показану на рисунку 5.13. На ній можемо побачити два приймача $A_{1,2}$, рознесені на відстань d один від одного, які одночасно приймають сигнал з деякого кутового напрямку β відносно

перпендикуляру до системи. Так як приймачі знаходяться на деякій відстані один від одного, фронт радіохвилі витрачає додатковий час $\Delta\tau$, щоб надійти на вхід приймача A_1 у порівнянні з A_2 , який за відстанню позначено деякою добавкою ΔR .

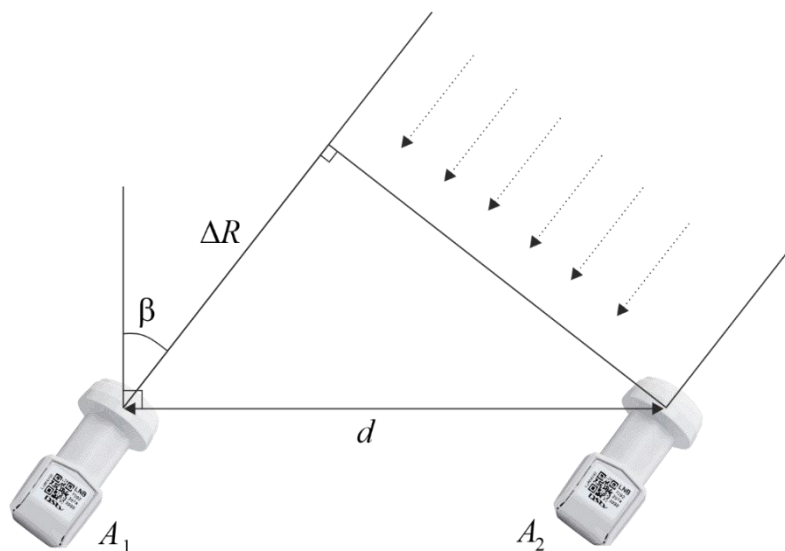


Рисунок 5.13 – Геометрія приймання сигналу рознесеними приймачами

Відповідно до геометрії на рисунку 5.13, затримка у часі $\Delta\tau$ при відомій базі d та кутовому напрямку β може бути розрахована за наступною формулою:

$$\Delta\tau = \frac{\cos(90 - \beta) \cdot d}{c} \quad (5.2)$$

Відповідно до формули 5.2, затримка $\Delta\tau$ на розповсюдженні сигналу до приймача A_1 відносно A_2 складає 1,15 нс та 0,66 нс для кутових напрямків на ціль 60° та 20° відповідно. Знак затримки у часі (зсув кореляційної функції у додатну чи від'ємну область) залежить від того, яка антена у розглянутій геометрії є базовою. Для розробленого макети при використаній обробці, кутовому напрямку 20° повинен відповідати зсув максимуму кореляційної функції у точку -0,45 нс, а при

-60° – у точку 1,15 нс. Проте максимуми обвідних кореляційних функції на рисунках 5.11-б,в та 5.12-б,в не відповідають розрахунковим, що вказує на неможливість точного визначення кутового напрямку на ціль при смузі частот зонduючого сигналу у 50 МГц та 100 МГц. Тому далі доцільно розглянути випадок більш широкосмугового зонduючого сигналу.

5.4 Дослідження при шумовому зонduючому сигналі

З метою розширення смуги зонduючого сигналу у якості генератора використаємо генератор шумового сигналу ГШП-1-1 на основі р-і-п діоду. Даний генератор є найбільш широкосмуговим джерелом сигналу у діапазоні довжин хвиль 3 см, який був доступний під час проведення експериментальних досліджень. Загальний вигляд передавальної частини для випадку шумового зонduючого сигналу показано на рисунку 5.14.

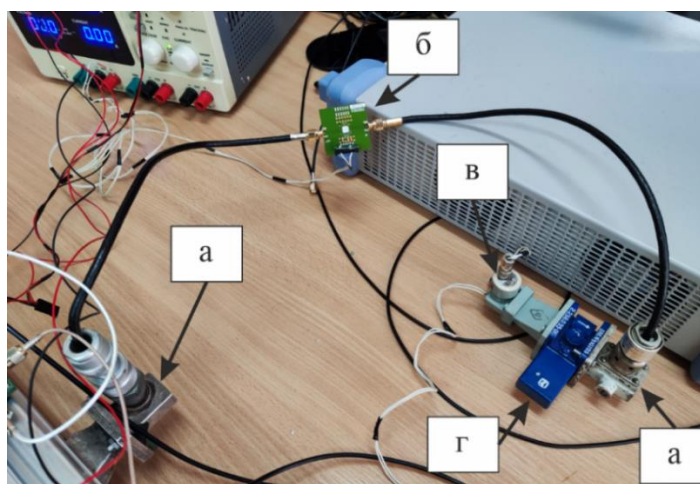


Рисунок 5.14 – Передавальна частина для випадку шумового зонduючого сигналу:

а – коаксіально-хвильвідний перехід; б – малошумлячий підсилювач

НМС516LC5; в – генератор шуму ГШП-1-1; г – хвильвідний циркулятор з узгодженням навантаженням

Попередні випробувань показали низьку потужність генерованого ГШП-1-1 сигналу та необхідність залучення додаткового підсилювача. Для підсилення був використаний наявний малощумлячий підсилювач HMC516LC5, який має коефіцієнт підсилення близько 20 дБ у діапазоні частот 9-18 ГГц. Підключення SMA входу підсилювача до хвилевідного генератора виконано з залученням додаткового коаксіально-хвилевідного переходу. Також для захисту генераторної камери ГШП-1-1 від можливого віддзеркалення сигналу від входу підсилювача внаслідок неузгодження, між генератором та переходом було встановлено циркулятор з узгодженим навантаженням.

Під час проведення експерименту наявне обладнання не дозволяло оцінити спектр сигналу та відповідну смугу частот безпосередньо на виході ГШП-1-1. Тому оцінка діапазону частот сигналу виконувалася на основі результатів вимірювань безпосередньо на виході приймача. Так, було побудовано спектрограми вихідних сигналів приймача для випадку, коли генератор виключено та для випадку, коли антена передавача спрямована безпосередньо на приймач при увімкненій генераторній частині. Графічне відображення смуги частот генератора далі побудовано шляхом віднімання спектрограм для зазначених двох випадків. Отриманий результат показано на рисунку 5.15.

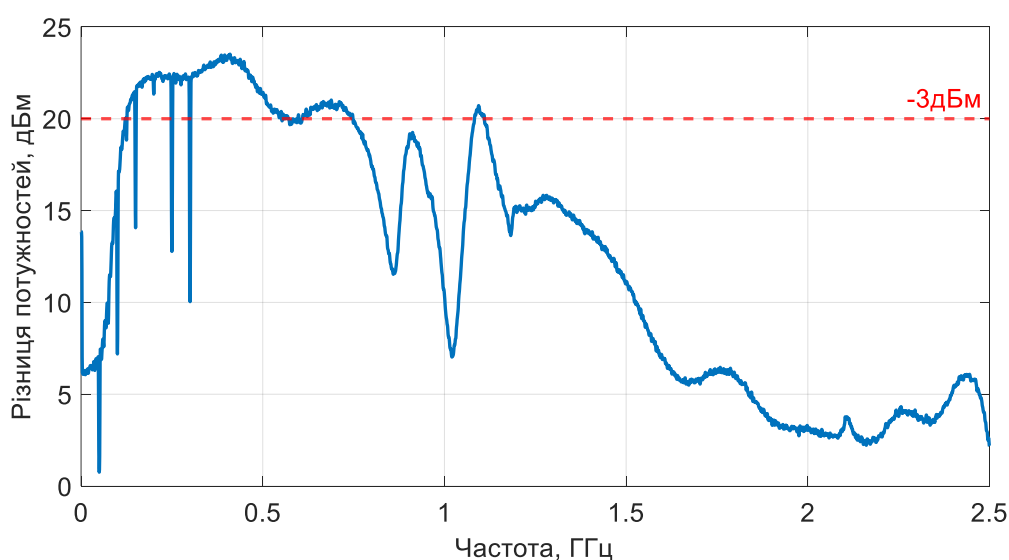


Рисунок 5.15 – Різниця спектрів сигналів на виході приймача при увімкненому та вимкненому генераторі шуму

Відповідно до рисунку 5.15, при увімкненому генераторі шуму приріст потужності на виході приймача спостерігається у всьому діапазоні вимірювань до 2,5 ГГц. Якщо визначати смугу частот генератора за критерієм -3дБм, то на виході приймача вона знаходиться у діапазоні частот 120-750 МГц та складає 630 МГц. Враховуючи частоту гетеродина приймача 9,75 ГГц можна зробити висновок, що ГШП-1-1 генерує шум у діапазоні 9,87-10,5 ГГц. Проте дані розрахунки є відносними, оскільки на них пливає АЧХ приймального тракту приймача, яка також не є відомою.

Далі при шумовому зонduючому сигналі були отримані функції кореляції вихідних сигналів приймача при різних кутових положеннях прямокутного відбивача. Отримані результати показані на рисунках 5.16-5.18. Форми кореляційних функцій для випадку шумового зонduючого сигналу зі смугою 680 МГц відрізняється від отриманих у попередніх вузькосмуговому та монохроматичному випадках. На графіках рисунків 5.16-5.18 відсутній виражений коливальний процес, а сама кореляція набула вигляду функції sinc з шириною основної пелюстки 0,6-0,8 нс по нулям та вираженою у часі точкою максимуму.

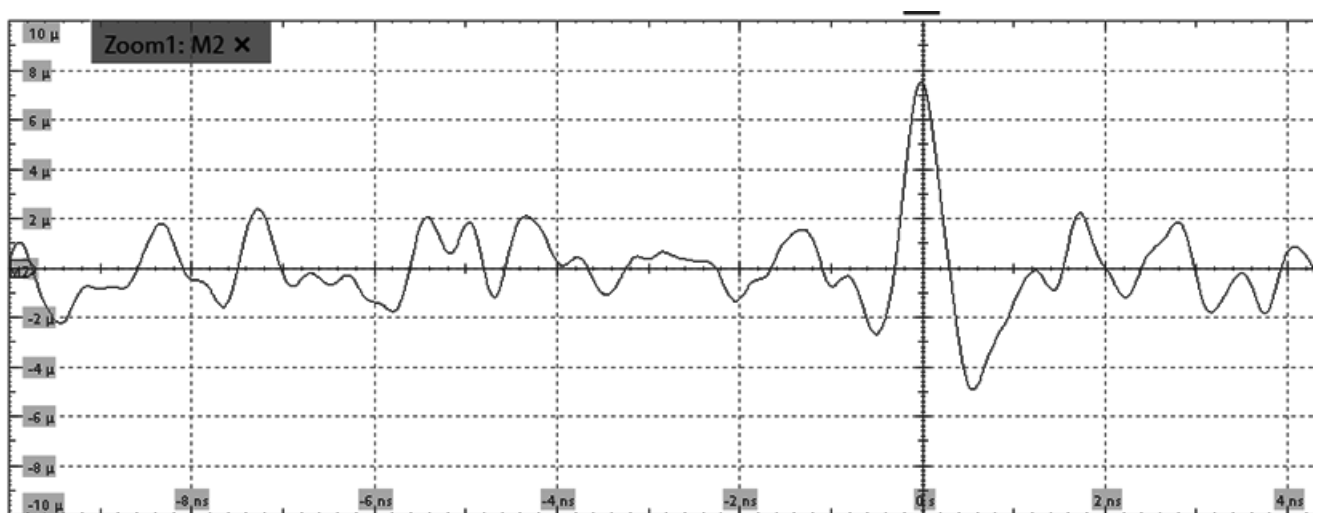


Рисунок 5.16 – Функція кореляції сигналів з виходу приймачів при смузі зонduючого шумового сигналу 680 МГц та кутовому положенні цілі 0°

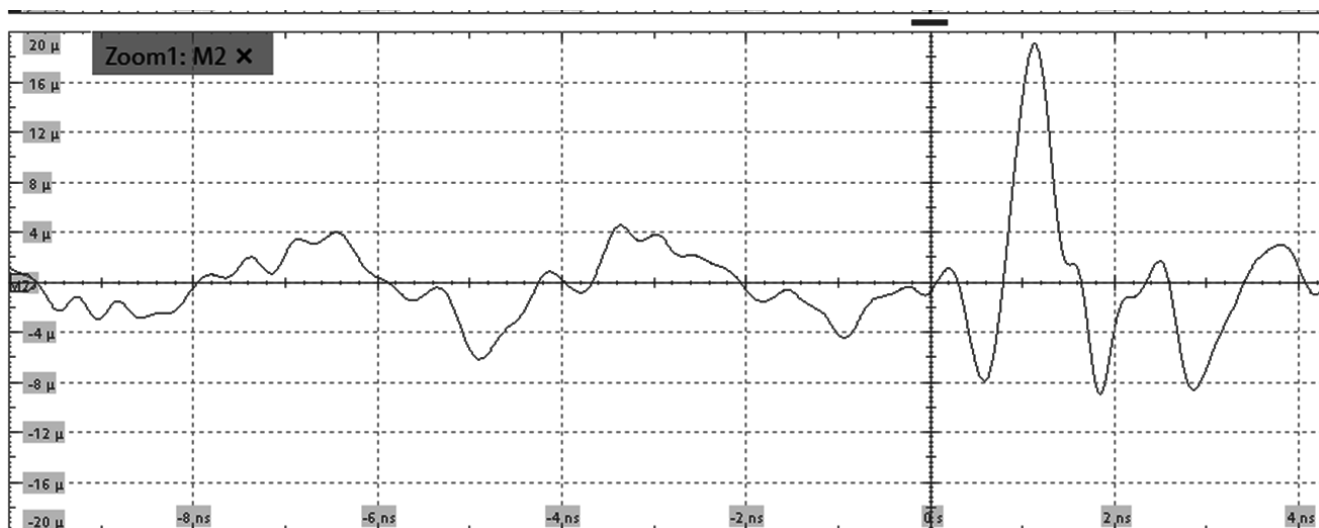


Рисунок 5.17 – Функція кореляції сигналів з виходу приймачів при смузі зондуєчого шумового сигналу 680 МГц та кутовому положенні цілі -60°

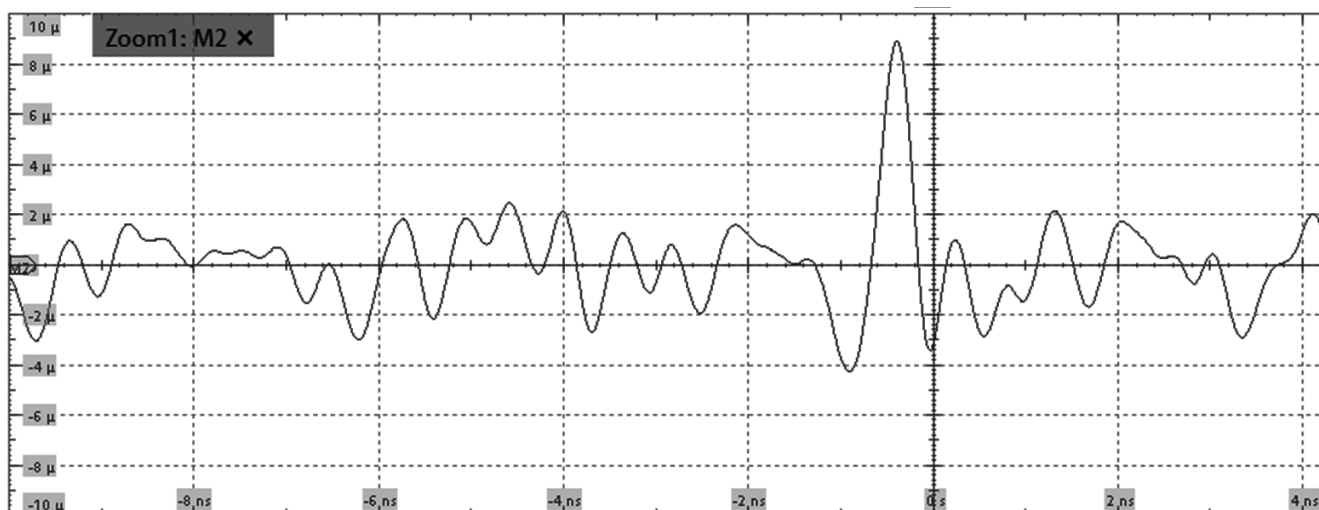


Рисунок 5.18 – Функція кореляції сигналів з виходу приймачів при смузі зондуєчого шумового сигналу 680 МГц та кутовому положенні цілі 20°

Порівняємо отримані результати з розрахунками, виконаними у п.п. 5.3. У випадку, коли прямокутний відбивач встановлено перед вимірювальним стендом, відбитий сигнал надходить в два приймальних канали одночасно, а кореляційна функція відповідно до формули (5.2) має максимум у точці 0 за часом. Як можемо

побачити на рисунку 5.16, максимум головної пелюстки функції кореляції знаходиться у точці 0 нс.

При кутовому положенні -60° максимум кореляції повинен зсунутися за часом у точку +1,15 нс, що відповідає отриманому випадку на рисунку 5.17. При куті 30° , максимум кореляції за розрахунками зсувається у точку -0,45 нс. На рисунку 5.18 максимум знаходиться у точці -0,4 нс, що відповідає кутовому положення $17,5^\circ$. Отримана похибка може бути пояснена похибкою на $2,5^\circ$ при встановленні відбивача.

У якості додаткового експерименту була отримана функція кореляції при кутовому положенні відбивача -60° у випадку, коли база d була зменшена до 20 см. Отриманий графік показний на рисунку 5.19.

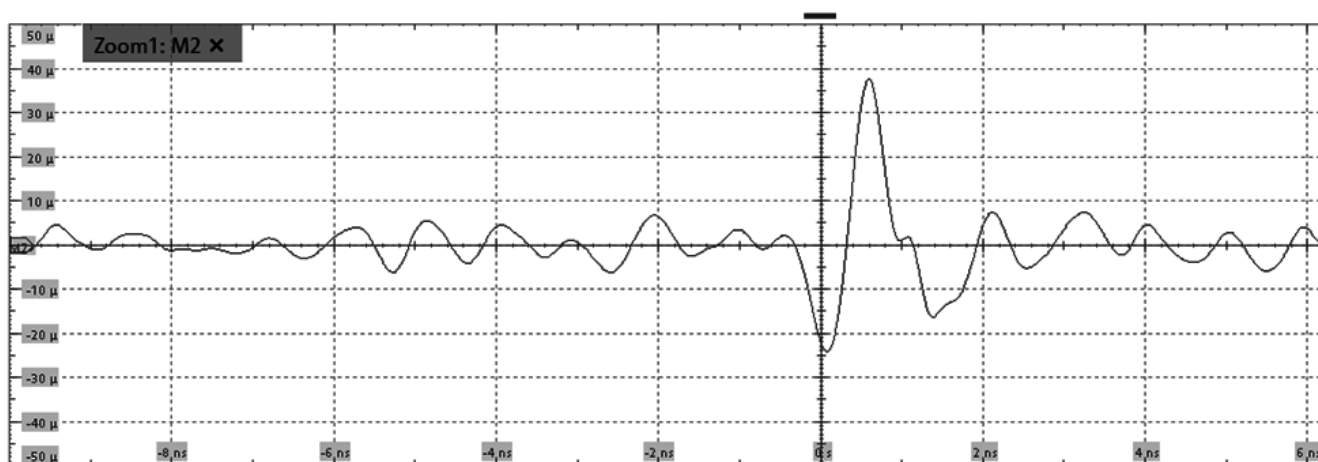


Рисунок 5.19 – Функція кореляції сигналів з виходу приймачів при смузії зонduючого сигналу 680 МГц, кутовому положенні цілі -60° та базі 20 см

Відповідно до формули (5.2), максимум кореляційної функції повинен знаходитися у точці 0,575 нс, що відповідає отриманому результату на рисунку 5.19

Таким чином, результати експериментального дослідження розробленого макету системи активного АС підтверджують її загальну працездатність, а також

можливість у майбутньому її використання для формування радіозображень. Так, формування повноцінних радіозображень вимагатиме збільшення кількості вимірювальних каналів та оптимізації розташування елементів у антенній решітці.

5.5 Дослідження при шумовому зонduючому сигналі та наявності завади

Дослідження у п.п. 5.4 виконано за умови повної відсутності у робочому діапазоні частот джерел стороннього радіовипромінювання. Проте робота широко- і надширокосмугових систем у реальних умовах буде пов'язана з постійною присутністю в робочому діапазоні частот сторонніх радіосигналів, потужність яких може значно перевищувати потужність зонduючого сигналу у заданій точці спектру. Наприклад, у випадку використаних приймачів Х-діапазону частот, у ефірі будуть наявні сигнали супутникового телебачення, супутникових каналів радіозв'язку, а також і інших радарів аерокосмічного базування. Тому доцільно випробувати розроблений макет при наявності джерела стороннього випромінювання.

Параметри стенду у даному експерименті є ідентичними до експерименту у п.п. 5.4. Прямокутна пластина була встановлена перед стендом у кутовому напрямку 0° . Проте окрім передавача шумового сигналу було залучено додаткове джерело радіоімпульсів, встановлений в стороні від стенду та опромінюючий обидва приймальні канали. Основу джерела склав НВЧ-генератор SMB100A, налаштований на частоту 10,5 ГГц, вихід якого було підключено до коаксіально-хвилевідного переходу з хвилевідним модулятором, які показані на рисунку 5.20.

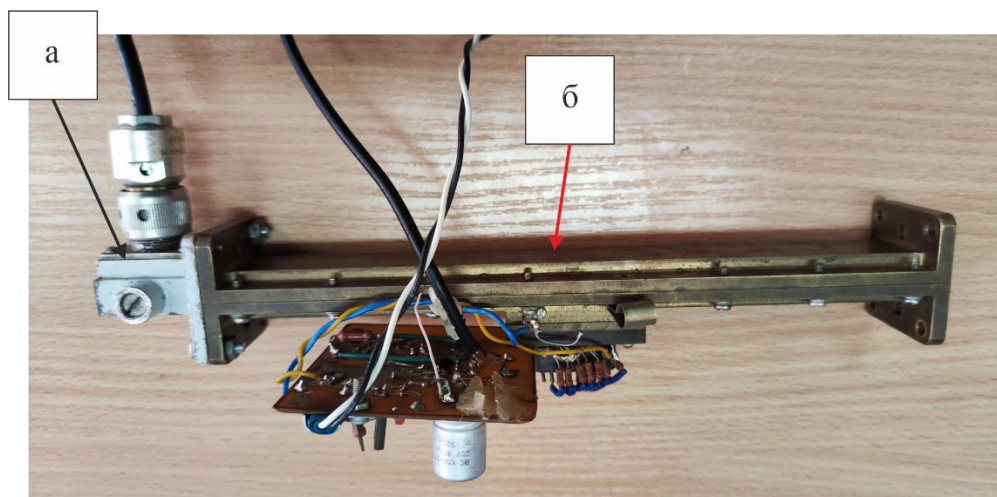


Рисунок 5.20 – Складові джерела радіоімпульсів: а – коаксіально-хвильовідний перехід; б – хвильовідний модулятор

Генератор SMB100A генерує неперервне гармонійне коливання, яке надходить до хвильовідного модулятора. Даний модулятор керується низькочастотним генератором, вбудованим у осцилограф, який налаштований на формування імпульсів з частотою повторення 400 Гц та довжиною 80 мкс. Частота 400 Гц відповідає частоті повторення зондувальних імпульсів у авіаційних радарах, а довжина є мінімальною відповідно до технічних характеристик модулятора. Положення джерела радіоімпульсів відносно макету під час експерименту показане на рисунку 5.21.



Рисунок 5.21 – Джерело радіоімпульсів та вимірювальний стенд

У результаті, у спектрі вихідного сигналу кожного з приймачів з'явилася додаткова компонента на частоті 750 МГц, яку можна побачити на рисунку 5.22. Приріст потужності над прийнятим шумовим сигналом складав приблизно 15 дБм

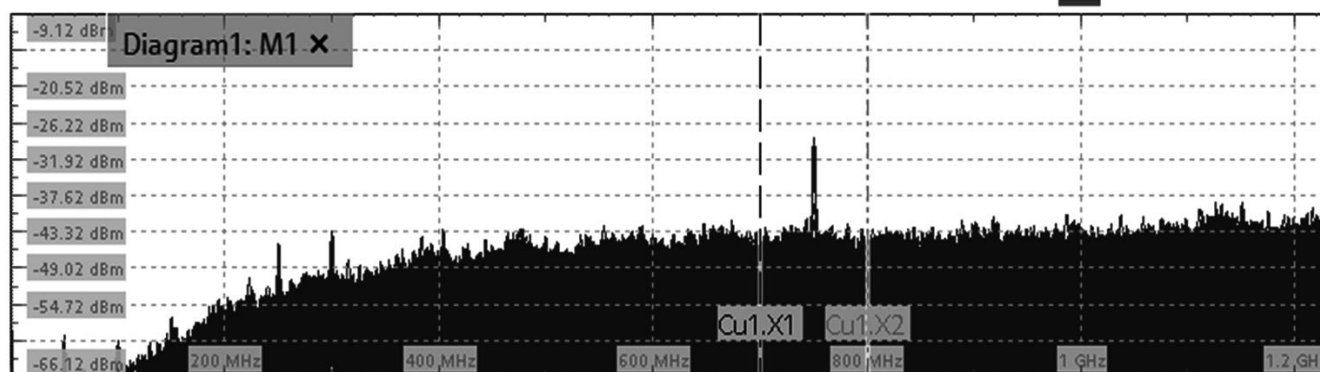


Рисунок 5.22 – спектр вихідного сигналу приймача при наявності завади

Для заданого випадку була розрахована кореляційна функція сигналів з виходів приймачів, яка для двох випадків розгортки за часом показана на рисунку 5.23

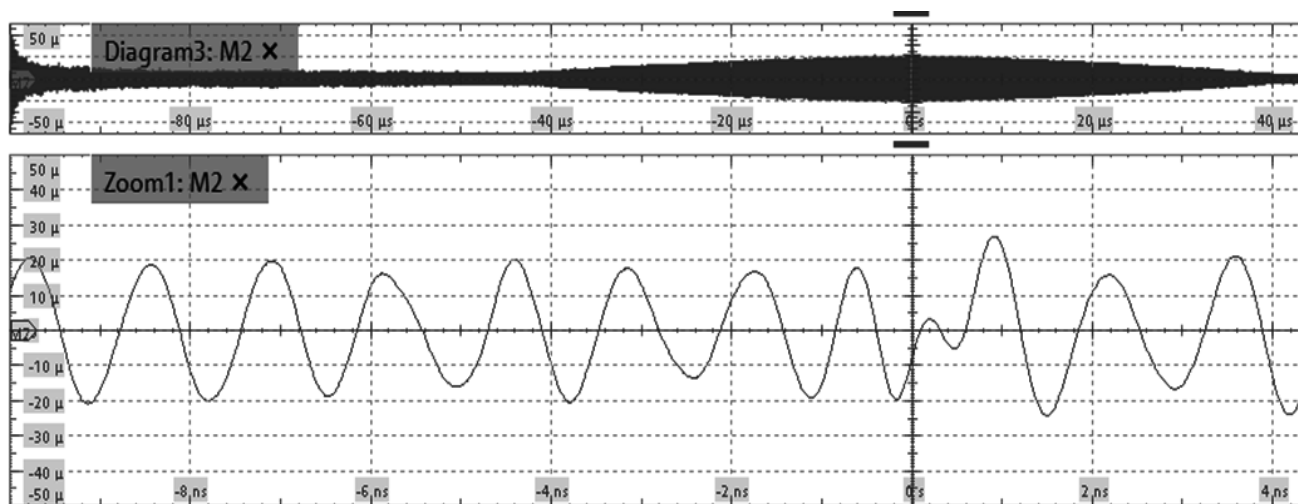


Рисунок 5.23 – Функція кореляції сигналів з виходу приймачів при смузі зондуючого шумового сигналу 680 МГц, кутовому положенні цілі 0° та наявності завади

Як можна побачити на рисунку 5.23, форма кореляційної функції при наявності імпульсного джерела прийняла вигляд коливання з обвідною, ширина якої відповідає ширині завадового радіоімпульса у часі – 80 мкс. Для заданого положення цілі максимум кореляційної функції повинен знаходитися в області 0 нс, проте в отриманих результатах він відсутній. Є незначне коливання у точці 0,2 нс, проте воно може бути прийняте за шумове.

Таким чином, при прямій обробці прийнятих сигналів і наявності завад у розробленому макеті неможливо визначити положення цілі. Проте використання широкосмугових зондуючих сигналів і їх обробка у разі необхідності дозволяє знехтувати частиною діапазону з незначними втратами у роздільній здатності. Так, у розглянутому випадку можна запровадити додаткову обробку у вигляді режекторного фільтру, налаштованого на частоту завади. Для проведення такої обробки сигнали з виходів приймача були збережені на зовнішній носій для подальшої обробки на персональному комп'ютері. До прийнятих сигналів було застосовано режекторний фільтр, налаштований на частоту завади. У результаті фільтрації, у спектрі було сформовано провал на частоті 750 МГц. Який можна побачити на рисунку 5.24.

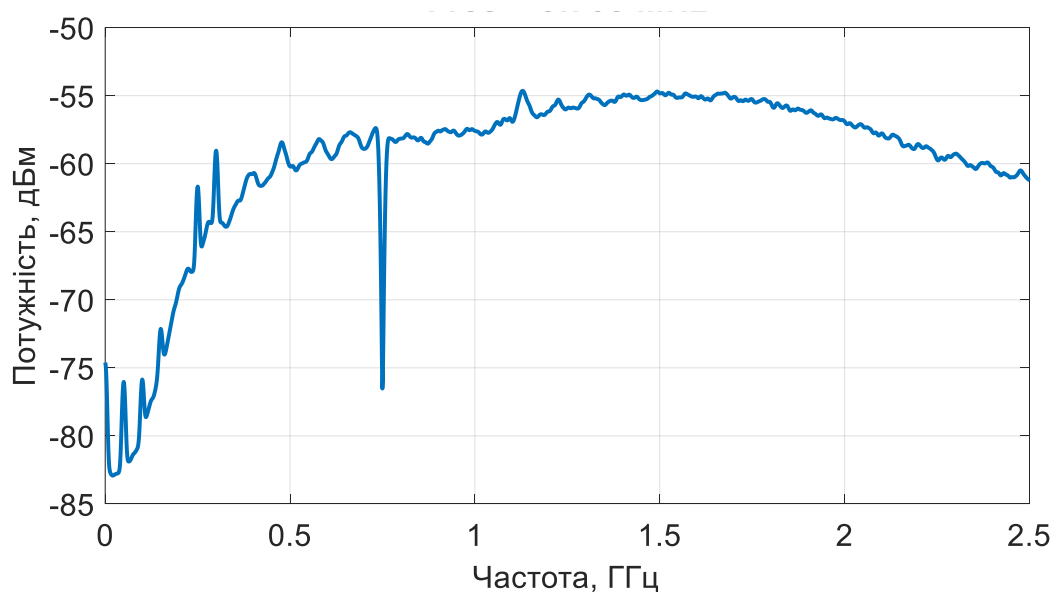


Рисунок 5.24 – Спектр прийнятого сигналу після фільтрації цифровим режекторним фільтром

Далі була розрахована кореляційна функція фільтрованих процесів, яку можна побачити на рисунку 5.25.

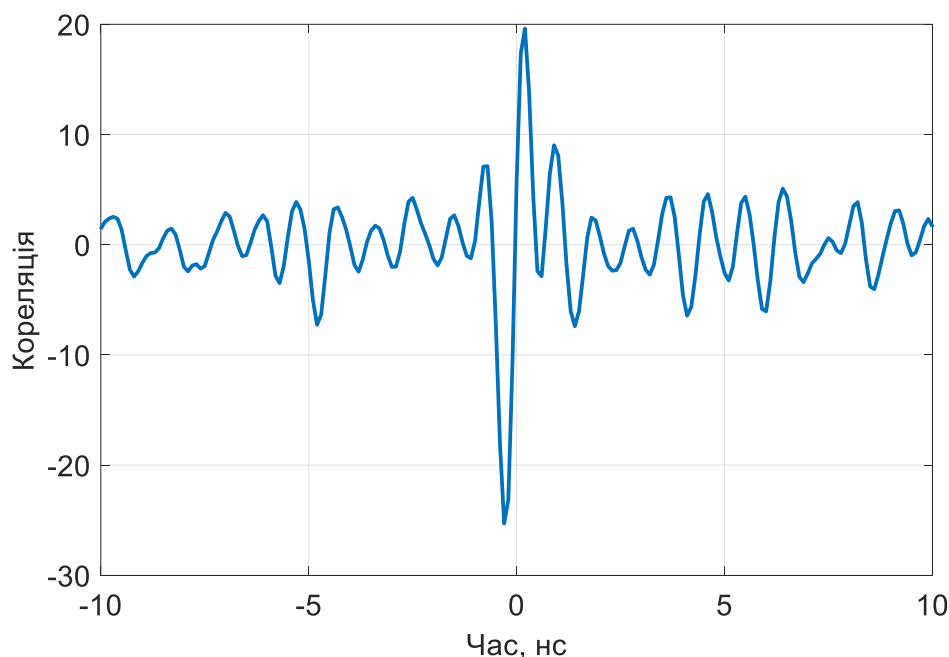


Рисунок 5.25 – Функція кореляції сигналів з виходу приймачів після режекторної фільтрації завадової складової

Після фільтрації завадової складової, у функції кореляції на рисунку 5.25 не спостерігається коливального процесу і з'явилися максимуми в області точки 0 за часом, які відповідають положенню зондованої цілі. Особливістю отриманої кореляції є форма з двома вираженими максимумами. Проте такий результат може бути не пов'язаний з додатковою операцією фільтрації та наявністю завади. Схожі функції кореляції були отримані при роботі з радаром, у якому виконувалася кореляційна обробка шумових зондуючих імпульсів [84] та можуть бути пояснені особливістю розповсюдження та відбивання шумових сигналів у просторі. Проте не зважаючи на отриману форму кореляційної функції, напрямок на ціль все одно

може бути визначений, що підтверджує ефективність фільтрації завадових процесів у широкосмугових системах.

На практиці боротьбу з вузькосмуговими завадами можна реалізувати декількома шляхами. Найбільш гнучким є фільтрація оцифрованих сигналів із залученням адаптивних цифрових фільтрів. Проте ефективність і швидкодія такого метода із залученням сучасної елементної бази потребує додаткового дослідження.

У випадку, коли завади постійно знаходяться у попередньо відомих діапазонах частот (супутникове телебачення, канали зв'язку тощо), фільтрацію можна досить ефективно виконати у аналоговому вигляді. Наприклад, досить простим і ефективним варіантом у сантиметровому діапазоні довжин хвиль є використання відкритих чвертьхвильових шлейфів у якості режекторних фільтрів [85-88]. Такі фільтри є простими для розрахунків та реалізації, а при коротких довжинах хвиль не займають багато площі на платі.

Якщо діапазон частот, я якому з'явиться завада, попередньо не є відомим, на цифрова фільтрація не може бути реалізованою, досить ефективним методом боротьби з шумами може бути залучення алгоритму, розглянутого у п.п. 2.3, який пропонує розфільтровку широкосмугового сигналу на декілька піддіапазонів. У такому випадку можна передбачити можливість виключення обраних діапазонів з розрахунків у випадку, якщо у них виявлені завади. Їх виявлення можна виконувати шляхом моніторингу потужності сигналу у піддіапазоні, яка у випадку наявності значної завади буде значно вищою, за потужності прийнятих сигналів у інших.

Більш серйозну проблему для розглянутої системи представляють широкосмугові завади, які будуть діяти у всьому робочому діапазоні частот. Проте у такому випадку місцезнаходження джерела завади може бути визначене при побудові радіозображення та надалі прийняті відповідні рішення.

Таким чином, у широкосмугових системах активного апертурного синтезу можна реалізувати значну кількість варіантів боротьби з завадами (спрямованими та не спрямованими), що може зробити їх більш стійкими до зовнішнього впливу у порівнянні з класичними РСА.

5.6 Потенційні можливості системи активного апертурного синтезу з широкосмуговими зондуючими сигналами

Під час експериментального дослідження при залученні широкосмугового сигналу вдалося досягти ширини функції кореляції сигналів, прийнятих рознесеними приймачами, у 0,6-0,8 нс. Водночас лише вузька у часі функція кореляції прийнятих сигналів не дозволяє досягти високої роздільної здатності зображень, формованих системою. Так, роздільна здатність у системах апертурного синтезу визначається як шириною головної пелюстки кореляційної функції, так і відстанню між приймальними елементами. У використаній конфігурації, при базі 40 см, максимальний зсув максимуму кореляційної функції при $\beta = 90$ складає 1,33 нс, що при ширині функції у 0,6-0,8 нс дозволяє виконувати однозначні вимірювання лише у декількох кутових напрямках (кутова роздільна здатність складає близько 27°). Даний недолік може бути вирішним декількома шляхами. Перш за все, доцільно збільшити базу між антенами приймачів, що збільшить діапазон можливих зсувів кореляційної функції у часі при тій самій ширині головної пелюстки кореляції. Наприклад, при збільшенні у експериментальному стенді бази між антенами до 4 м (не вдалося забезпечити в умовах лабораторії) можна орієнтовно у 10 разів збільшити роздільну здатність за кутом (до $2,7^\circ$).

Іншим перспективним напрямком вирішення зазначеного недоліка є розширення робочої смуги частот як зондуючого сигналу, так і системи в цілому. Це дозволить звужити ширину головної пелюстки кореляційної функції, тобто збільшити роздільну здатність при тому самому розмірі бази антен. Можливість такого технічного рішення може бути забезпечена сучасними аналогово-цифровими (АЦП) та цифро-аналоговими перетворювачами (ЦАП), а також системами цифрової обробки інформації, оскільки наразі тенденція розвитку цих систем націлена на розширення їх робочих смуг частот. Цікавим прикладом такої

тенденції є чотирьохканальний модуль AD9084 від компанії Analog Devices , який знаходиться у передсерійній стадії [83]. Даний модуль включає чотири 12-бітних АЦП та чотири 16-бітних ЦАП у поєднанні з додатковими блоками попередньої обробки даних. Заявлена гранична частота дискретизації АЦП складає 20 ГВиб/с при аналоговій входній смузі частот до 17 ГГц. Це дозволяє у деяких системах, робочій діапазон частот яких знаходиться у смузі 0-10 ГГц або 10-17 ГГц виконувати пряме оцифрування радіосигналів без необхідності їх перенесення на проміжну частоту. Водночас ЦАП має частоту дискретизації до 28 ГВиб/с, що забезпечує максимальну смугу вихідного аналогового сигналу у 14 ГГц.

Такі багатоканальні модулі дозволяють значно зменшити складність реалізації широкосмугових систем, які у своєму складі мають багато каналів приймання/передачі, а також, у деяких випадках, збільшити гнучкість оброблення інформації шляхом його реалізації у цифровій формі. Таким чином, поточні досягнення в аналоговій та цифровій НВЧ-елементній базі дозволяють створювати запропоновану концепції надширокосмугової системи активного апертурного синтезу.

Розглянемо можливі характеристики за лінійною роздільною здатністю системи активного апертурного синтезу у випадку її реалізації зі смугою зондуючого сигналу 10 ГГц, що є можливим з залученням сучасної елементної бази. Максимальна база між елементами антенної решітки на практиці буде визначатися фізичними розмірами носія. У якості носія розглянемо літак Dornier Do 228, розмах крил якого дозволяє забезпечити максимальну базу між приймальними елементами у 17 м [88]. Залежність потенційної лінійної роздільної здатності широкосмугової системи активного апертурного синтезу від кута зондування для даного випадку при висоті польоту носія 1 км показано на рисунку 5.26. Водночас для порівняння на графік додано відповідну залежність лінійної роздільної здатності для радару з синтезуванням апертури F-SAR, який також встановлювався на вказаний носій. Потенційна роздільна здатність такого радару у кутах поза надиром складає близько 64-68 см [89].

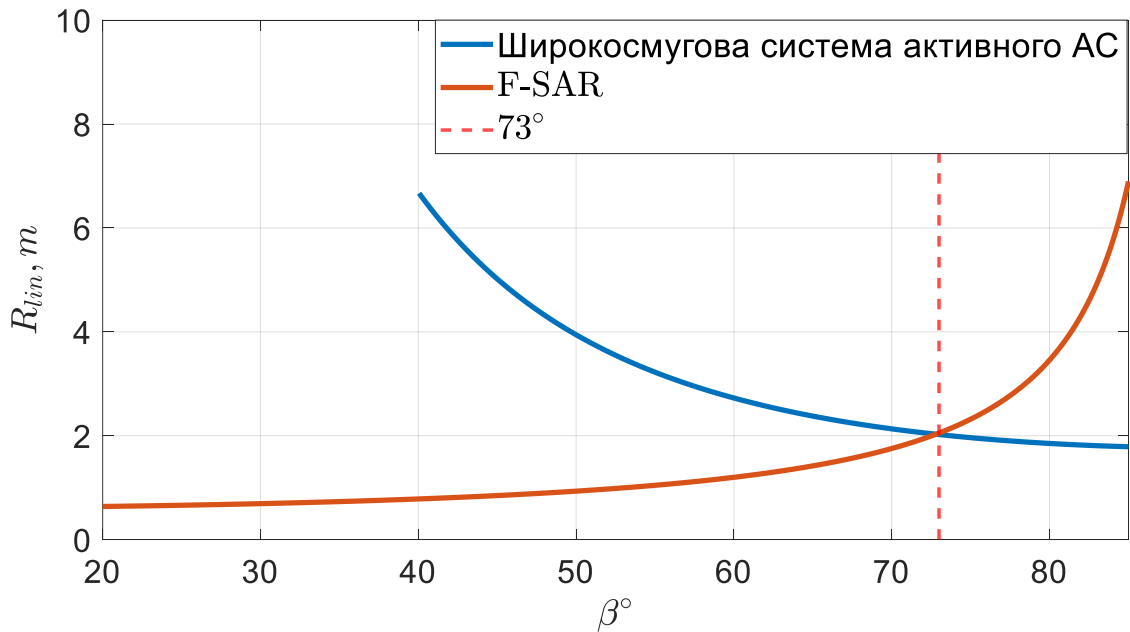


Рисунок 5.26 – Залежність лінійної роздільної здатності від кута зондування у системі активного апертурного синтезу зі смугою частот 10 ГГц та базою 17 м та радарі F-SAR

Як можна побачити на рисунку 5.26, при кутах зондування поверхні, менших за 73° , радар F-SAR з синтезуванням апертури антени забезпечує високу лінійну роздільну здатність формованих радіозображень, яка погіршується при наближенні кута до напрямку у надир ($\beta \rightarrow 90^\circ$). Так, при куті зондування у 73° пропонується широкопasmовa система активного апертурного синтезу забезпечує таку ж роздільну здатність, як F-SAR. Далі, при наближенні до напрямку надиру, роздільна здатність при апертурному синтезі покращується, що дозволяє формувати радіозображення при кутах $73^\circ \dots 90^\circ$. Водночас при кутах зондування, менших за 73° , F-SAR має перевагу у роздільній здатності. Таким чином, пропонувану систему апертурного синтезу доцільно використовувати у якості доповнення до існуючих радарів з синтезуванням апертури, що дозволить отримувати суцільне радіозображення у широкому діапазоні кутів без наявності сліпої зони у напрямку надир літака. Можлива роздільна здатність отриманого

радіозображення у такому випадку показана на рисунку 5.27, де кут 0° – напрямок у надир носія.

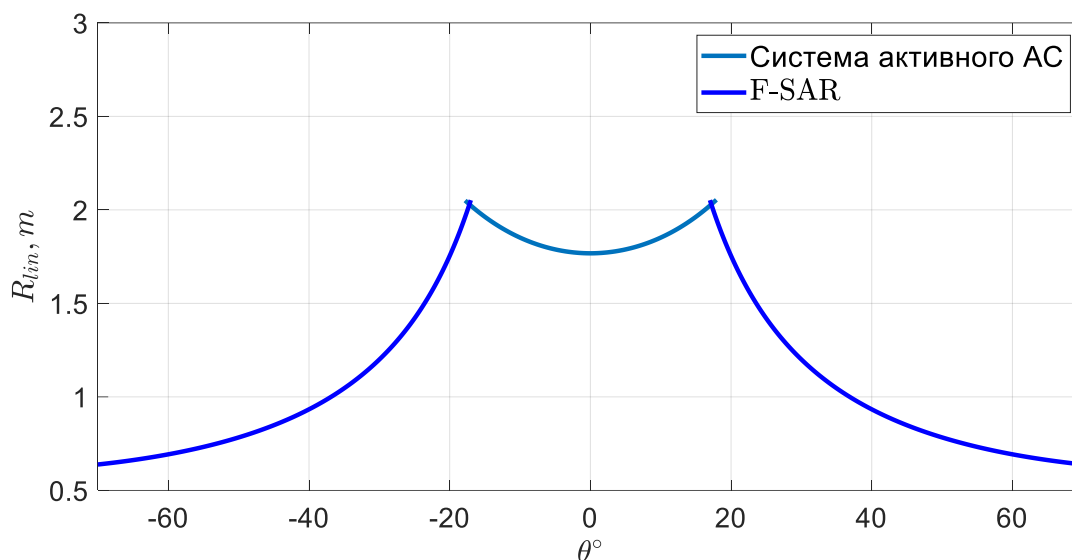


Рисунок 5.27 – Залежність лінійної роздільної здатності радіозображення від кута зондування при роботі комплексу у складі системи активного АС та РСА

Додатково виконано розрахунок потенційної лінійної роздільної здатності радіозображень, формованих системою активного апретурного синтезу в залежності від смуги частот зонduючого сигналу та бази між антенами. При розрахунках база змінювалася у діапазоні $d = 10 \dots 50$ м, а робоча смуга частот – $\Delta F = 1 \dots 10$ ГГц. Графічне представлення отриманої залежності для кута зондування $\beta = 75^\circ$ при висоті польоту носія 1 км наведено на рисунку 5.28.

Як можна побачити на рисунку 5.28, і розмір бази між приймачами, і смуга частот зонduючого сигналу значно впливають на роздільну здатність формованого радіозображення. За такої умови отримати максимально деталізоване радіозображення можна використавши зонduючий сигнал з максимально-можливою смугою частот (обмежена радіоелементною базою) при умові максимально-можливого рознесення приймачів у просторі (обмежене фізичними розмірами носія).

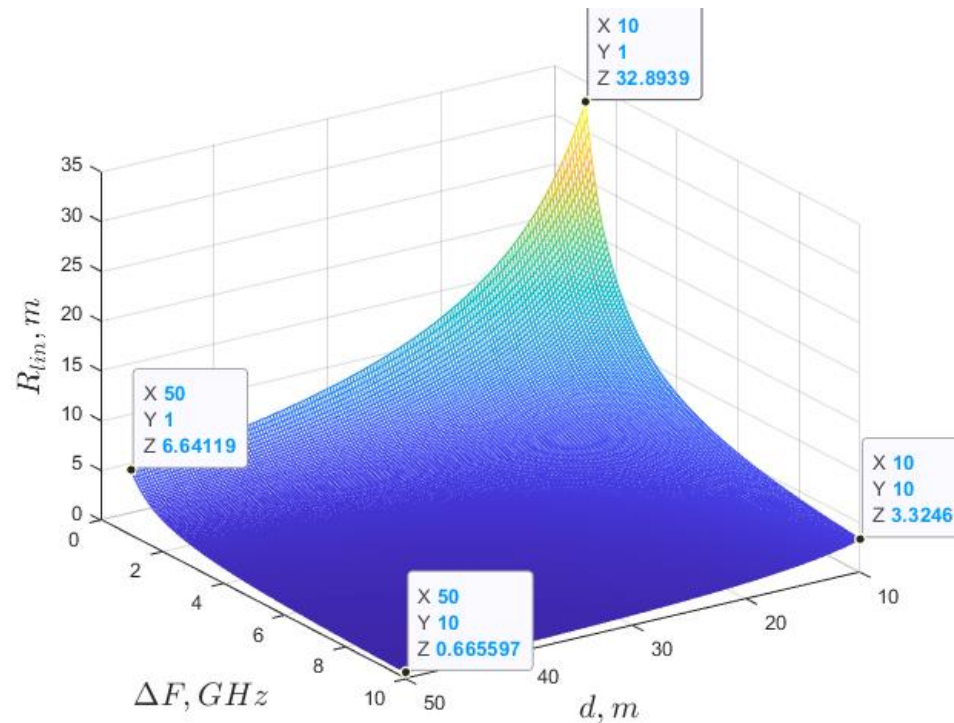


Рисунок 5.28 – Залежність лінійної роздільної здатності радіозображення при різних розмірах бази та смугах частот зондуючого сигналу ($\beta = 75^\circ$, $h=1$ км)

Висновки до розділу

Розроблено експериментальний макет системи активного апертурного синтезу у складі двох синхронізованих приймачів зі змінною базою, передавача з можливістю зміни типу зондуючого сигналу та широкосмугового осцилографа. Отримано на практиці функції кореляції вихідних сигналів приймачів при різних смугах зондуючого сигналу: монохроматичний, 50 МГц, 100 МГц та 680 МГц. Показано, що при монохроматичному зондуючому сигналі функція кореляції має вигляд гармонійного сигналу з обвідною у вигляді константи. У такому випадку при використанні лише двох антен неможливо визначити напрямок приходу сигналу та, відповідно, побудувати радіозображення.

При розширенні смуги зондуючого сигналу до 50 МГц та 100 МГц функція кореляції також мала гармонійне заповнення, проте у неї з'явилася обвідна у

вигляді функції sinc, ширина головної пелюстки якою зменшувалася при розширенні смуги сигналу. Водночас положення максимуму обвідної залежало від кутового положення зондованої квадратної платини відносно приймачів, що дозволило визначати орієнтовний напрям на ціль. Проте положення максимуму обвідної функції кореляції не відповідало розрахунковому значенню, що свідчить про неможливість точного визначення напрямку на ціль у двоантенній системі при використаних смугах зондуючого сигналу.

Залучення шумового генератора зі смугою частот 680 МГц за рівнем -3 дБ у якості передавача призвело до значного звуження функції кореляції сигналів з виходу приймачів. Так, кореляція також мала вигляд функції sinc, проте ширина головного пелюстка функції складала 0,6-0,8 нс, положення у часі максимуму якої залежало від кутового положення прямокутного відбивача у просторі. Водночас розраховані положення точок максимуму кореляції для кутового положення відбивача -60° , 0° та 30° при базах приймальної системи 40 см та 20 см збіглися з експериментальними результатами. Це свідчить про загальну працездатність двоантенної системи активного апертурного синтезу при широкосмугових зондуючих сигналах. Таким чином доведено доцільність застосування широко- та надширокосмугових зондуючих сигналів для вирішення задачі побудови радіозображення підстильної поверхні системами активного апертурного синтезу в області надиру аерокосмічного носія.

Проведено експериментальне дослідження макету при наявності джерела завадового випромінювання, яке спотворювали результати вимірювань. Показано, що при залученні широкосмугової системи вплив завади на вимірювання може бути нівельований при залученні додаткової операції фільтрації.

Враховуючи експериментальні результати, виконано розрахунок потенційної лінійної роздільної здатності радіозображень, формованих пропонованою системою активного апертурного синтезу, за різних умов. Показано доцільність її використання у якості доповнення існуючих РСА для формування неперервних радіозображень у широкому діапазоні кутів.

ВИСНОВКИ

У дисертації вирішена актуальна наукова задача синтезу алгоритму формування радіозображень у системах активного апертурного синтезу з залученням ширококутових зондуючих сигналів.

1. Актуальність завдання, що вирішується, обґрунтована на основі аналізу існуючих радіолокаційних систем з синтезуванням апертури антени, які наразі є основними засобами ДЗЗ у радіодіапазоні. Головним недоліком таких систем є обмеженість зони огляду лише бічними напрямками, що пояснюється низькою роздільною здатністю формованих радіозображень при кутах зондування поверхні $0:15^\circ$ відносно надиру аерокосмічного носія. Це знижує загальну ефективність дистанційного зондування заданої місцевості та на практиці вимагає проведення додаткових вимірів у тій самій області. Частково дана проблема може бути вирішена комплексуванням радіовимірювань з іншими типами датчиків – оптичними та інфрачервоними. Проте це ускладнює подальшу обробку інформації через різну природу параметрів, що отримуються різними системами. Також оптичні та інфрачервоні системи схильні до впливу стану навколишнього середовища, що не дозволяє робити вимірювання цілодобово при будь-якому стані погоди.

У дисертації запропоновано доповнити існуючі РСА системами активного апертурного синтезу з ширококутовими зондуючими сигналами, які здатні формувати радіозображення у в області надиру аерокосмічного носія, що дозволить розширити область зондування підстильної поверхні та позбутися «мертвої» під носієм РТС. Так як існуючі системи апертурного синтезу передбачають обробку вузькосмугових та монохроматичних сигналів, запропоновано та синтезовано евристичні та оптимальні алгоритми обробки сигналів при активному АС з залученням широко- та надширокосмугових зондуючих сигналів. На основі розробленого оптимального алгоритму обробки сигналів запропонована

структурна схема радіотехнічної системи формування радіозображень в області надиру носія.

2. При рішенні дисертаційного завдання отримані наступні найбільш важливі наукові результати:

2.1. Вперше для активних радіолокаційних систем дистанційного зондування поверхонь широкосмуговими та надширокосмуговими сигналами, на основі математичного апарату спектральних V_F -перетворень визначено математичний зв'язок оцінок некогерентних зображень поверхонь із спектральною густиною комплексної функції просторової когерентності, спектральною густиною автокореляційної функції амплітудно-фазового розподілу приймальної антенної системи та енергетичним спектром зондуючих коливань. Це дозволило визначити операції формування радіозображень у різних частотних піддіапазонах спектра сигналу, що випромінюється.

2.2. Вперше виконано математичний опис статистичної оцінки інтегрального зображення, сформованого за всіма частотами спектру відбитого від поверхні широкосмугового або надширокосмугового стохастичного сигналу, та встановлено її зв'язок з ефективним перерізом розсіювання поверхні, спектральною густиною комплексної функції просторової когерентності, спектральною густиною автокореляційної функції амплітудно-фазового розподілу приймальної антенної системи та енергетичним спектром зондуючих коливань. Це дозволило визначити алгоритмічну структуру операцій формування інтегральних зображень досліджуваних поверхонь. Реалізація радіотехнічної системи на основі даного алгоритму дозволить формувати радіозображення в кутах $\pm 15^\circ$ від напрямку у надир аерокосмічного носія, яка є «мертвою» зоною для сучасних радарів з синтезуванням апертури антени. Доповнення РСА системою активного апертурного синтезу з широкосмуговими зондуючими сигналами дозволить розширити лінійну зону огляду земної поверхні за кутом місця на 29% при граничному куті зондування РСА 50° від надиру

2.3. Вперше надано алгоритмічний опис процедур формування інтегральних за частотами некогерентних зображень поверхонь ширококутовими і надширококутовими системами активного апертурного синтезу, основу якого складає розділення спектра прийнятого сигналу на піддіапазони частот з виконанням умови просторово-часової вузькосмуговості. У результаті отримано практичні алгоритми формування радіозображень зображень як у вузьких смугах спектра зонduючого сигналу, так і інтегрального зображення за всіма смугами. Запровадження таких алгоритмів у перспективі дозволить зменшити складність реалізації широко- та надширококутових систем активного апертурного синтезу у бортовому виконанні.

2.4. Вперше у результаті рішення задачі активного апертурного синтезу зображень в оптимізаційній постановці методом пошуку максимуму функціоналу правдоподібності обґрунтовано доцільність введення в алгоритми оброблення операцій попередньої декореляції прийнятих сигналів і подальшого формування зображень у різних піддіапазонах методами паралельного огляду поверхні. Операція декореляції дозволяє покращити якість формованих радіозображень шляхом додаткового розширення спектра сигналу. У результаті імітаційного моделювання підтверджено, що введення операції декореляції у алгоритм формування радіозображень системою активного апертурного синтезу дозволяє підвищити на 27% якість отримуваних радіозображень (за критерієм коефіцієнта кореляції).

2.5. Отримав подальший розвиток розвитку метод формування інтегрального некогерентного зображення поверхні системою активного апертурного синтезу, основу якого складає інтегрування за часом другої похідної просторово-часової кореляційної функції прийнятих сигналів. Суттєву новизну мають практичні алгоритми реалізації цього методу, що полягають у формуванні взаємних кореляційних функцій сигналів із виходів елементів антенних решіток, обчисленні їх похідних з урахуванням затримок, що забезпечує вирівнювання фронту падаючого поля, та подальшому підсумовуванні отриманих сигналів. Пропонований метод дає змогу істотно спростити апаратне та програмно-

алгоритмічне забезпечення розв'язання задачі апертурного синтезу зображень, що досягається виключенням з алгоритму формування радіозображень множників, врахування яких ускладнене при його практичній реалізації.

3. Практичне значення отриманих результатів полягає у наступному:

3.1. Доповнення класичних радарів з синтезуванням апертури антени системою активного апертурного синтезу з широкосмуговими зондуючими сигналами дозволяє розширити зону формування радіозображення шляхом усунення «мертвої» зони РСА.

3.2. Використання широкосмугових зондуючих сигналів за рахунок звуження функції кореляції процесів, прийнятих рознесеними приймальними елементами, дозволяє зменшити геометричні розміри антенної решітки системи активного апертурного синтезу без втрати у роздільній здатності порівняно з вузькосмуговими системами.. Це робить пропоновану систему придатною до використання на борту аерокосмічного носія.

3.3. Зменшення обчислювальної складності алгоритмів обробки інформації у широкосмугових системах активного апертурного синтезу за рахунок розділення широкосмугового сигналу на вузькосмугові процеси дозволяє реалізувати необхідні математичні операції на існуючій аналоговій та цифровій радіоелементній базі.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. L. Xu, H. Zhang, C. Wang, B. Zhang and M. Liu, "Corn mapping using multi-temporal fully and compact SAR data," 2017 SAR in Big Data Era: Models, Methods and Applications (BIGSAR DATA), Beijing, China, 2017, pp. 1-4, doi: 10.1109/BIGSAR DATA.2017.8124925
2. O. Frey, C. L. Werner and R. Coscione, "Car-borne and UAV-borne mobile mapping of surface displacements with a compact repeat-pass interferometric SAR system at L-band," IGARSS 2019 - 2019 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium, Yokohama, Japan, 2019, pp. 274-277, doi: 10.1109/IGARSS.2019.8897827
3. K. Borowiec and M. Malanowski, "Accelerating rocket detection using passive bistatic radar," 2016 17th International Radar Symposium (IRS), Krakow, Poland, 2016, pp. 1-5, doi: 10.1109/IRS.2016.7497376
4. G. Veselovska-Maiboroda, S. A. Velichko and A. I. Nosich, "Orbital X-band Side-Looking Radar of Cosmos-1500: Potential IEEE Milestone Candidate: Invited Paper," 2022 IEEE 2nd Ukrainian Microwave Week (UkrMW), Ukraine, 2022, pp. 670-673, doi: 10.1109/UkrMW58013.2022.10036997.
5. W. Wang, D. Mao, J. Wu, J. Pei, J. Yang and J. Xiong, "A Rapid Echo Generation Method for The Real Aperture Radar in Scan Mode," 2019 6th Asia-Pacific Conference on Synthetic Aperture Radar (APSAR), Xiamen, China, 2019, pp. 1-4, doi: 10.1109/APSAR46974.2019.9048507.
6. J. Fritz, L. Scally, A. J. Gasiewski and K. Zhang, "A sub-terahertz real aperture imaging radar," 2014 IEEE Radar Conference, Cincinnati, OH, USA, 2014, pp. 1165-1169, doi: 10.1109/RADAR.2014.6875772.
7. R. G. Raj, R. W. Jansen and M. A. Sletten, "A sparsity based approach to velocity SAR imaging," 2016 IEEE Radar Conference (RadarConf), Philadelphia, PA, USA, 2016, pp. 1-6, doi: 10.1109/RADAR.2016.7485115. keywords: {Mathematical model;Imaging;Radar polarimetry;Radar imaging;Synthetic aperture

radar;Chirp;Imaging;Synthetic Aperture Radar (SAR);Multichannel SAR (MSAR);Sparsity;Velocity Processing;Wavelets},

8. T. Ager, "The Essentials of SAR: A Conceptual View of Synthetic Aperture Radar and Its Remarkable Capabilities," Volume 88, Number 12, December 2022, pp. 760.

9. S. Wang, F. Zhang, Y. Shao, W. Tian and H. Gong, "Microwave remote sensing for marine monitoring: An example of *Enteromorpha prolifera* bloom monitoring," 2010 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium, Honolulu, HI, USA, 2010, pp. 4530-4533, doi: 10.1109/IGARSS.2010.5651931

10. Huang, Pingping, and Wei Xu. 2015. "ASTC-MIMO-TOPS Mode with Digital Beam-Forming in Elevation for High-Resolution Wide-Swath Imaging" *Remote Sensing* 7, no. 3: 2952-2970. <https://doi.org/10.3390/rs70302952>

11. Dusseux, Pauline, Thomas Corpetti, Laurence Hubert-Moy, and Samuel Corgne. 2014. "Combined Use of Multi-Temporal Optical and Radar Satellite Images for Grassland Monitoring" *Remote Sensing* 6, no. 7: 6163-6182. <https://doi.org/10.3390/rs6076163>

12. J. Capon, "High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis," in *Proceedings of the IEEE*, vol. 57, no. 8, pp. 1408-1418, Aug. 1969, doi: 10.1109/PROC.1969.7278.

13. A. Wootten and A. R. Thompson, "The Atacama Large Millimeter/Submillimeter Array," in *Proceedings of the IEEE*, vol. 97, no. 8, pp. 1463-1471, Aug. 2009, doi: 10.1109/JPROC.2009.2020572.

14. P. J. Napier, A. R. Thompson and R. D. Ekers, "The very large array: Design and performance of a modern synthesis radio telescope," in *Proceedings of the IEEE*, vol. 71, no. 11, pp. 1295-1320, Nov. 1983, doi: 10.1109/PROC.1983.12765.

15. Wei, L., Wijnholds, S. J. and Hurley, P. Robust recovery for aperture synthesis imaging. 2017 IEEE International Conference on Image Processing (ICIP-2017), 2017, pp. 3570-3574. DOI: 10.1109/ICIP.2017.8296947.

16. Schooneveld, V. C. *Image Formation from Coherence Functions in Astronomy [Text]* / V. C. Schooneveld. – Berlin : Springer, 1987. – 340 p.

17. Morrison, R. L. Radio Astronomy Techniques for Multi-static Radar Imaging and Localization of Space Ob-jects [Text] / R. L. Morrison, E. B. Phelps// 2019 Inter-national Applied Computational Electromagnetics Society Symposium. ACES-2019. – Miami, 2019. – P 1-2.
18. N. N. Das, D. Entekhabi, R. S. Dunbar, E. G. Njoku and S. H. Yueh, "Uncertainty Estimates in the SMAP Combined Active–Passive Downscaled Brightness Temperature," in IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, vol. 54, no. 2, pp. 640-650, Feb. 2016, doi: 10.1109/TGRS.2015.2450694.
19. A. K. Arakelyan, A. K. Hambaryan, A. A. Arakelyan, M. L. Grigoryan, V. V. Karyan and G. G. Hovhannisyan, "Frequency and polarization peculiarities of water surface radar cross section and brightness temperature angular dependences and their changes due to clouds and rain," OCEANS'11 MTS/IEEE KONA, Waikoloa, HI, USA, 2011, pp. 1-9, doi: 10.23919/OCEANS.2011.6106901
20. U. Narayan and V. Lakshmi, "High Resolution Change Estimation of Soil Moisture by Combination of TMI Brightness Temperature and PR Surface Cross Section," 2006 IEEE International Symposium on Geoscience and Remote Sensing, Denver, CO, USA, 2006, pp. 2336-2337, doi: 10.1109/IGARSS.2006.604.
21. A. Konovalenko et al., "State-of-the-art of low frequency radio astronomy, relevant antenna systems and international cooperation in Ukraine," 2015 International Conference on Antenna Theory and Techniques (ICATT), Kharkiv, Ukraine, 2015, pp. 1-5, doi: 10.1109/ICATT.2015.7136772
22. B. Fiorelli, M. Arts, G. Virone, E. de Lera Acedo and W. A. van Cappellen, "Polarization analysis and evaluation for radio astronomy aperture array antennas," 2013 7th European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP), Gothenburg, Sweden, 2013, pp. 461-465.
23. W. A. van Cappellen and A. van Ardenne, "Development of mid-frequency aperture arrays for radio astronomy," 2017 IEEE Radio and Antenna Days of the Indian Ocean (RADIO), Cape Town, South Africa, 2017, pp. 1-2, doi: 10.23919/RADIO.2017.8242214.

24. Fundamentals of radio astronomy. Observational methods [Text] / J. M. Marr, R. L. Snell, S. E. Kurtz. – Boca Raton : CRC Press, 2016. – 350 pp.
25. Condon, J. J. Essential Radio Astronomy [Text] / J. J. Condon, S. M. Ransom. – Princeton : Princeton University Press, 2016. – 376 pp.
26. Sevastopol Bay Under Such Heavy Russian EW Cover It's Visible From Space [Electronic resource] / Defence-Express. – Access mode : https://en.defence-ua.com/weapon_and_tech/sevastopol_bay_under_such_heavy_russian_ew_cover_its_visible_from_space-8704.html – 29.11.2023
27. Graham, A. Communications, Radar and Electronic Warfare [Text] / A. Graham. – USA: John Wiley & Sons Press, 2010. – 400 pp.
28. F. A. Butt and M. Jalil, "An overview of electronic warfare in radar systems," 2013 The International Conference on Technological Advances in Electrical, Electronics and Computer Engineering (TAECE), Konya, Turkey, 2013, pp. 213-217, doi: 10.1109/TAECE.2013.6557273.
29. Радіоелектронна боротьба: аналіз арсеналу росії [Електронний ресурс] / Defence-Express. – Режим доступу : https://defence-ua.com/weapon_and_tech/radioelektronna_borotba_jak_i_chim_rosija_vojuje_proti_ukrajini-708.html – 10.03.2022
30. Russian Electronic Warfare Systems Analytic Insight Report [Electronic resource] / Sprotyvg7. – Access mode : https://sprotyvg7.com.ua/wp-content/uploads/2023/11/COGINT_Analytic_Insight_Report_Russian_EW_Systems__231119_114942.pdf – 12.08.2023
31. RL257E Krasukha-4 Russian 8x8 Mobile Multifunctional Jammer [Electronic resource] / OE Data Integration Network - Army.mil. – Access mode : <https://odin.tradoc.army.mil/Search/WEG/Krasukha-4> – 13.08.2023
32. Divnomorye [Electronic resource] / globalsecurity. – Access mode : <https://www.globalsecurity.org/military/world/russia/divnomorye.htm> – 13.09.2023
33. Russia's electronic warfare force. Blending concepts with capabilities [Electronic resource] / MITRE Center for Technology and National Security. – Access mode : <https://apps.dtic.mil/sti/trecms/pdf/AD1137511.pdf> – 12.10.2023

34. Jiaguo Lu, "Radar System Design," in Design Technology of Synthetic Aperture Radar , IEEE, 2019, pp.15-73, doi: 10.1002/9781119564621.ch2.
35. R. K. Raney, H. Runge, R. Bamler, I. G. Cumming and F. H. Wong, "Precision SAR processing using chirp scaling," in IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, vol. 32, no. 4, pp. 786-799, July 1994, doi: 10.1109/36.298008.
36. D. A. Ausherman, A. Kozma, J. L. Walker, H. M. Jones and E. C. Poggio, "Developments in Radar Imaging," in IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol. AES-20, no. 4, pp. 363-400, July 1984, doi: 10.1109/TAES.1984.4502060.
37. M. Azcueta, J. P. C. Gonzalez, T. Zajc, J. Ferreyra and M. Thibeault, "External Calibration Results of the SAOCOM-1A Commissioning Phase," in IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, vol. 60, pp. 1-8, 2022, Art no. 5207308, doi: 10.1109/TGRS.2021.3075369.
38. Osprey 30 Radar [Electronic resource] / Leonardo. – Access mode : https://cartenav.com/systems/osprey-30-radar/?utm_term=&utm_campaign=Search+-%3E+New+Lead+Generated&utm_source=adwords&utm_medium=ppc&hsa_acc=8756926907&hsa_cam=20520515481&hsa_grp=154880857804&hsa_ad=673038517125&hsa_src=g&hsa_tgt=dsa-2194591021838&hsa_kw=&hsa_mt=&hsa_net=adwords&hsa_ver=3&gad_source=1&gclid=Cj0KCQjw-r-vBhC-ARIsAGgUO2Av3iVfsuivewsxZK7jMXdI2ua4-deE9QX1kbUaETEE5DYs_WHXfXQaAmblEALw_wcB – 18.06.2022
39. Cruz, Helena, Mário Véstias, José Monteiro, Horácio Neto, and Rui Policarpo Duarte. 2022. "A Review of Synthetic-Aperture Radar Image Formation Algorithms and Implementations: A Computational Perspective" Remote Sensing 14, no. 5: 1258. <https://doi.org/10.3390/rs14051258>
40. Moving objects and their displacement in SAR images [Electronic resource] / Stefan Mühlbauer. – Access mode : <https://geoawesomeness.com/eo-hub/moving-objects-and-their-displacement-in-sar-images/> – 08.07.2022
41. R.K. Raney, 1971: Synthetic Aperture Imaging Radar and Moving Targets, IEEE AES-7, pp. 499-505.
42. Willis, N. Bistatic Radar [Text] / N. Willis. – USA: IEEE, 2004. – 329 pp.

43. Wang, R. Bistatic SAR System and Signal Processing Technology [Text] / R. Wang, Y. Deng – Germany: Springer, 2018. – 275 pp.
44. Advanced Bistatic and Multistatic SAR: Concepts and Applications [Electronic resource] / Gerhard Krieger. – Access mode : https://elib.dlr.de/43805/1/eusar06_tutorial_advanced_bistatic_sar_final_reduced.pdf/ – 03.09.2021
45. G. Krieger and A. Moreira, "Multistatic sar satellite formations: potentials and challenges," Proceedings. 2005 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium, 2005. IGARSS '05., Seoul, Korea (South), 2005, pp. 2680-2684, doi: 10.1109/IGARSS.2005.1525618.
46. X. Zhang, X. Tang, T. Li, H. Zhao, X. Zhang and L. Li, "Coherence Analysis of Lutan-1 Satellite with Two Formations for Different Scenes," 2023 SAR in Big Data Era (BIGSAR DATA), Beijing, China, 2023, pp. 1-4, doi: 10.1109/BIGSAR DATA59007.2023.10294880.
47. X. Zhang et al., "Preliminary Assessment of Lutan-1 SAR Satellite for Multi-Scale Mining Subsidence Monitoring," IGARSS 2023 - 2023 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium, Pasadena, CA, USA, 2023, pp. 8166-8169, doi: 10.1109/IGARSS52108.2023.10283074
48. Z. Zhen-bo, T. Zi-yue, J.X. Zhou, The chirp scaling algorithm of airborne bistatic SAR imaging. J. Electron. Inf. Technol. 28, 977–981 (2006)
49. O. Loffeld, H. Nies, V. Peters and S. Knedlik, "Models and useful relations for bistatic SAR processing," in IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, vol. 42, no. 10, pp. 2031-2038, Oct. 2004, doi: 10.1109/TGRS.2004.835295.
50. R. Wang, O. Loffeld, H. Nies, Q. Ul-Ann, A. Medrano Ortiz and S. Knedlik, "A two-step method to process bistatic SAR data in the general configuration," 2008 IEEE Radar Conference, Rome, Italy, 2008, pp. 1-5, doi: 10.1109/RADAR.2008.4721082.
51. K. Natroshvili, O. Loffeld, H. Nies, A. M. Ortiz and S. Knedlik, "Focusing of General Bistatic SAR Configuration Data With 2-D Inverse Scaled FFT," in IEEE

Transactions on Geoscience and Remote Sensing, vol. 44, no. 10, pp. 2718-2727, Oct. 2006, doi: 10.1109/TGRS.2006.872725

52. D. D'Aria, A. M. Guarnieri and F. Rocca, "Focusing bistatic synthetic aperture radar using dip move out," in IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, vol. 42, no. 7, pp. 1362-1376, July 2004, doi: 10.1109/TGRS.2004.830166

53. Qilei Zhang, Wenge Chang and Feifei Yan, "Bistatic Interferometer BAsed on Spaceborne SAR," IET International Radar Conference 2013, Xi'an, 2013, pp. 1-5, doi: 10.1049/cp.2013.0220

54. M. Zink et al., "TanDEM-X: A single-pass SAR interferometer for global DEM generation and demonstration of new SAR techniques," 2015 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS), Milan, Italy, 2015, pp. 2888-2891, doi: 10.1109/IGARSS.2015.7326418

55. R. Deo, S. Manickam, Y. S. Rao and S. S. Gedam, "Evaluation of interferometric SAR DEMs generated using TanDEM-X data," 2013 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium - IGARSS, Melbourne, VIC, Australia, 2013, pp. 2079-2082, doi: 10.1109/IGARSS.2013.6723221

56. P. Lopez-Dekker, J. J. Mallorqui, P. Serra-Morales and J. Sanz-Marcos, "Phase Synchronization and Doppler Centroid Estimation in Fixed Receiver Bistatic SAR Systems," in IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, vol. 46, no. 11, pp. 3459-3471, Nov. 2008, doi: 10.1109/TGRS.2008.923322.

57. Zhu, Xiao Xiang, Yuanyuan Wang, Sina Montazeri, and Nan Ge. 2018. "A Review of Ten-Year Advances of Multi-Baseline SAR Interferometry Using TerraSAR-X Data" Remote Sensing 10, no. 9: 1374. <https://doi.org/10.3390/rs10091374>

58. TomoSAR [Electronic resource] / DinhHoTongMinh. – Access mode : <https://github.com/DinhHoTongMinh/TomoSAR> – 08.11.2022

59. Cherniakov, M. Bistatic Radars: Emerging Technology [Text] / M. Cherniakov. – USA: Wiley, 2008. – 406 pp.

60. M. Eineder, "Oscillator clock drift compensation in bistatic interferometric SAR," IGARSS 2003. 2003 IEEE International Geoscience and Remote Sensing

Symposium. Proceedings (IEEE Cat. No.03CH37477), Toulouse, France, 2003, pp. 1449-1451, doi: 10.1109/IGARSS.2003.1294140

61. M. Younis, R. Metzger and G. Krieger, "Performance prediction of a phase synchronization link for bistatic SAR," in IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, vol. 3, no. 3, pp. 429-433, July 2006, doi: 10.1109/LGRS.2006.874163.

62. Wang Bing, Yang Wei, Yang Dongkai and Zhang Qishan, "A new method of phase synchronization for GPS signals based bistatic radar," World Automation Congress 2012, Puerto Vallarta, Mexico, 2012, pp. 1-4.

63. P. Lopez-Dekker, J. J. Mallorqui, P. Serra-Morales and J. Sanz-Marcos, "Phase Synchronization and Doppler Centroid Estimation in Fixed Receiver Bistatic SAR Systems," in IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, vol. 46, no. 11, pp. 3459-3471, Nov. 2008, doi: 10.1109/TGRS.2008.923322

64. I. Walterscheid, J. Ender, J. Klare, A. Brenner and O. Loffeld, "Bistatic Image Processing for a Hybrid SAR Experiment Between TerraSAR-X and PAMIR," 2006 IEEE International Symposium on Geoscience and Remote Sensing, Denver, CO, USA, 2006, pp. 1934-1937, doi: 10.1109/IGARSS.2006.500

65. Волосюк, В. К. Статистическая теория радиотехнических систем дистанционного зондирования и радиолокации [Текст] / В. К. Волосюк, В. Ф. Кравченко. – М. : Физматлит, 2008. – 704 с.

66. Volosyuk, V. K. Direct and Inverse Transformations in Constructing Spectral Patterns of Random Fields [Text] / V. K. Volosyuk // Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing. – 1994. – Vol. 1. – P. 37-42.

67. Volosyuk, V. K. Integral Transforms of Processes and Their Spectral-Correlation Characteristics [Text] / V. K. Volosyuk // Electromagnetic Wave & Electronic Systems. – 1997. – Vol. 2, no. 5. – P. 21-29.

68. Volosyuk, V. K. Spectral transformations of wideband fields and their Coherence Functions [Text] / V. K. Volosyuk // Radiophysics and quantum electronics. – 1993. – Vol. 36. no. 11. – P. 804-806.

69. Eustice, D., Baylis, C. and Marks, R. J., (2015) Woodward's ambiguity function: From foundations to applications, *Proc. of 2015 Texas Symposium on Wireless and Microwave Circuits and Systems (WMCS)*, pp. 1-17
70. Norbert Wiener (1964). Time Series. M.I.T. Press, Cambridge, Massachusetts. p. 42.
71. Y. Minglei, C. Baixiao and Z. Shouhong, "Quadrature Coherent Detector of Wideband Intermediate Frequency Signal," 2006 CIE International Conference on Radar, Shanghai, China, 2006, pp. 1-4, doi: 10.1109/ICR.2006.343510.
72. B. Philippe and P. Reynaert, "A Quadrature Phase Detector in 28nm CMOS for Differential mm-Wave Sensing Applications Using Dielectric Waveguides," ESSCIRC 2018 - IEEE 44th European Solid State Circuits Conference (ESSCIRC), Dresden, Germany, 2018, pp. 114-117, doi: 10.1109/ESSCIRC.2018.8494306.
73. S. Jameson and E. Socher, "A 67-110GHz CMOS to WR-10 waveguide transition using wirebonds and wideband microstrip launcher," 2014 IEEE MTT-S International Microwave Symposium (IMS2014), Tampa, FL, USA, 2014, pp. 1-4, doi: 10.1109/MWSYM.2014.6848240.
74. P. N. Choubey and W. Hong, "Novel wideband orthomode transducer for 70–95GHz," 2015 IEEE International Wireless Symposium (IWS 2015), Shenzhen, China, 2015, pp. 1-4, doi: 10.1109/IEEE-IWS.2015.7164587
75. K. Fujiwara and T. Kobayashi, "Low-cost W-band frequency converter with broad-band waveguide-to-microstrip transducer," 2016 Global Symposium on Millimeter Waves (GSMM) & ESA Workshop on Millimetre-Wave Technology and Applications, Espoo, Finland, 2016, pp. 1-4, doi: 10.1109/GSMM.2016.7500319
76. Aperture array verification system 1: Overview of a square kilometre array prototype [Text] / P. J. Hall, P. Benthem, A. T. Sutinjo // 2016 International Conference on Electromagnetics in Advanced Applications. ICEAA-2016. – Cairns, 2016. – P 345-348. DOI: 10.1109/ICEAA.2016.7731394
77. X. Wang, M. Amin and E. Aboutanios, "Interferometric Array Design Under Regularized Antenna Placements for Interference suppression," 2018 IEEE 10th Sensor

Array and Multichannel Signal Processing Workshop (SAM), Sheffield, UK, 2018, pp. 657-661, doi: 10.1109/SAM.2018.8448703.

78. R. Anwar, M. T. Islam, N. Misran, G. Gopir and B. Yatim, "Optimization of two-element antenna array for low-frequency transient radio telescope," Proceeding of the 2011 IEEE International Conference on Space Science and Communication (IconSpace), Penang, Malaysia, 2011, pp. 196-199, doi: 10.1109/IConSpace.2011.6015882

79. K. Santoso, I. Y. M. Edward and Iskandar, "Low Noise Block Down Converter and Block Up Converter Filters Design for Ku Band," 2020 6th International Conference on Wireless and Telematics (ICWT), Yogyakarta, Indonesia, 2020, pp. 1-5, doi: 10.1109/ICWT50448.2020.9243642

80. M. Kirkman-Bey, P. Cintron-Tirado, R. Sebsebie, N. Dogan and Z. Xie, "Design and simulation of Ku-Band Low-Noise Block Down-Converter in 0.18 micrometer CMOS technology," IEEE SOUTHEASTCON 2014, Lexington, KY, USA, 2014, pp. 1-6, doi: 10.1109/SECON.2014.6950648.

81. Phase Synchronization of Multiple PLL Synthesizers. Reference Design [Electronic resource] / Texas Instruments Incorporated. – Access mode : <https://www.ti.com/lit/pdf/tidud11> – 08.01.2023

82. X. He and H. Geng, "PLL Synchronization Stability of Grid-Connected Multiconverter Systems," in IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 58, no. 1, pp. 830-842, Jan.-Feb. 2022, doi: 10.1109/TIA.2021.3121262.

83. AD9084 [Electronic resource] / Analog Devices. – Access mode : <https://www.analog.com/en/products/ad9084.html> – 24.02.2024

84. Ruzhentsev N., Gribsky O., Maltsev S., Shevchuk S., Pavlikov V., Cherepnin G., Zhyla S., Tserne E. "Active-passive pulse noise radar of the 3mm range and the results of preliminary tests," in Radioelectronic and computer systems, vol.107, issue 3, 2023, pp. 37-47. DOI: 10.32620/reks.2023.3.04

85. T. -H. Lee, C. -S. Kim, K. C. Son, K. S. Shin, B. Shrestha and K. -C. Yoon, "A band-stop filter with wide stop band using T-shaped stepped impedance resonator and

L-shaped open stub," 2017 International Conference on Emerging Trends & Innovation in ICT (ICEI), Pune, India, 2017, pp. 154-156, doi: 10.1109/ETIICT.2017.7977028.

86. Y. Liu, H. Zheng and C. Sun, "A tunable compact bandstop filter using meander spurline and folding open stubs," 2012 2nd International Conference on Consumer Electronics, Communications and Networks (CECNet), Yichang, China, 2012, pp. 115-118, doi: 10.1109/CECNet.2012.6202040.

87. B. -H. Yang, G. Mehdi, J. Zhang, T. -f. Yu, X. -x. Yao and J. Miao, "The Compact Microstrip Bandstop Filter Using Equal Width Open Stub," 2013 IEEE International Conference on Green Computing and Communications and IEEE Internet of Things and IEEE Cyber, Physical and Social Computing, Beijing, China, 2013, pp. 1622-1625, doi: 10.1109/GreenCom-iThings-CPSCoM.2013.294.

88. Dornier 228 [Electronic resource] / Wikipedia. – Access mode : https://en.wikipedia.org/wiki/Dornier_228– 28.02.2024

89. M. Jäger, B. Gabler and A. Reigber, "High precision antenna characterisation for broadband synthetic aperture radar processing," The 8th European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP 2014), The Hague, Netherlands, 2014, pp. 3216-3220, doi: 10.1109/EuCAP.2014.6902513.