

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний аерокосмічний університет ім. М.С. Жуковського
«Харківський авіаційний інститут»

ЗАТВЕРДЖЕНО

вченою радою

Національного аерокосмічного
університету ім. М.С. Жуковського
«Харківський авіаційний інститут»

Ректор університету

професор

М.В. Нечипорук

«22» січня 2020 р., протокол № 6



**ПРОГРАМА
ВСТУПНОГО ВИПРОБУВАННЯ**

для конкурсного відбору вступників до аспірантури
для здобуття ступеня доктора філософії зі спеціальності

113 – Прикладна математика

Харків
2020

Вступ

Вступне випробування для конкурсного відбору вступників до аспірантури для здобуття ступеня доктора філософії зі спеціальності 113 – Прикладна математика відбувається відповідно до Правил прийому до аспірантури та докторантури Національного аерокосмічного університету ім. М.С. Жуковського «Харківський авіаційний інститут» у формі індивідуального письмового іспиту, який приймає екзаменаційна комісія, склад якої затверджується наказом ректора Університету.

До іспиту входять питання за темами:

- Математичний аналіз
- Алгебра і геометрія.
- Теорія ймовірності, математична статистика, теорія випадкових процесів.
- Звичайні диференціальні рівняння.
- Функціональний аналіз.
- Рівняння математичної фізики.
- Методи оптимізації.
- Чисельні методи.
- Моделювання систем.

Перелік питань за темами наведений у програмі.

Критерії оцінювання знань

1. Результати іспиту визначаються за 5 – бальною шкалою.
2. Екзаменаційний білет складається з трьох питань.
3. Мінімальна кількість балів з вступного випробування, з якими вступник допускається до участі у конкурсі складас 3 бала.

Питання за темами

1. Математичний аналіз

Диференціювання функцій однієї та декількох змінних. Похідна за напрямом. Диференціювання векторної функції за векторним аргументом.

Формула Тейлора для функцій однієї та декількох змінних. Ряд Тейлора.

Невизначений інтеграл. Методи інтегрування функцій. Визначений інтеграл. Формула Ньютона-Лейбниці. Застосування визначеного інтеграла. Невласні інтеграли.

Криволінійні інтеграли. Кратні інтеграли. Заміна змінних в кратних інтегралах.

Диференціальні операції теорії поля. Формули Гріна, Гаусса-Остроградського, Стокса. Типи і властивості векторних полів.

Числові і функціональні ряди. Ознаки збіжності. Рівномірна збіжність функціонального ряду. Ознака Вейерштрасса. Ряди і інтеграл Фур'є.

2. Алгебра і геометрія

Операції над матрицями. Обернена матриця. Ранг матриці.

Визначники n -го порядку та їх властивості.

Загальна теорія систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Теореми Кронекера-Капеллі, Фредгольма. Метод виключення Гаусса.

Векторні простори. Базиси, вимірність. Підпростори. Лінійна оболонка системи векторів.

Евклідов простір, аксіоми скалярного добутку. Ортонормовані системи векторів. Процес ортогоналізації. Відстань вектору від підпростору. Матриця Грама, її властивості.

Лінійний оператор в векторному просторі, матриця оператора в деякому базисі, її зміна при зміні базису. Лінійні оператори в евклідовому просторі.

Власні вектори і власні значення лінійного оператора. Алгебраїчна та геометрична кратності власного значення. Оператори простої структури.

Жорданів базис і жорданова матриця лінійного оператора. Теорема про існування жорданового базису.

Квадратичні форми на евклідовому просторі. Канонічний вигляд квадратичної форми. Знаковизначені квадратичні форми.

3. Теорія ймовірності, математична статистика, теорія випадкових процесів

Випадкові події. Аксиоматична побудова теорії ймовірностей. Теореми множення та додавання ймовірностей. Формули повної ймовірності і Байсса.

Випадкові величини. Функція розподілу. Щільність розподілу. Числові характеристики та моменти випадкової величини. Закони розподілу випадкових величин: Бернуллі, Пуассона, нормальний. Їх числові характеристики.

Граничні теореми теорії ймовірностей для незалежних, однаково розподілених випадкових величин.

Багатовимірні випадкові величини, їх характеристики. Коваріаційна матриця. Коефіцієнти кореляції. Характеристична функція випадкового вектора. Числові характеристики нормального випадкового вектора.

Точкові оцінки числових параметрів випадкової величини, їх властивості: незміщеність, обґрунтованість, ефективність, достатність. Метод максимальної правдоподібності. Нерівність Рао-Крамера.

Інтервальні оцінки числових характеристик випадкових величин.

Перевірка статистичних гіпотез. Критерій Пірсона.

Випадкові процеси та їх числові характеристики. Основні класи випадкових процесів: процеси Гауса, Вінера, Пуассона.

Стаціонарні випадкові процеси, властивості коваріаційної функції процесу. Стаціонарні випадкові послідовності (СВП). Спектральна функція і спектральна щільність СВП. Лінійні перетворення СВП.

Марковські випадкові процеси. Рівняння Колмогорова-Чепмена. Ланцюги Маркова. Перехідні ймовірності, їх властивості.

4. Звичайні диференціальні рівняння

Задача Коші для звичайних диференціальних рівнянь, розв'язних відносно старшої похідної. Теорема про існування та єдиність розв'язку задачі Коші.

Загальна теорія лінійних диференціальних рівнянь старших порядків. Визначник Вронського. Формула Ліувілля-Остроградського.

Загальна теорія систем лінійних диференціальних рівнянь першого порядку. Матриця Коші. Експоненціал матриці.

Крайові задачі для лінійних диференціальних рівнянь другого порядку. Задача Штурма-Ліувілля. Власні значення і власні функції, їх властивості. Розклад функції в ряд за власними функціями задачі Штурма-Ліувілля.

Функція Гріна крайової задачі для лінійних диференціальних рівнянь другого порядку, її побудова. Інтегральне рівняння задачі Штурма-Ліувілля.

Стійкість розв'язків диференціальних рівнянь. Стійкість лінійних однорідних систем зі сталими коефіцієнтами.

5. Функціональний аналіз

Аксіоматика метричних, нормованих, евклідових просторів. Властивості метрики, норми, скалярного добутку.

Топологічні поняття в метричному просторі. Відкриті і замкнені множини, їх властивості, всюди щільні і ніде не щільні множини. Сепарабельні простори.

Повні метричні простори. Банахові (БП) і гільбертові простори (ГП). Принцип вкладених куль.

Підпростори нормованого простору. Відстань вектора від підпростору. Елемент найкращого наближення (ЕНН). Існування та єдиність ЕНН для підпростору гільбертова простору.

Ортонормовані системи (ОНС) в ГП. Ряди Фур'є за ОНС. Екстремальна властивість відрізка ряду Фур'є. Многочлени Лежандра. Повні ортонормовані системи. Нерівність Бесселя, рівність Парсеваля.

Компактність множини в МП, властивості компактних множин. Критерій компактності Хаусдорфа.

Лінійні неперервні і обмежені функціонали. Норма лінійного обмеженого функціонала, формули для обчислення норми.

Спряжений простір до нормованого простору. Теорема Ріса про загальний вид лінійного обмеженого функціонала в гільбертовому просторі.

Алгебра лінійних обмежених операторів. Формули для обчислення норми оператора. Рівномірна збіжність послідовності операторів.

Обернений оператор. Неперервна оберненість лінійного обмеженого оператора. Критерій неперервної оберненості.

Стискаючі оператори в метричному просторі. Принцип стискаючих відображень.

Компактні оператори в нормованому просторі. Їх властивості. Операторні рівняння з компактними операторами. Теорема Фредгольма.

6. Рівняння математичної фізики

Моделі процесів і полів, які описуються диференціальними рівняннями в частинних похідних. Рівняння коливання струни і мембрани, розповсюдження тепла в твердому тілі, рівняння Лапласа, рівняння Нав'є-Стокса.

Перетворення координат в лінійному диференціальному рівнянні в частинних похідних (ЛДРЧП) другого порядку. Класифікація ЛДРЧП другого порядку.

Постановки початково-крайових задач для ЛДРЧП другого порядку. Теорема існування та єдиності.

Метод розділення змінних в задачах коливання струни і мембрани. Функції Бесселя. Неоднорідні рівняння.

Метод розділення змінних в задачі теплопровідності тонкого скінченного стрижня. Неоднорідне рівняння. Функція джерела. Задача для нескінченного стрижня. Інтеграл Пуассона.

Крайові задачі для рівняння Лапласа. Рівняння Лапласа в циліндричних та сферичних координатах. Розділення змінних. Функції Лежандра.

Загальні властивості гармонічних функцій. Принцип максимуму. Потенціали простого шару, подвійного шару і об'ємний потенціал, їх властивості. Застосування до розв'язання крайових задач.

Функція джерела та її побудова методом електростатичних зображень. Функція джерела для кола і кулі. Інтеграл Пуассона.

7. Методи оптимізації

Постановка задач оптимізації. Класифікація задач оптимізації.

Задачі лінійного програмування. Симплекс-метод.

Задачі цілочислового програмування. Метод віток і меж.

Загальна задача нелінійного програмування. Теорема Куна-Таккера.

Метод найскорішого спуску розв'язання задачі безумовної оптимізації.

Постановка задачі многокритеріальної оптимізації. Множина Парето. Метод вагових множників.

Постановка задачі оптимального керування. Принцип максимуму Понтрягіна. Метод динамічного програмування Беллмана.

8. Чисельні методи

Постановка задачі інтерполяції. Інтерполяційні многочлени Лагранжа, Ньютона. Сплайн-інтерполяція.

Ітераційні методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Метод простої ітерації, метод Зейделя, метод прогону.

Чисельне інтегрування. Квадратурні формули Гаусса.

Чисельні методи розв'язання задачі Коші для звичайного диференціального рівняння. Методи Ейлера, Рунге-Кутта, Адамса.

Метод скінченних різниць для розв'язання крайової задачі для звичайного диференціального рівняння.

Проекційні методи розв'язання крайових задач. Методи колокацій, Гальоркіна.

Варіаційні методи розв'язання крайових задач. Метод скінченних елементів.

9. Моделювання систем

Варіаційні методи моделювання систем.

Методи регресійного аналізу в моделюванні систем.

Імітаційне моделювання систем.

Ідентифікація параметрів математичної моделі.

ЛІТЕРАТУРА

1. І. В. Брисіна, О. В. Головченко, Г. І. Кошовий, О. Г. Ніколаєв та ін. Практичний курс вищої математики в чотирьох книгах. Кн. 1. Лінійна алгебра та аналітична геометрія. Диференціальне числення функцій однієї та декількох змінних: Навч. посібник для ВУЗів. – Харків: Нац. аерокос. ун-т „Харк. авіац. ін-т”, 2004.

2. І. В. Брисіна, О. В. Головченко, Г. І. Кошовий, О. Г. Ніколаєв та ін. Практичний курс вищої математики в чотирьох книгах. Кн. 2. Інтегральне числення функцій однієї змінної. Диференціальні рівняння. Кратні та криволінійні інтеграли. Елементи теорії векторного поля.: Навч. посібник для ВУЗів. – Харків: Нац. аерокос. ун-т „Харк. авіац. ін-т”, 2004.

3. І. В. Брисіна, О. В. Головченко, Г. І. Кошовий, О. Г. Ніколаєв та ін. Практичний курс вищої математики в чотирьох книгах. Кн. 3. Ряди. Інтеграл Фур'є. Функції комплексної змінної та операційне числення. Теорія ймовірностей і математична статистика: Навч. посібник для ВУЗів. – Харків: Нац. аерокос. ун-т „Харк. авіац. ін-т”, 2004.

4. І. В. Брисіна, О. В. Головченко, Г. І. Кошовий, О. Г. Ніколаєв та ін. Практичний курс вищої математики в чотирьох книгах. Кн. 4. Варіаційне числення. Рівняння математичної фізики. Випадкові процеси: Навч. посібник для ВУЗів. – Харків: Нац. аерокос. ун-т „Харк. авіац. ін-т”, 2004.

5. Ніколаєв О.Г. Алгебра і геометрія: підручник. Харків: ХАІ, 2017.

6. Николаев А.Г., Рвачева Т.В., Соловьев А.И. Функциональный анализ. Учебное пособие. – Х.: ХАИ, 2008.

7. Треногин В.А. Функциональный анализ. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002.

8. Люстерник Л.А., Соболев В.И. Краткий курс функционального анализа. – М.: ВШ, 1982.

9. Кострикин А. И. Введение в алгебру. Ч. 1. Основы алгебры. – М.: Физматлит, 2004.

10. Кострикин А. И. Введение в алгебру. Ч. 2. Линейная алгебра. – М.: Физматлит, 2000.

11. Боровков А.А. Теория вероятностей. – М.: Наука, 1986.

12. Севастьянов Б.А. Курс теории вероятностей. – М.: Наука, 1982.

13. Розанов Ю.А. Теория вероятностей, случайные процессы и математическая статистика. – М.: Наука, 1985.

14. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. – М.: ГИФМЛ, 1959.

15. Тихонов А.Н., Васильева А.Б., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005.

16. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1972.

17. Арсенин В.Я. Методы математической физики и специальные функции. – М.: Наука, 1984.

18. Кошляков Н.С., Глинер Э.Б., Смирнов М.М. Основные дифференциальные уравнения математической физики. – М.: Физматгиз, 1962.

19. Аттетков А.В., Галкин С.В., Зарубин В.С. Методы оптимизации. – М.: Из-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2001.

20. Болтянский В.Г. Математические методы оптимального управления. – М.: Наука, 1969.

21. Васильев В.П. Численные методы решения оптимальных задач. – М.: Наука, 1988.

22. Беллман Р. Динамическое программирование. – М.: ИЛ, 1960.

23. Сухраев А.Г., Тимохов А.В., Федоров В.В. Курс методов оптимизации: Учебное пособие. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005.

24. Бахвалов Н.С. Численные методы. – М.: Наука, 1975.

25. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. – М.: Наука, 1989.
26. Головченко О.В., Ніколаєв О.Г. та ін. Варіаційні методи. Навч. посібник. – Харків: ХАІ, 2008. – 92 с.
27. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005.
28. Лисиенко В.Г. и др. Моделирование сложных вероятностных систем. – Екатеринбург: УРФУ, 2011.
29. Карпов Ю.Г. Имитационное моделирование систем. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005.

Програму розглянуто на засіданні кафедри вищої математики та системного аналізу.

Протокол № 5 від «24» 12 2019 р.

Завідувач кафедри
вищої математики та системного аналізу
д.ф.-м.н., професор



О.Г. Ніколаєв