

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского
«Харьковский авиационный институт»

К.П. Барахов, И.В. Брысина, А.В. Головченко, В.Ф. Деменко, А.Г. Николаев,
В.А. Рвачов, Т.Н. Сипченко, Е.П. Томилова, Е.Г. Ушакова, В.В. Хоменко

МАТЕМАТИКА

ТЕСТЫ ДЛЯ ТЕМАТИЧЕСКОГО ОЦЕНИВАНИЯ ЗНАНИЙ

слушателя довузовской подготовки

Фамилия _____

Имя _____

Учебное

подразделение _____

Тетрадь включает 7 тематических тестов, охватывающих основные разделы учебной программы по математике слушателя довузовской подготовки ХАИ.

Каждый тест состоит из трех частей. Правила выполнения указаны в начале каждой части теста.

Внимание!

1. Начинайте отвечать на вопрос только после того, как Вы внимательно прочитали и поняли задание и правила его выполнения.
2. Используйте для решения места, отведенные в тестовой тетради.
3. Ответы вписывайте четко, в соответствии с требованиями к каждой части теста.
4. Двойные, неправильно записанные, подчищенные, зачеркнутые и исправленные ответы – это ОШИБКА!

**Издание подготовлено при содействии общественной организации
“Международная ассоциация выпускников ХАИ”**

Оценивание результатов тестирования

Тест 1 (максимальная оценка 45 баллов).

Часть 1 (максимальная оценка 15) _____.

Часть 2 (максимальная оценка 18) _____.

Часть 3 (максимальная оценка 12) _____.

Оценка по 45-бальной шкале _____.

Оценка по 12-бальной шкале _____.

Тест 2 (максимальная оценка 47 баллов):

Часть 1 (максимальная оценка 15) _____.

Часть 2 (максимальная оценка 12) _____.

Часть 3 (максимальная оценка 20) _____.

Оценка по 47-бальной шкале _____.

Оценка по 12-бальной шкале _____.

Тест 3 (максимальная оценка 45 баллов):

Часть 1 (максимальная оценка 15) _____.

Часть 2 (максимальная оценка 18) _____.

Часть 3 (максимальная оценка 12) _____.

Оценка по 45-бальной шкале _____.

Оценка по 12-бальной шкале _____.

Тест 4 (максимальная оценка 62 баллов):

Часть 1 (максимальная оценка 20) _____.

Часть 2 (максимальная оценка 30) _____.

Часть 3 (максимальная оценка 12) _____.

Оценка по 62-бальной шкале _____.

Оценка по 12-бальной шкале _____.

Тест 5 (максимальная оценка 40 баллов):

Часть 1 (максимальная оценка 10) _____.

Часть 2 (максимальная оценка 10) _____.

Часть 3 (максимальная оценка 20) _____.

Оценка по 40-бальной шкале _____.

Оценка по 12-бальной шкале _____.

Тест 6 (максимальная оценка 40 баллов):

Часть 1 (максимальная оценка 10) _____.

Часть 2 (максимальная оценка 10) _____.

Часть 3 (максимальная оценка 20) _____.

Оценка по 40-бальной шкале _____.

Оценка по 12-бальной шкале _____.

Тест 7 (максимальная оценка 47 баллов):

Часть 1 (максимальная оценка 15) _____.

Часть 2 (максимальная оценка 12) _____.

Часть 3 (максимальная оценка 20) _____.

Оценка по 47-бальной шкале _____.

Оценка по 12-бальной шкале _____.

Примеры оформления выполненных заданий

Часть 1. Задания с выбором одного правильного ответа

В первой части тестовой тетради по математике представлены задания с выбором ОДНОГО ПРАВИЛЬНОГО ответа. Для каждого тестового задания с выбором ответа даны пять (тесты 1, 2, 3, 4, 7) или четыре (тест 5, 6) варианта ответов, только ОДИН из которых ПРАВИЛЬНЫЙ. Задание с выбором ответа считается выполненным правильно, если в таблице с вариантами ответа, буква соответствующая правильному ответу обведена кружочком.

Например:

1. Какая из данных функций нечётная?

А	В	С	Ⓓ	Е
$y = 5 - x^2 + x^3$	$y = x^2 + x$	$y = 3x^6 - x^2$	$y = x^3 - x^7$	$y = 7 + 2x^3$

2. Укажите область определения функции $y = \sqrt{x+1} + \sqrt{1-x}$.

А	В	С	Д	Ⓔ
$(-\infty; 1]$	$[0; +\infty)$	1	$(-\infty; +\infty)$	$[-1; 1]$

Часть 2. Задания открытой формы с коротким ответом

Задание открытой формы с коротким ответом считается выполненным правильно, если в тетради есть краткое решение и в указанном месте вписан правильный ответ.

Например:

16. Вычислить значение выражения $\sin 2a$, если $tg a = \frac{1}{2}$.

$$\sin 2a = \frac{2 \sin a \cos a}{1} = \frac{2 \sin a \cos a}{\sin^2 a + \cos^2 a} = \frac{2tg a}{tg^2 a + 1} = \frac{2 \cdot \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{4}} = \frac{4}{5} = 0,8.$$

Ответ: 0,8.

Часть 3. Задания открытой формы с развернутым ответом

Задание открытой формы с развернутым ответом считается выполненным правильно, если решение имеет объяснение, записаны последовательные логические действия и объяснения, сделаны ссылки на математические факты, из которых вытекает то или иное утверждение. Если необходимо, решения заданий должны быть проиллюстрированы схемами, графиками, таблицами.

Оценивание

За каждое правильно выполненное задание ЧАСТИ 1 учащийся получает 1 БАЛЛ.

За каждое правильно выполненное задание ЧАСТИ 2 учащийся получает 2 БАЛЛА.

За каждое правильно выполненное задание ЧАСТИ 3 учащийся получает 4 БАЛЛА.

Тест 1. Алгебраические преобразования и уравнения

Время выполнения 120 минут.

Часть 1

Задания 1–15 имеют по пять вариантов ответов, только **ОДИН** из которых **ПРАВИЛЬНЫЙ**. Выберите, по вашему мнению, правильный ответ и отметьте его так, как показано в образце.

1. Расположите числа в порядке убывания: $\sqrt{4}; 2,2; \frac{12}{5}$.

А	В	С	Д	Е
$\sqrt{4}; 2,2; \frac{12}{5}$	$\sqrt{4}; \frac{12}{5}; 2,2$	$\frac{12}{5}; \sqrt{4}; 2,2$	$2,2; \sqrt{4}; \frac{12}{5}$	$\frac{12}{5}; 2,2; \sqrt{4}$

2. При каком значении k корни уравнения $(k-1)x^2 - 2(k+1)x + k + 4 = 0$ будут равны между собой?

А	В	С	Д	Е
4	7	5	12	0

3. Найдите остаток от деления многочлена $P_3(x) = 4x^3 - 3x^2 + 7x - 8$ на двучлен $Q_1(x) = x - 2$.

А	В	С	Д	Е
4	12	21	26	32

4. Какая из данных функций нечётная?

А	В	С	Д	Е
$y = x^4 + x^8$	$y = 1 + x^3$	$y = 2x^2 - x$	$y = 5x^3 - 3x^5$	$y = 2 + x^2 + x^7$

5. Упростите выражение $\frac{a^2 - b^2}{a - b} - \frac{a^3 - b^3}{a^2 - b^2}$.

А	В	С	Д	Е
$\frac{ab}{a+b}$	$\frac{a+b}{a-b}$	$a+b$	$\frac{2ab}{a+b}$	$\frac{1}{b-a}$

6. Графиком квадратичной функции является?

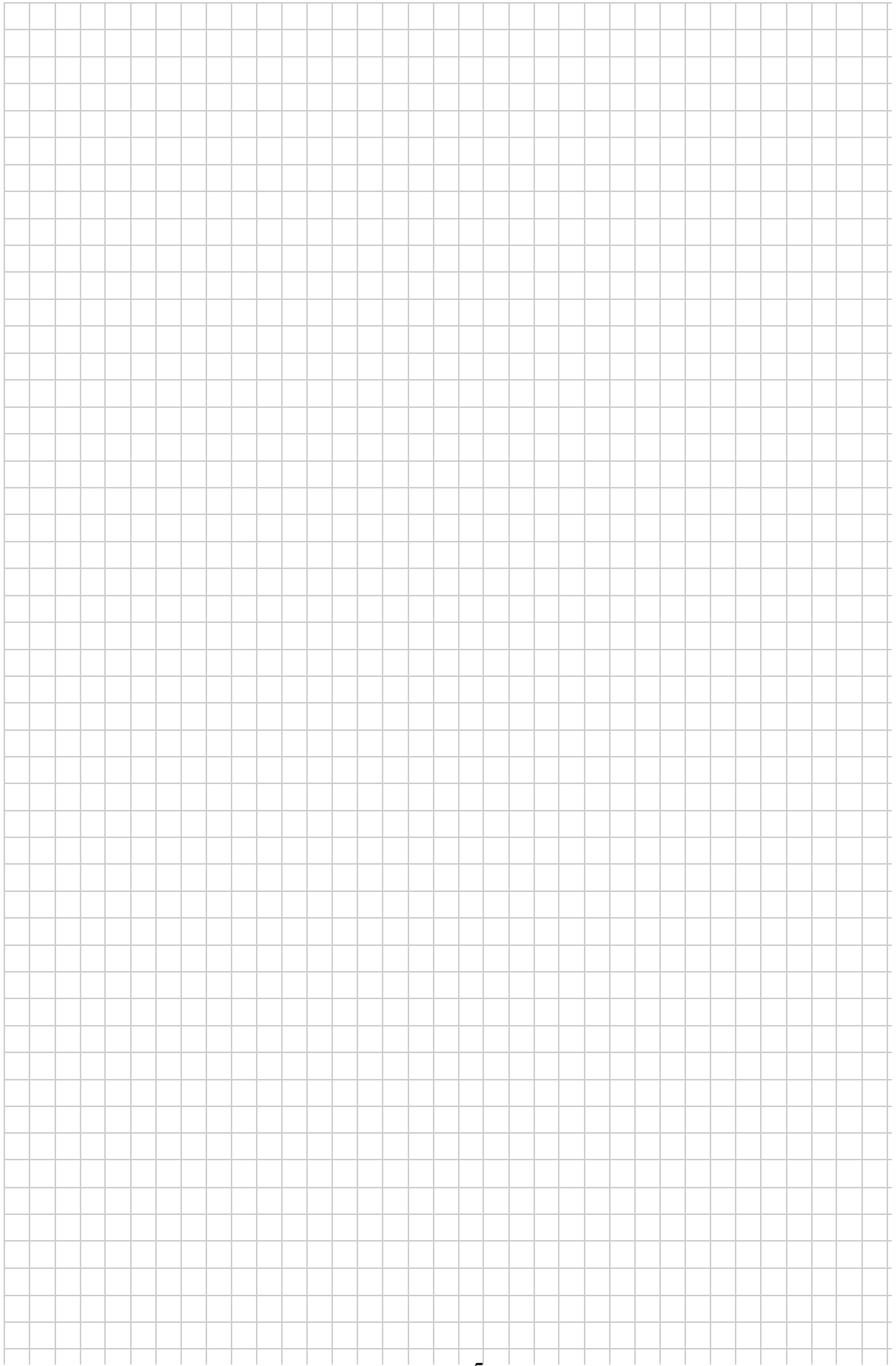
А	В	С	Д	Е
Прямая	Квадрат	Парабола	Гипербола	Другая кривая

7. Решите уравнение $|x-1| - |x-2| = 1$.

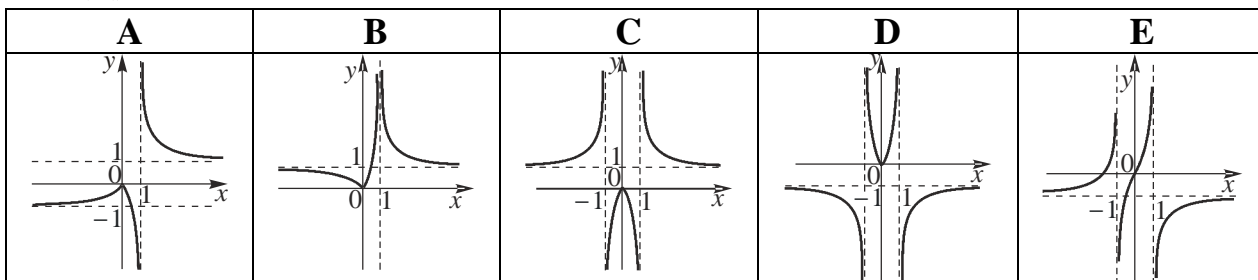
А	В	С	Д	Е
1	1; 2	4	0; 1	$[2; +\infty)$

8. Вычислите $2,3 \cdot 1\frac{1}{3} - 1,6 : 1\frac{1}{2}$.

А	В	С	Д	Е
1,3	2	0,5	0	-2,1



9. Какой из приведенных графиков является графиком функции $y = |x|/(x-1)$?



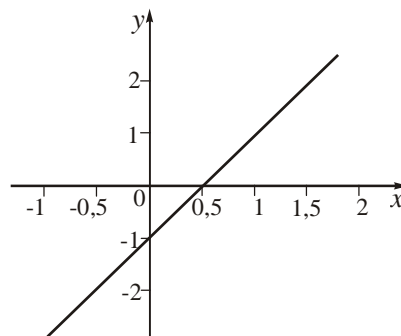
10. “Остаток от деления многочлена $P_n(x)$ на двучлен $x - a$ равен значению многочлена при $x = a$ ”. Это теорема...

A	B	C	D	E
Пифагора	Основная теорема алгебры	Виета	Безу	Ферма

11. Укажите область определения функции $y = \sqrt{x+2} + \sqrt{5-x}$.

A	Б	В	Г	Д
$[-2; 5]$	$(-\infty; 2]$	$[0; +\infty)$	$(-\infty; +\infty)$	5

12. По виду графика функции $y = kx + b$ определить знаки коэффициентов k и b . Выберите правильное утверждение.



A	B	C	D	E
$\begin{cases} k > 0 \\ b < 0 \end{cases}$	$\begin{cases} k > 0 \\ b > 0 \end{cases}$	$\begin{cases} k < 0 \\ b < 0 \end{cases}$	$\begin{cases} k = 0 \\ b < 0 \end{cases}$	$\begin{cases} k < 0 \\ b > 0 \end{cases}$

13. Укажите, сколько вещественных корней имеет уравнение $\frac{x^2 - |x| - 12}{|x - 3|} = 2x$.

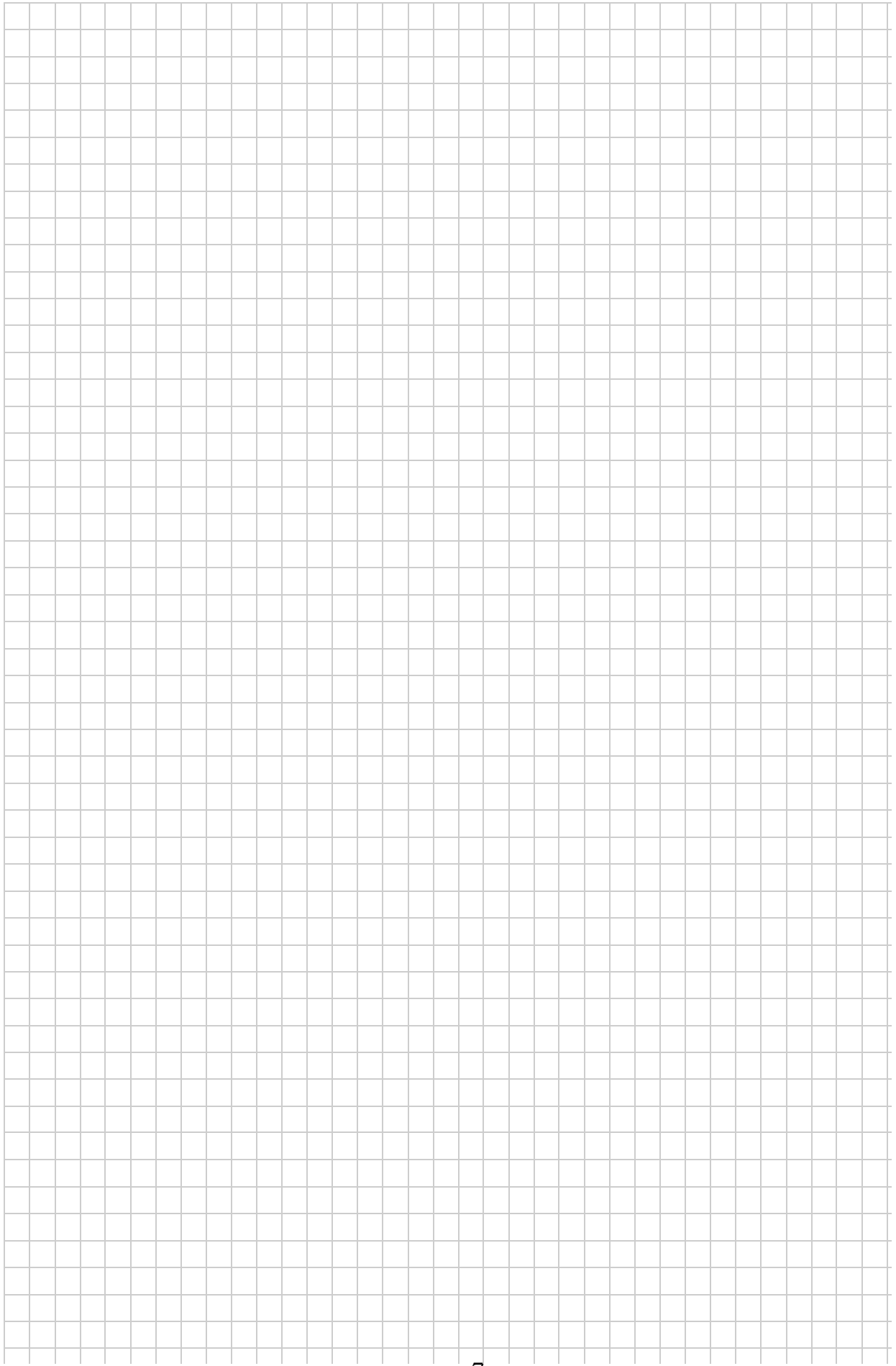
A	B	C	D	E
0	2	1	3	Больше трех

14. При каких значениях a уравнение $\left|x^2 - \frac{3}{2}x - 1\right| = -x^2 - 4x + a$ имеет единственный корень?

A	B	C	D	E
$\frac{3}{16}$	1	4	$-\frac{57}{32}$	$\frac{12}{19}$

15. Схема Горнера применяется для:

A	B	C	D	E
Вычисления дискриминанта	Извлечения квадратного корня	Решения систем уравнений	Деления многочлена на двучлен	Другой ответ



Часть 2

В заданиях 16–24 приведите решения и выпишите ответ.

16. Вычислите $(\sqrt[4]{25} - \sqrt[10]{32})(\sqrt[4]{25} + \sqrt[10]{32}) : \sqrt[4]{81}$.

Ответ: _____.

17. Дано уравнение $ax^2 + bx + c = 0$, его корни x_1 и x_2 . Составить новое квадратное уравнение, корни которого были бы $x_1 + \frac{1}{x_1}$ и $x_2 + \frac{1}{x_2}$.

Ответ: _____.

18. Разделите многочлен $P_3(x) = x^3 - 9x^2 + 27x - 27$ на многочлен $Q_2(x) = x^2 - 2x + 4$.

Ответ: _____.

19. Упростите выражение $\left(\frac{1}{2+2\sqrt{a}} + \frac{1}{2-2\sqrt{a}} - \frac{a^2+1}{1-a^2} \right) \left(1 + \frac{1}{a} \right)$.

Ответ: _____.

20. Решите систему уравнений $\begin{cases} x^2 + y^2 = 17, \\ x + y + xy = 9. \end{cases}$

Ответ: _____.

21. Решите уравнение $\sqrt{x^2 - 4x + 4} - \sqrt{x^2 - 6x + 9} = \sqrt{x^2 - 2x + 1}$.

Ответ: _____.

22. Вкладчик взял из банка сначала $\frac{1}{4}$ своих денег, потом $\frac{4}{9}$ оставшихся и еще 64 грн. После этого у него осталось на счету $\frac{3}{20}$ всех его денег. Как велик был вклад?

Ответ: _____.

23. Решите уравнение $\frac{5(6-x)}{x-2} = \frac{10(5-x)}{3(x-4)} - \frac{11}{3} \cdot \frac{6-x}{x-4}$.

Ответ: _____.

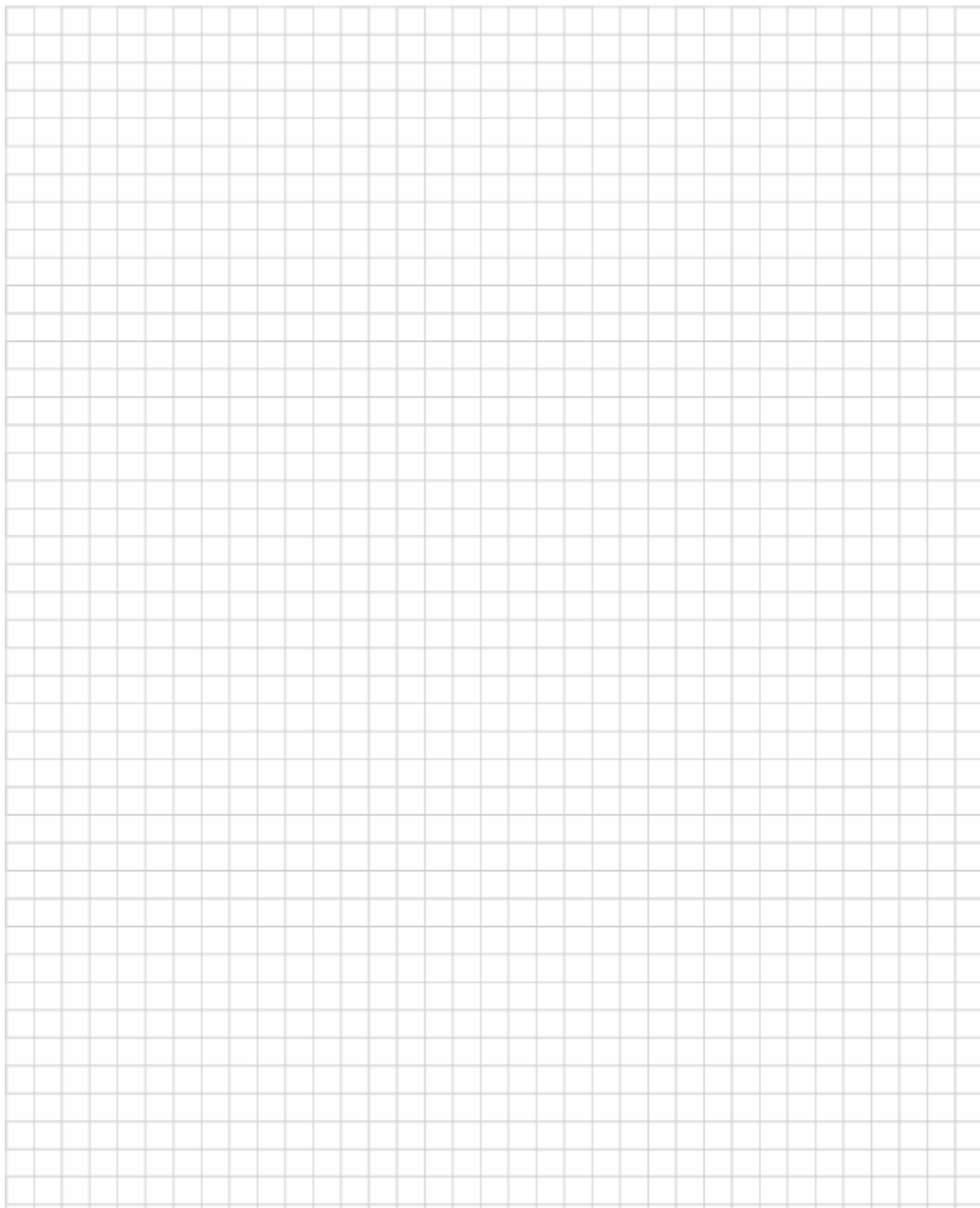
24. Решите уравнение $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)=120$. В ответ запишите сумму корней.

Ответ: _____.

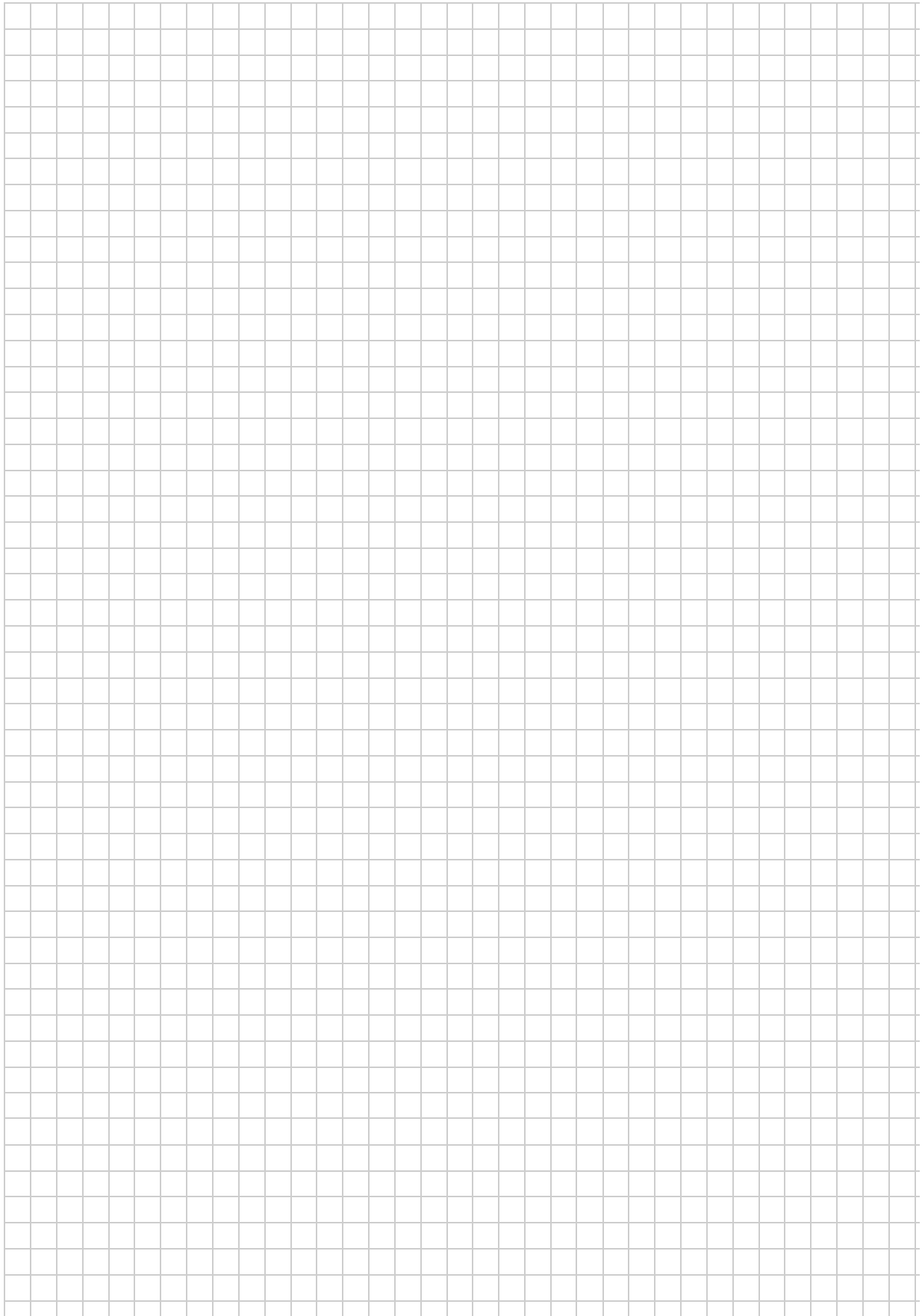
Часть 3

Решения заданий 25–27 должны иметь объяснения. Запишите последовательные логические действия и объяснения, сделайте ссылки на математические факты, из которых вытекает то или иное утверждение. Если необходимо, проиллюстрируйте решения заданий схемами, графиками, таблицами.

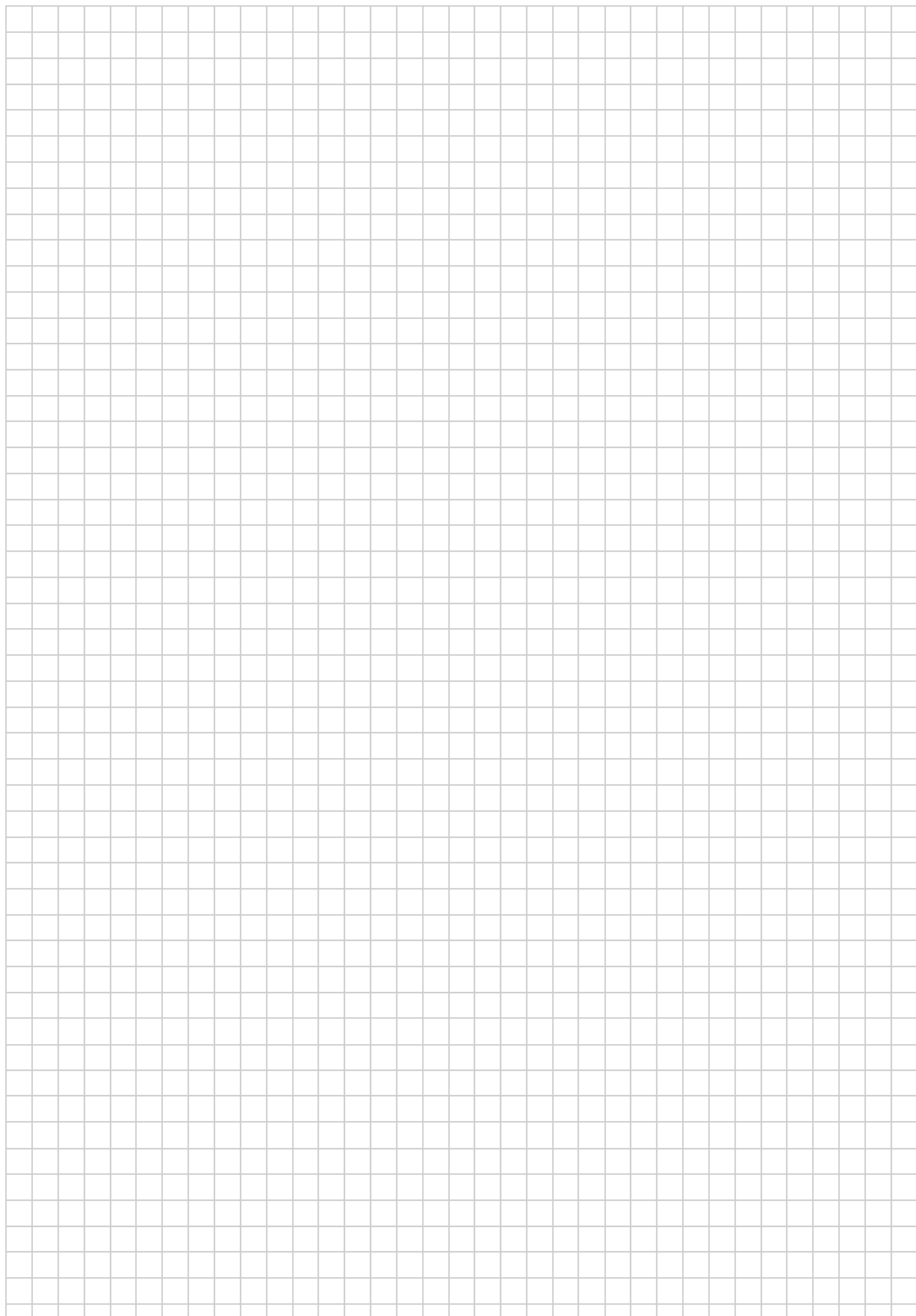
25. Постройте график функции $y = \sqrt{(4 - |x|)(4 + |x|)}$.



26. Решите уравнение $\sqrt{x - \frac{1}{x}} - \sqrt{1 - \frac{1}{x}} = \frac{x-1}{x}$.



27. При каких значениях a корни уравнения $x^2 - 4ax + 1 = 0$ действительные и удовлетворяют условиям $x_1 \geq a; x_2 \geq 0$?



Тест 2. Алгебраические неравенства

Время выполнения 120 минут.

Часть 1

Задания 1–15 имеют по пять вариантов ответов, только **ОДИН** из которых **ПРАВИЛЬНЫЙ**. Выберите, по вашему мнению, правильный ответ и отметьте его так, как показано в образце.

1. Найти область допустимых значений неравенства $\sqrt{4-x} > x-1$.

A	B	C	D	E
$[0;4]$	$(-\infty;4]$	$[1;4]$	$(-\infty;4)$	$(1;+\infty)$

2. Решением неравенства $\frac{1}{x} > 1$ является

A	B	C	D	E
$(1;+\infty)$	$(0;1)$	$(-\infty;1)$	$(0;+\infty)$	\emptyset

3. Решением неравенства $|x-2| \leq 3$ является

A	B	C	D	E
$[-1;5]$	$[2;5]$	$(-\infty;5]$	$[-3;3]$	$[2;3]$

4. Областью определения функции $y = \sqrt{x^2 + 4x + 13}$ является

A	B	C	D	E
$(-\infty;+\infty)$	\emptyset	$(0;+\infty)$	$[0;+\infty)$	Другой ответ

5. Решением неравенства $x^2 \leq 9$ является

A	B	C	D	E
$[3;+\infty)$	$(-\infty;3]$	$[0;3]$	$(-3;+3)$	$[-3;+3]$

6. Решением неравенства $x^2 > 5$ является

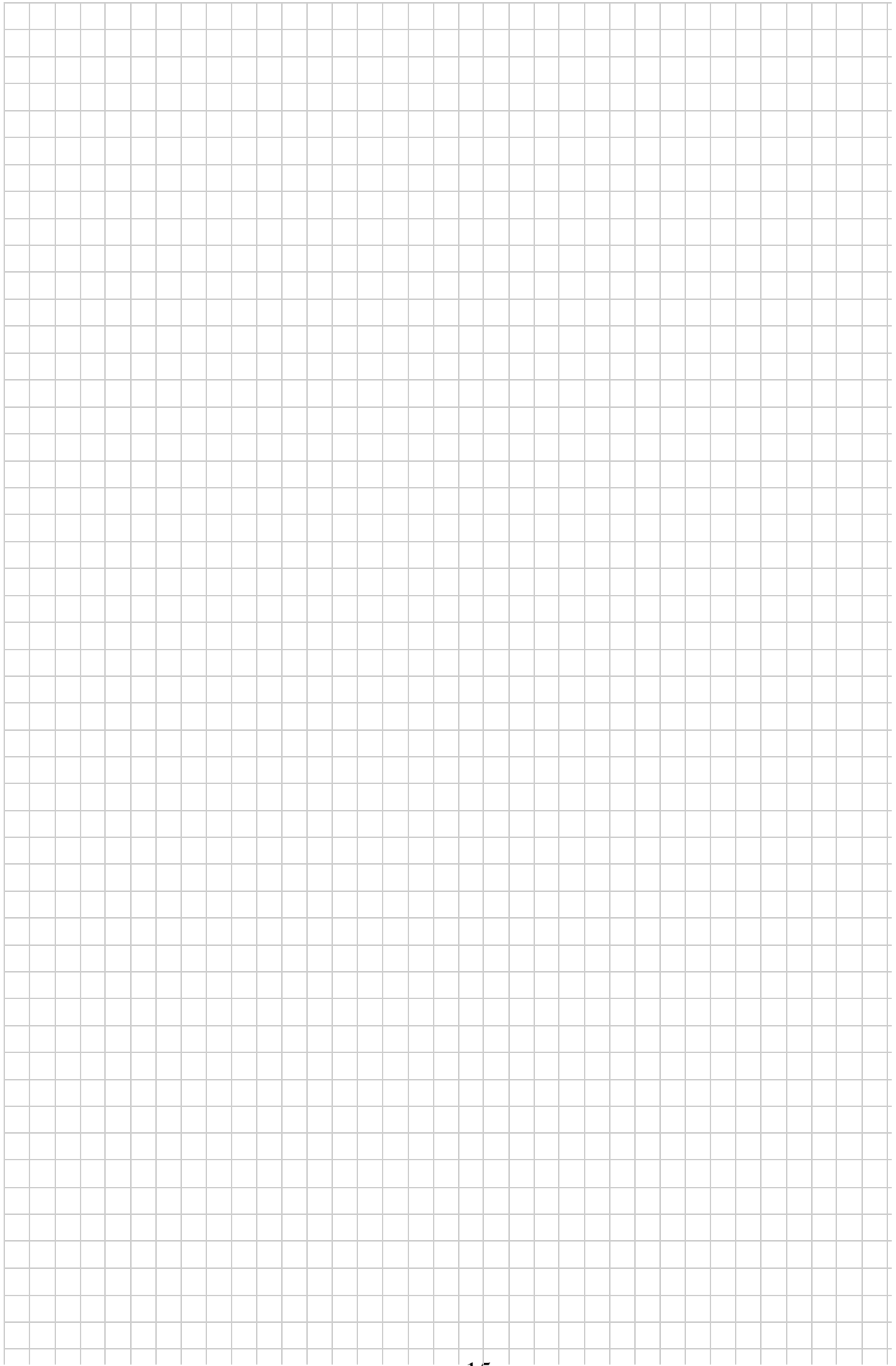
A	B	C	D	E
$(-\sqrt{5};\sqrt{5})$	$[\sqrt{5};+\infty)$	$(\sqrt{5};+\infty)$	$(-\infty;-\sqrt{5}] \cup [\sqrt{5};+\infty)$	$(-\infty;-\sqrt{5}) \cup (\sqrt{5};+\infty)$

7. Решением неравенства $x^2 - 5x + 6 \leq 0$ является

A	B	C	D	E
$(-\infty;2] \cup [3;+\infty)$	$[2;3]$	\emptyset	$(-\infty;+\infty)$	$(-\infty;3]$

8. Решением неравенства $|x-1| + 2x \geq 1$ является

A	B	C	D	E
$\left[\frac{2}{3};+\infty\right)$	$[0;+\infty)$	$[1;+\infty)$	$[0;1]$	$\left[0;\frac{2}{3}\right]$



9. Решением неравенства $\frac{x+1}{x} - \frac{2x}{x+1} \geq 1$ является

A	B	C	D	E
$(-1; +\infty)$	$(-\infty; +\infty)$	$\left[-\frac{1}{2}; 0\right) \cup (0; 1]$	$\left(-1; -\frac{1}{2}\right] \cup (0; 1]$	$\left[-\frac{1}{2}; 1\right]$

10. Решением неравенства $(x-5)\sqrt{x^2-4} \geq 0$ является

A	B	C	D	E
$(-\infty; +\infty)$	$(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$	$[5; +\infty)$	$\{-2\} \cup \{2\} \cup [5; +\infty)$	$\{-2\} \cup \{5\}$

11. Найти область определения функции $y = \sqrt{\frac{x+1}{(x-2)(x-3)}}$.

A	B	C	D	E
$(-\infty; -1) \cup (2; 3)$	$(-\infty; -1] \cup (2; 3)$	$[-1; 2) \cup (3; +\infty)$	$(-1; 2) \cup (3; +\infty)$	$(-1; 3)$

12. Решением неравенства $\frac{1}{x-1} + \frac{x-2}{x} \geq 1$ является

A	B	C	D	E
$(-\infty; 2]$	$(0; 1) \cup (2; +\infty)$	$(-\infty; 0) \cup (1; 2]$	$(0; 1) \cup [2; +\infty)$	$[2; +\infty)$

13. Решением неравенства $x^2 - 5x + 7 > 0$ является

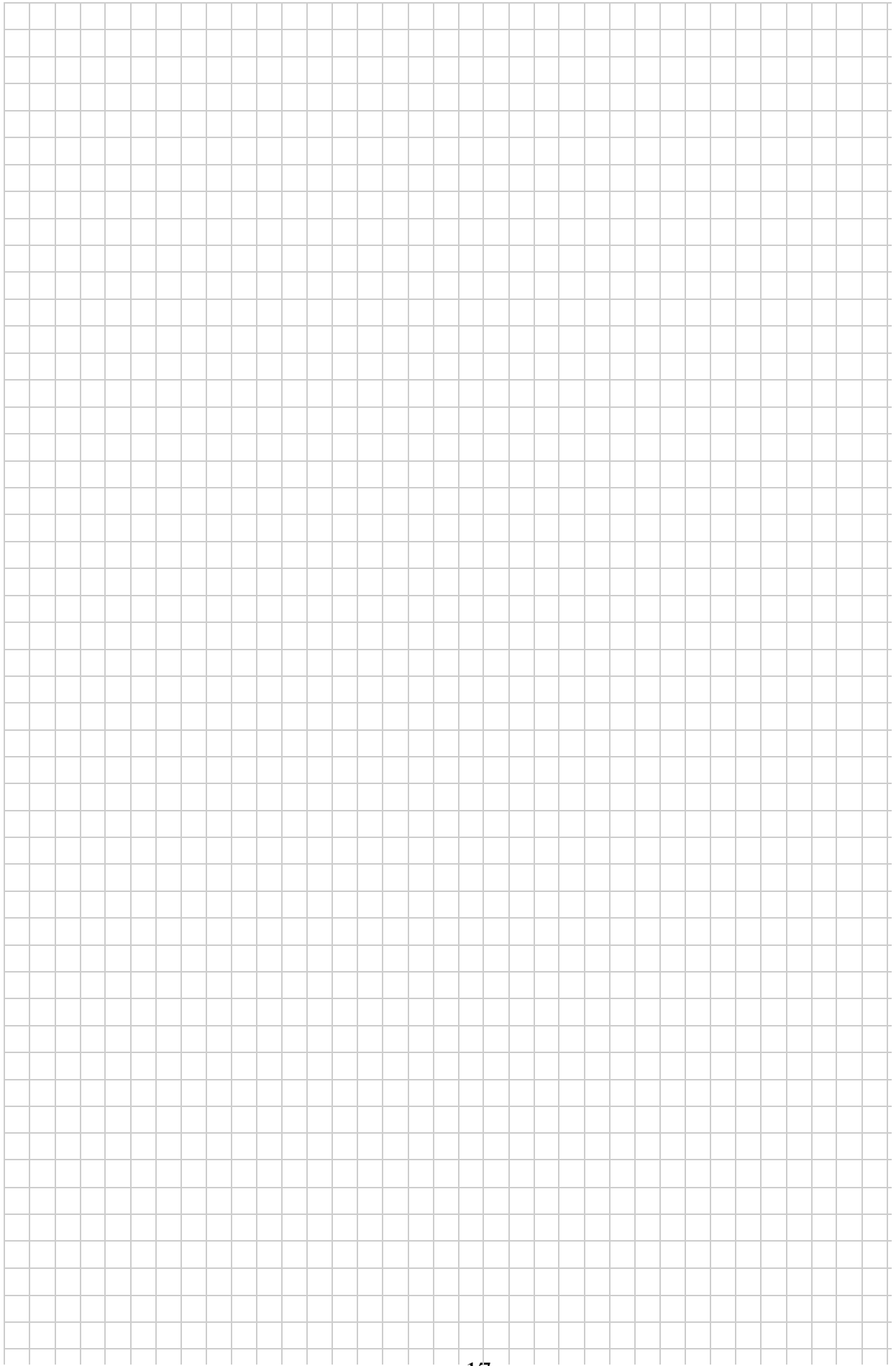
A	B	C	D	E
$(0; +\infty)$	\emptyset	$(-\infty; +\infty)$	$(5; 7)$	Другой ответ

14. Неравенство $|x^2 - 5x| \leq 3$ равносильно

A	B	C	D	E
$-3 \leq x^2 - 5x$	$-3 < x^2 - 5x < 3$	$-3 \leq x^2 - 5x \leq 3$	$0 \leq x^2 - 5x \leq 3$	$\begin{cases} x^2 - 5x \geq 3 \\ x^2 - 5x \leq -3 \end{cases}$

15. Неравенство $|x^2 + 7x| > 2$ равносильно

A	B	C	D	E
$x^2 + 7x < -2$	$-2 \leq x^2 + 7x \leq 2$	$x^2 + 7x > 2$	$-2 < x^2 + 7x < 2$	$\begin{cases} x^2 + 7x > 2 \\ x^2 + 7x < -2 \end{cases}$



Часть 2

В заданиях 16–22 приведите решения и выпишите ответ.

16. Решить неравенство $(x^2 - 1)(x + 3)^2(2 - x) \geq 0$.

Ответ: _____.

17. Решить неравенство $\sqrt{5 - x} \geq x + 1$.

Ответ: _____.

18. Решить неравенство $\sqrt{x^2 + x - 2} < x$.

Ответ: _____.

19. Решить неравенство $\frac{x^4 - 5x^2 + 4}{x - 1} < 0$.

Ответ: _____.

20. Решить неравенство $\left| \frac{2}{x - 4} \right| > 1$.

Ответ: _____.

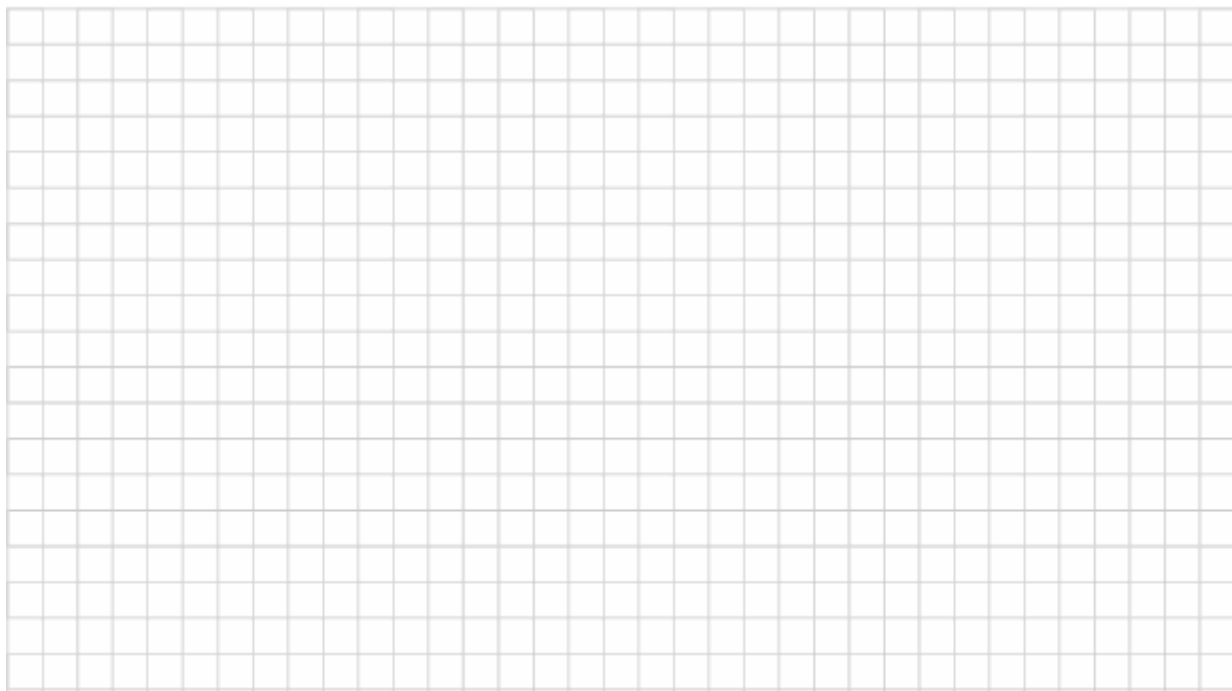
21. Решить неравенство $\sqrt{x^2 - 5x - 24} > x + 2$.

Ответ: _____.

Часть 3

Решения заданий 22–26 должны иметь объяснения. Запишите последовательные логические действия и объяснения, сделайте ссылки на математические факты, из которых вытекает то или иное утверждение. Если необходимо, проиллюстрируйте решения заданий схемами, графиками, таблицами.

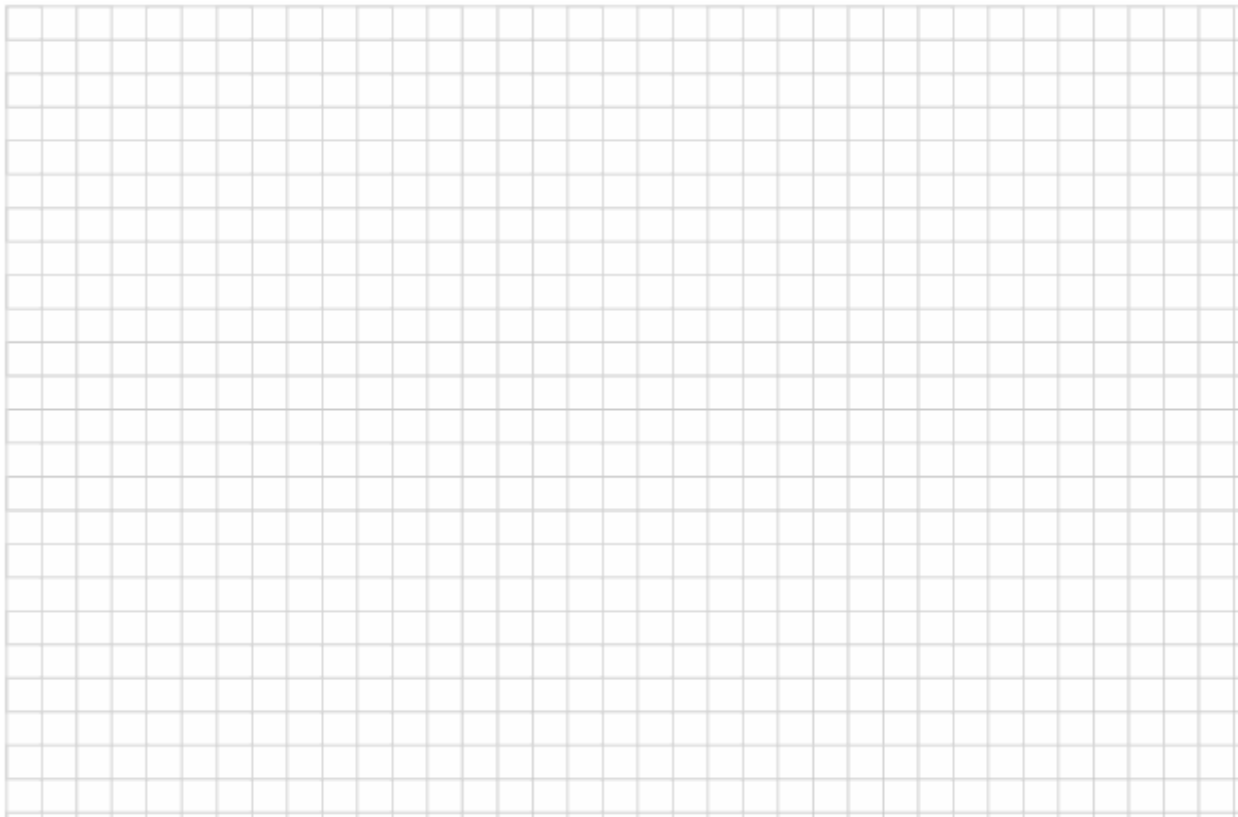
22. Решить неравенство $3\sqrt{x} - \sqrt{5x+5} > 1$.



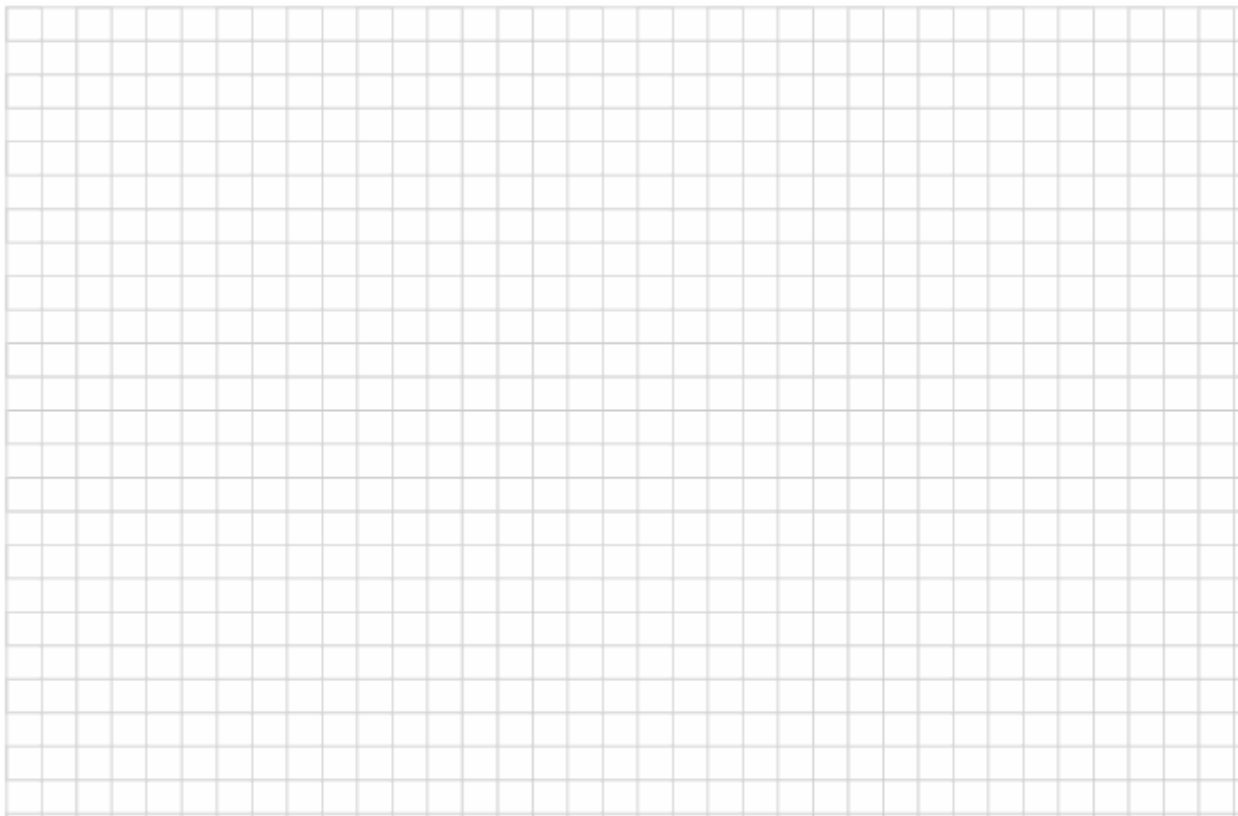
23. Решить неравенство $\frac{1 - \sqrt{1 - 4x^2}}{x} < 3$.



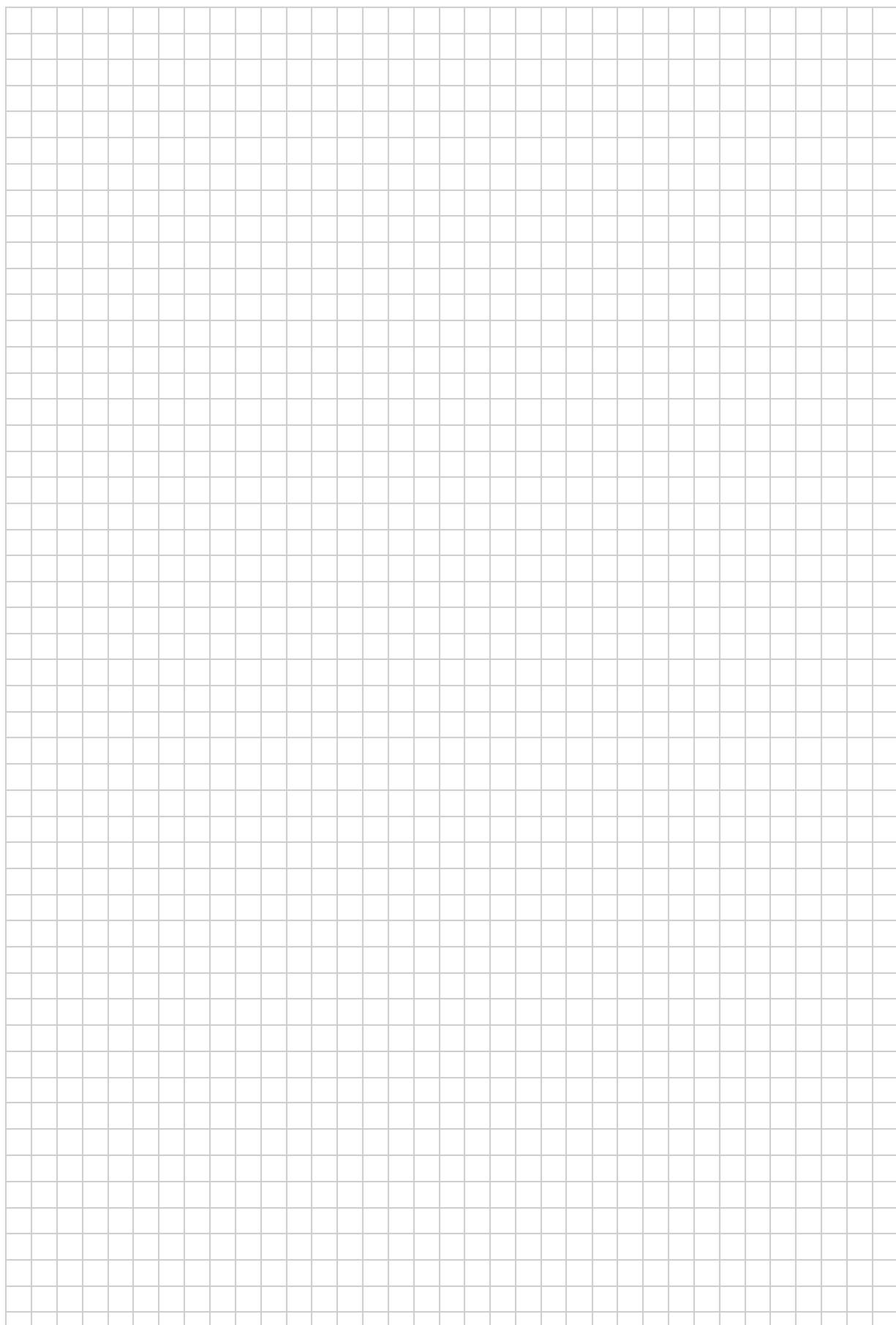
24. Решить неравенство $\sqrt{x + \frac{1}{x^2}} + \sqrt{x - \frac{1}{x^2}} > \frac{2}{x}$.

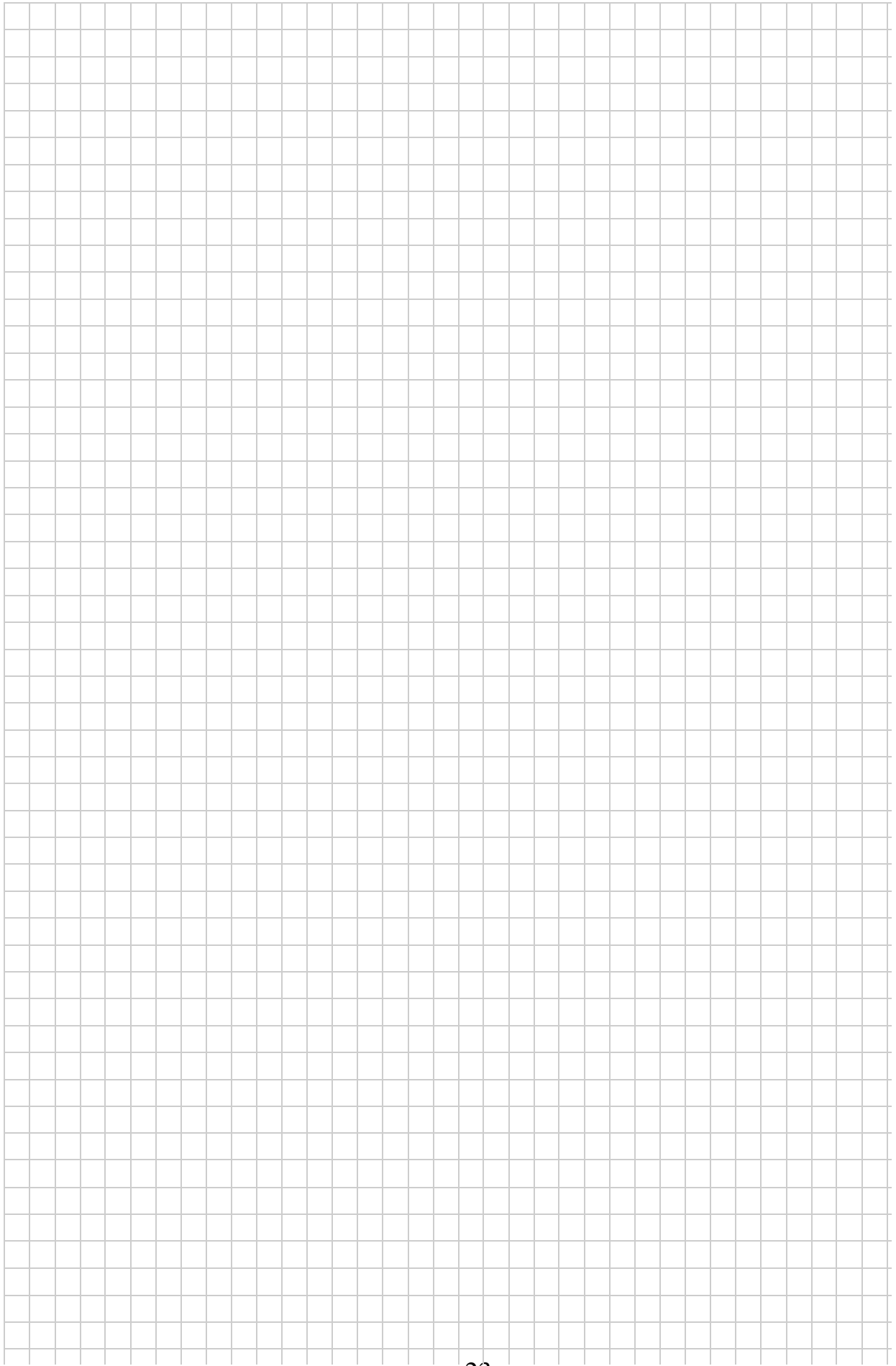


25. Решить неравенство $\sqrt{x+1} - 1 > \sqrt{1 - \frac{1}{x}}$.



26. Решить неравенство $\sqrt[4]{15+x} - \sqrt[4]{2-x} > 1$.





Тест 3. Логарифмическая и показательная функции

Время выполнения 120 минут.

Часть 1

Задания 1–15 имеют по пять вариантов ответов, только **ОДИН** из которых **ПРАВИЛЬНЫЙ**. Выберите, по вашему мнению, правильный ответ и отметьте его так, как показано в образце.

1. Вычислите $\log_{12} 2 + \log_{12} 6$.

A	B	C	D	E
0	2	1	6	12

2. Вычислите $\log_{27} 81$.

A	B	C	D	E
3	1	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{3}$	0

3. Упростите $\frac{\log_{27} 8}{\log_3 2}$.

A	B	C	D	E
1	3	-1	-2	0

4. $A = \frac{\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[4]{8}}{\sqrt{12}}$. Выразите $\lg A$ через логарифмы простых чисел.

A	B	C	D	E
$\frac{1}{3} \lg 2 - \frac{1}{2} \lg 3$	1	$\frac{1}{12} \lg 2 - \frac{1}{2} \lg 3$	$\frac{1}{4} \lg 3 - \lg 4$	$\frac{\lg 2}{\lg 3}$

5. Найдите область определения функции $y = \log_2(1 - x^2)$.

A	B	C	D	E
$(0; +\infty)$	$(-1; 1)$	$(-1; 0)$	$(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$	$(1; +\infty)$

6. Решите уравнение $2^x \cdot 3^x = 36$.

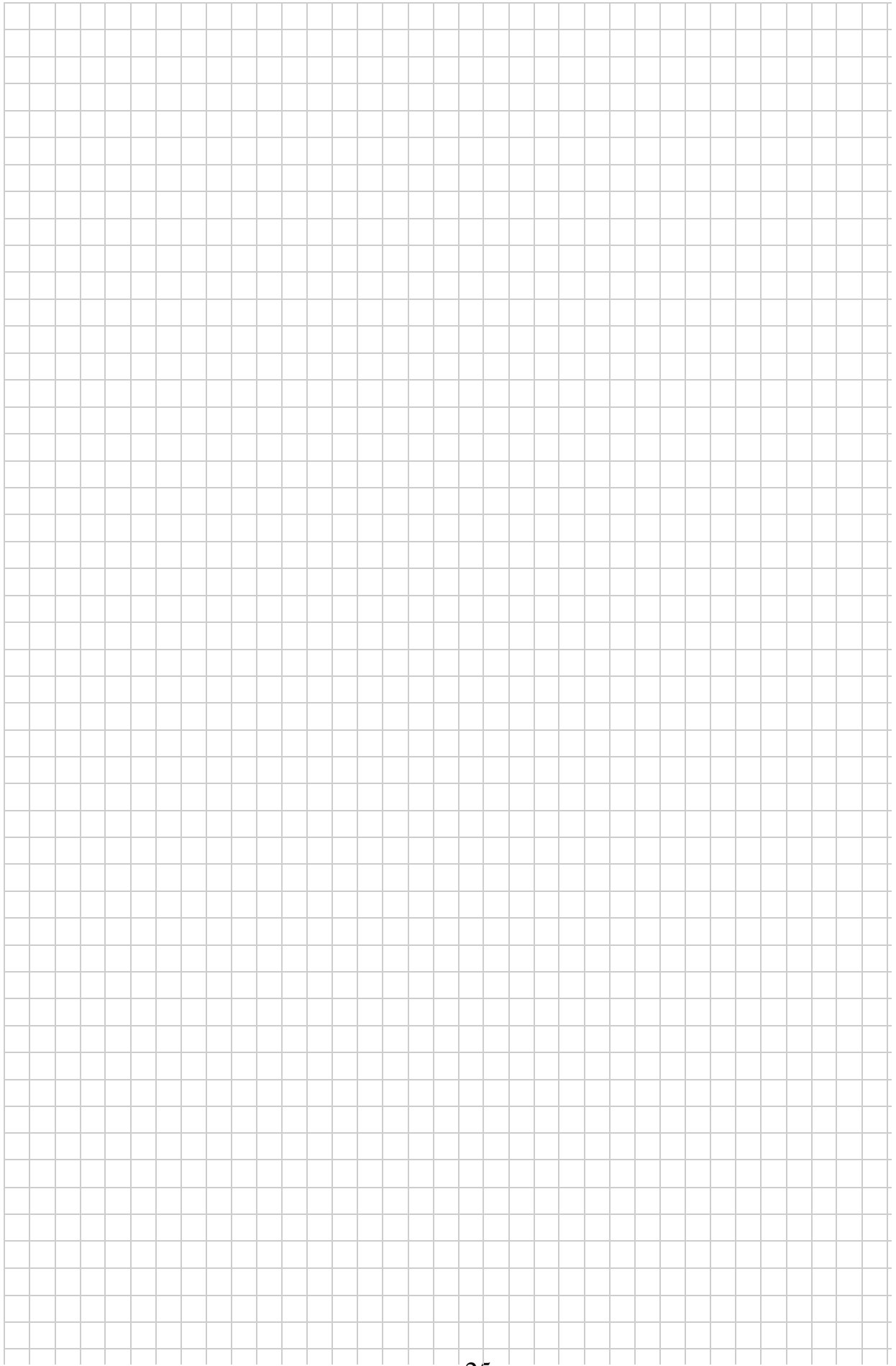
A	B	C	D	E
4	1	2	$\frac{1}{2}$	0

7. Решите уравнение $\log_x(2 - x) = 0$.

A	B	C	D	E
1	\emptyset	2	0,5	$(-\infty; 2)$

8. Решите уравнение $\lg(x - 9) + \lg(2x - 1) = 2$.

A	B	C	D	E
12	13	14	15	10



9. Решите уравнение $\log_5^2 x - \log_5 x = 2$.

A	B	C	D	E
$\frac{1}{5}$	25	5	{1;25}	$\left\{\frac{1}{5};25\right\}$

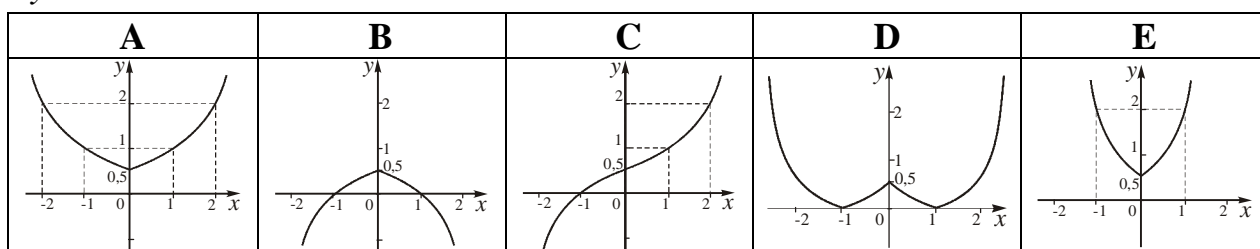
10. Решите неравенство $2^{x+3} - 2^x \leq 112$.

A	B	C	D	E
$(-\infty;4)$	$(0;4]$	$(-\infty;4]$	$[4;+\infty)$	$(-3;0)$

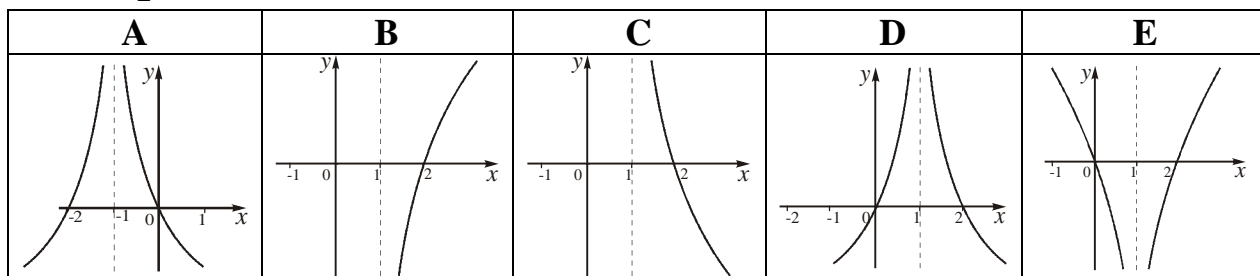
11. Найдите все числа a , для которых $\lg(a+3) < \lg 2$.

A	B	C	D	E
$(-3;-1)$	$(-3;+\infty)$	$(0;+\infty)$	4	$(-\infty;-1)$

12. Какой из приведенных графиков является графиком функции $y = 2^{|x|-1}$?



13. Какой из приведенных графиков является графиком функции $y = \log_1 \left| \frac{x-1}{2} \right|$?

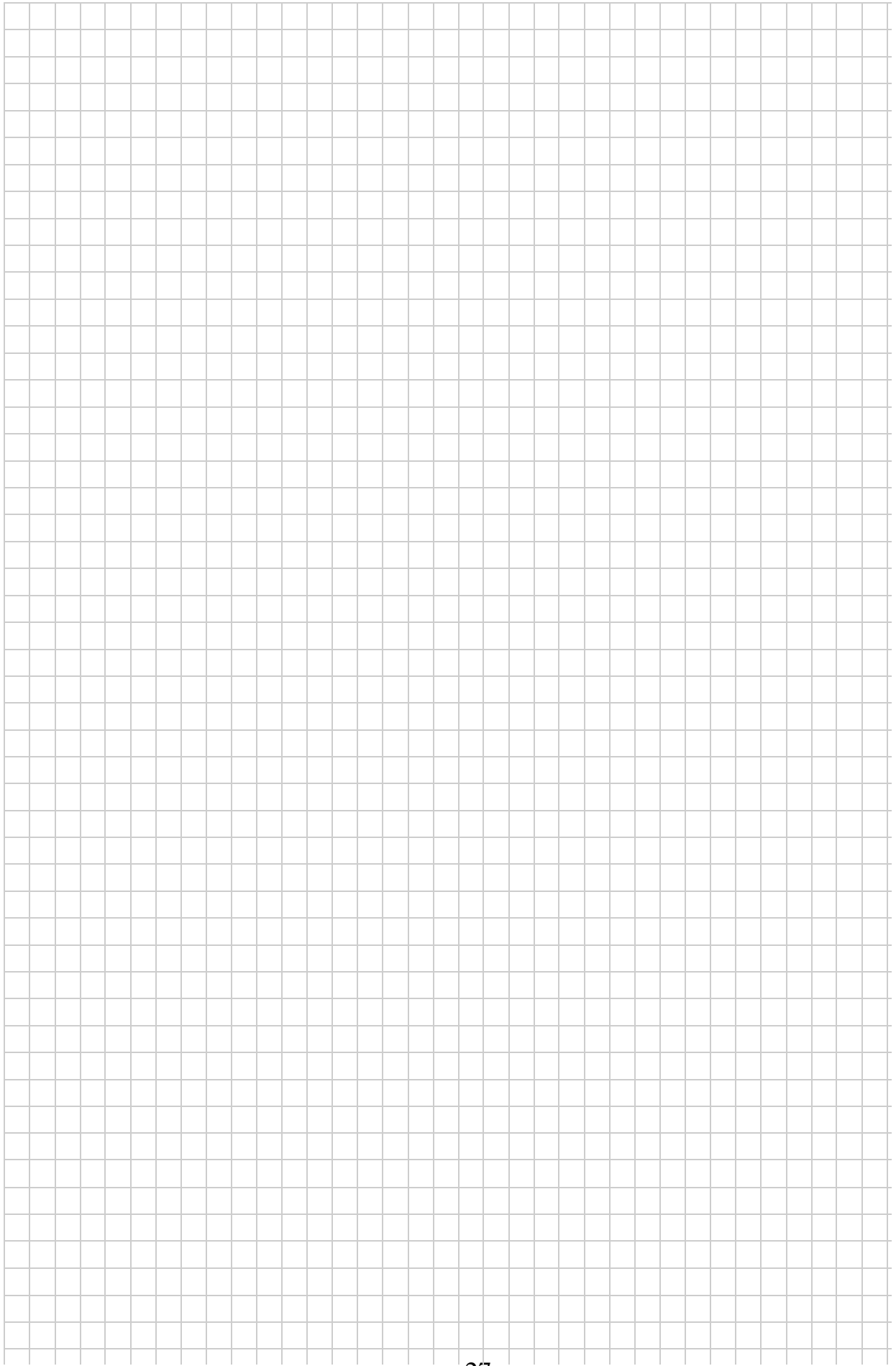


14. Сравните числа $\log_2 \cos \frac{p}{4}$ и $\log_2 \operatorname{tg} \frac{p}{6}$.

A	B	C	D	E
$\log_2 \cos \frac{p}{4} = \log_2 \operatorname{tg} \frac{p}{6}$	$\log_2 \cos \frac{p}{4} < \log_2 \operatorname{tg} \frac{p}{6}$	$\log_2 \cos \frac{p}{4} = \sqrt{3} \cdot \log_2 \operatorname{tg} \frac{p}{6}$	$\log_2 \cos \frac{p}{4} > \log_2 \operatorname{tg} \frac{p}{6}$	$\log_2 \operatorname{tg} \frac{p}{6} = 2 \cdot \log_2 \cos \frac{p}{4}$

15. Решите уравнение $\log_2 |x+1| = -1$.

A	B	C	D	E
$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\left\{-\frac{1}{2};-\frac{3}{2}\right\}$	$\frac{3}{2}$



Часть 2

В заданиях 16–24 приведите решения и выпишите ответ.

16. Вычислите $-\log_5 \log_3 \sqrt{\sqrt[5]{9}}$.

Ответ: _____.

17. Решите неравенство $\log_{\frac{1}{2}}(4x) + \log_2 \frac{x^2}{8} \geq 0$.

Ответ: _____.

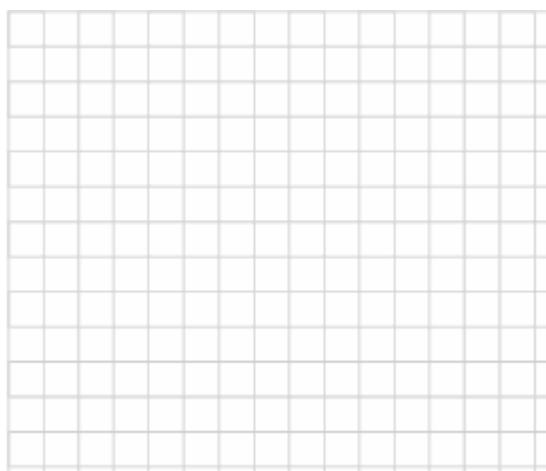
18. Решите уравнение $3^{|x|} - (3^{x+2} - 9) = 3^{x+2}$.

Ответ: _____.

19. Решите уравнение $\lg(\lg x) + \lg(\lg x^4 - 3) = 0$.

Ответ: _____.

20. Постройте график функции $y = \log_2 \log_{x-1}(x-1)^4$.



21. Решите уравнение $\left(\sqrt[3]{\sqrt{3}-\sqrt{2}}\right)^x = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$.

Ответ: _____.

22. Решите уравнение $3^{\sqrt{7x} - \frac{\sqrt{7x+5}}{\sqrt{7x-1}}} = 9 \cdot (0,3)^{-3}$.

Ответ: _____.

23. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \log_2 xy = 3, \\ \log_{\frac{1}{2}} \frac{x}{y} = 1. \end{cases}$$

Ответ: _____.

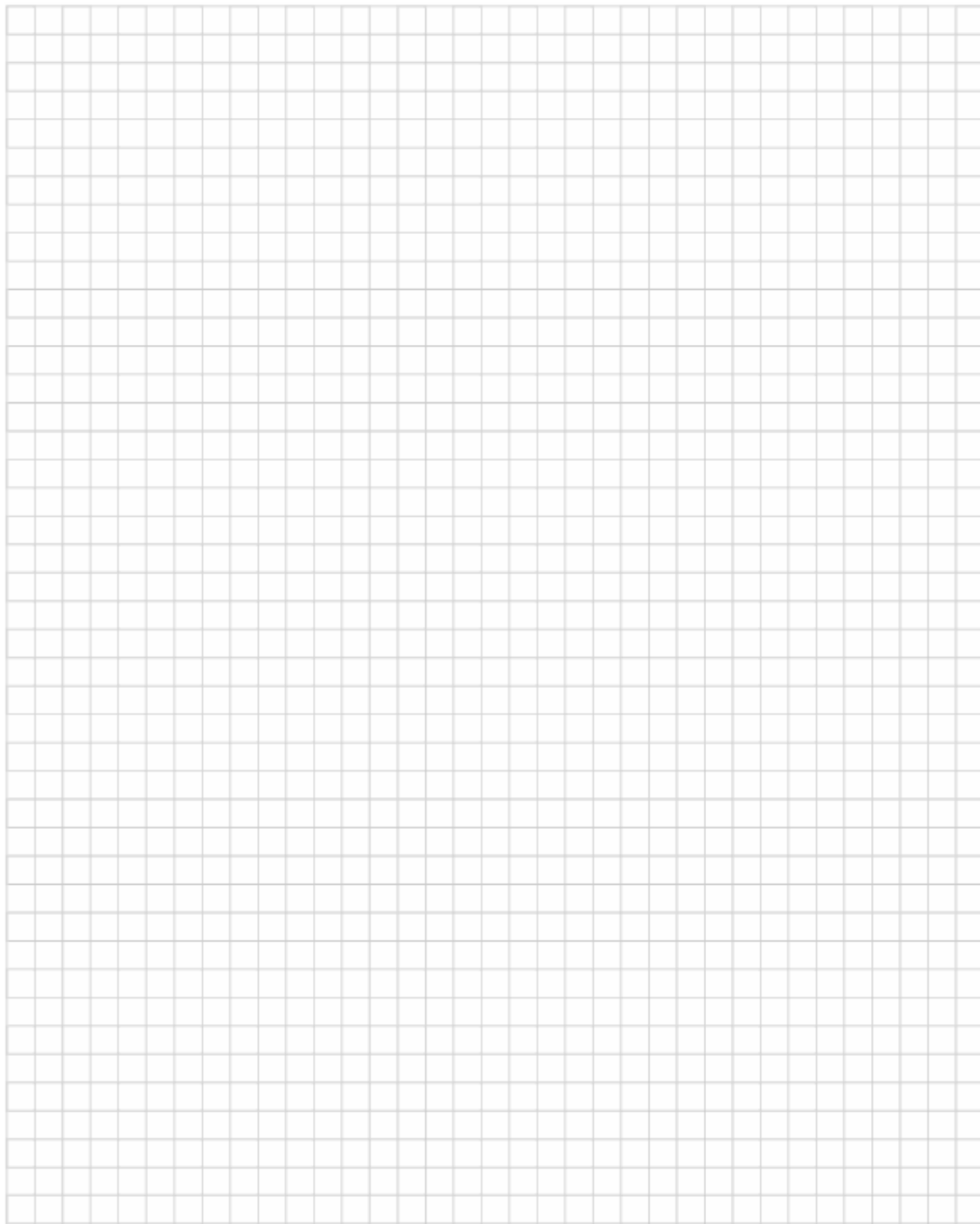
24. Найдите $\log_{70} 32$, если $\log_{70} 5 = a$ и $\log_{70} 7 = b$.

Ответ: _____.

Часть 3

Решения заданий 25–27 должны иметь объяснения. Запишите последовательные логические действия и объяснения, сделайте ссылки на математические факты, из которых вытекает то или иное утверждение. Если необходимо, проиллюстрируйте решения заданий схемами, графиками, таблицами.

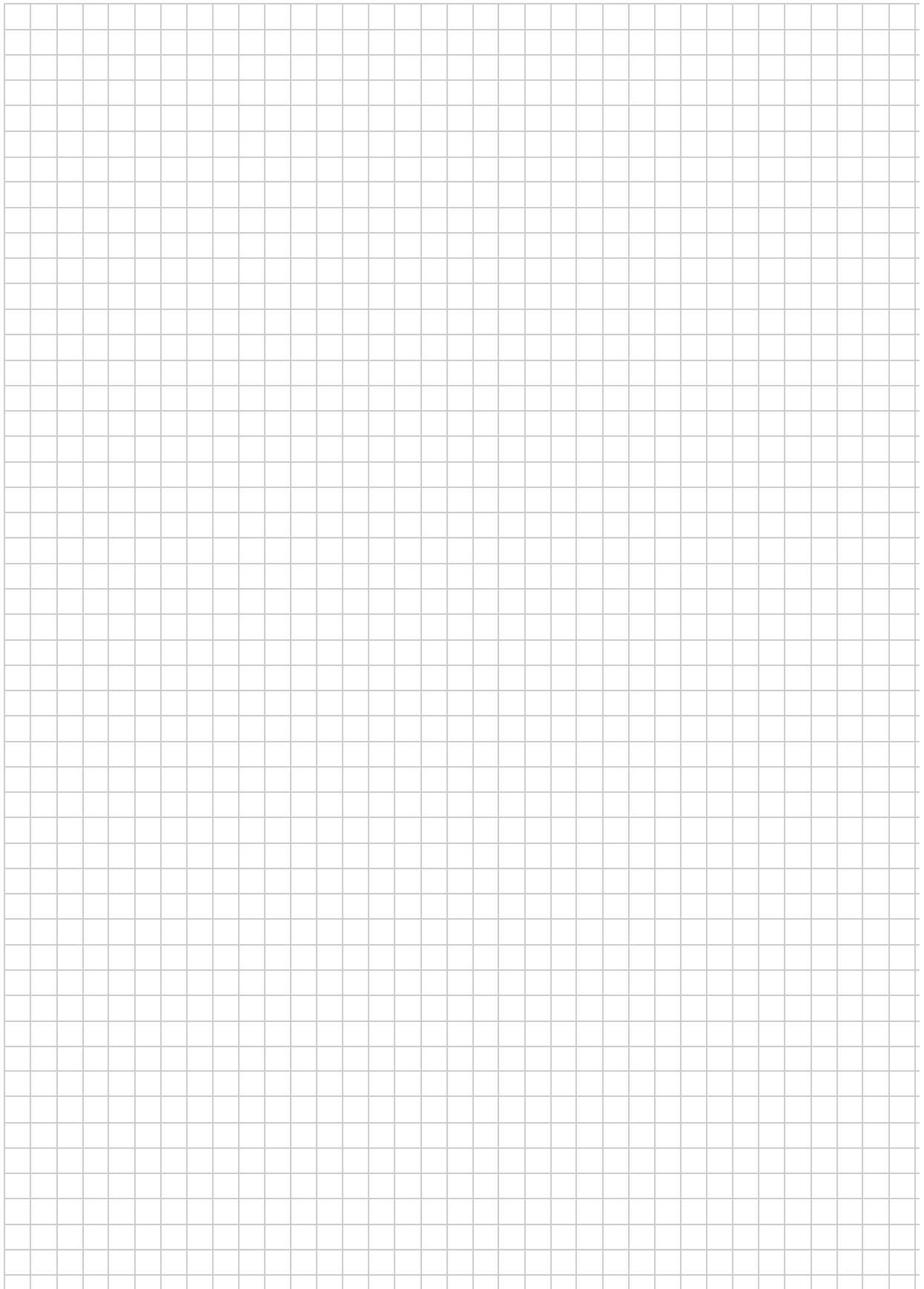
25. Решите неравенство $4x^2 + 3^{\sqrt{x}+1} + x \cdot 3^{\sqrt{x}} < 2x^2 \cdot 3^{\sqrt{x}} + 2x + 6$.



26. Решите неравенство $2^{2\arcsin x} - 3 \cdot 2^{\arcsin x} + 2 > 0$.



27. Найдите область определения функции $y = \frac{\sin x}{1 - \lg(x^2 - 1)}$.



Тест 4. Тригонометрия
Время выполнения 180 минут.

Часть 1

Задания 1–20 имеют по пять вариантов ответов, только **ОДИН** из которых **ПРАВИЛЬНЫЙ**. Выберите, по вашему мнению, правильный ответ и отметьте его так, как показано в образце.

1. Расположить числа по возрастанию: $\sin 30^\circ$, $\operatorname{tg} p$, $\cos \frac{2p}{3}$.

A	B	C	D	E
$\cos \frac{2p}{3}; \sin 30^\circ;$ $\operatorname{tg} p$	$\cos \frac{2p}{3}; \operatorname{tg} p;$ $\sin 30^\circ$	$\operatorname{tg} p; \cos \frac{2p}{3};$ $\sin 30^\circ$	$\sin 30^\circ; \cos \frac{2p}{3};$ $\operatorname{tg} p$	$\operatorname{tg} p; \sin 30^\circ; \cos \frac{2p}{3}$

2. Выразить в радианах угол в 50° .

A	B	C	D	E
$\frac{2p}{3}$	$\frac{p}{3}$	$\frac{5p}{18}$	$\frac{7p}{9}$	$\frac{p}{8}$

3. Вычислить без таблиц и калькулятора значение функции $\sin 990^\circ$.

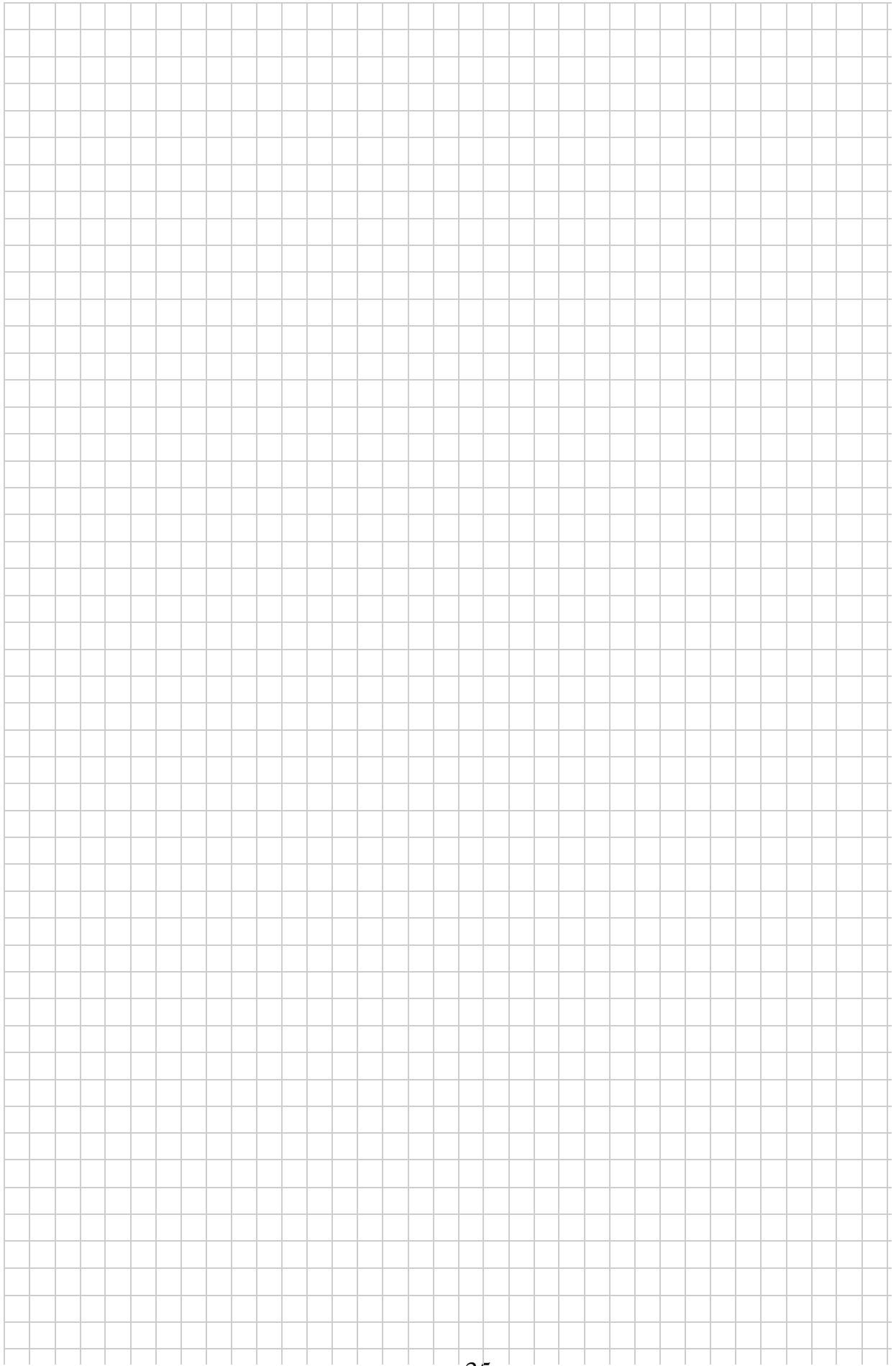
A	B	C	D	E
-1	0,5	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$

4. Найти значения $\cos a$, $\operatorname{tg} a$, $\operatorname{ctg} a$, если $\sin a = -\frac{1}{2}$, $a \in \left(\frac{3p}{2}, 2p\right)$.

A	B	C	D	E
$\cos a = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\operatorname{tg} a = \frac{\sqrt{3}}{3}$ $\operatorname{ctg} a = \sqrt{3}$	$\cos a = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\operatorname{tg} a = \frac{\sqrt{3}}{3}$ $\operatorname{ctg} a = -\sqrt{3}$	$\cos a = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\operatorname{tg} a = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ $\operatorname{ctg} a = -\sqrt{3}$	$\cos a = \frac{1}{\sqrt{3}}$ $\operatorname{tg} a = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\operatorname{ctg} a = -\frac{2}{\sqrt{3}}$	Нет правильного ответа

5. Упростить выражение $(\sin a + \cos a)^2 + (\sin a - \cos a)^2 + 19$.

A	B	C	D	E
21	17	20	18	Нет правильного ответа



6. Вычислить выражение $\sin 57^\circ \cos 27^\circ - \sin 27^\circ \cos 57^\circ$.

A	B	C	D	E
$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	1

7. Вычислить значение выражения $\frac{17 \sin a - 4 \cos a}{13 \sin a - 16 \cos a}$, если $\operatorname{tg} a = 2$.

A	B	C	D	E
-1	2	$\frac{1}{2}$	1	3

8. Упростить выражение $\frac{\sin(4p - a) \operatorname{tg}\left(\frac{25p}{2} - a\right)}{\cos\left(\frac{9p}{2} + a\right) \operatorname{ctg}(17p - a)}$.

A	B	C	D	E
-1	1	$\frac{1}{\cos^2 a}$	$-\frac{1}{\sin^2 a}$	Нет правильного ответа

9. Дано: $\sin a + \cos a = K$. Найти $\sin^3 a + \cos^3 a$.

A	B	C	D	E
$\frac{K(K^2 - 1)}{2}$	$\frac{K(3 - K^2)}{2}$	$\frac{K(K^2 + 1)}{2}$	$\frac{K(2 - K^2)}{2}$	Нет правильного ответа

10. Найти наименьший период функции $y = \sin 3x - \cos 2x$ или доказать, что периода не существует.

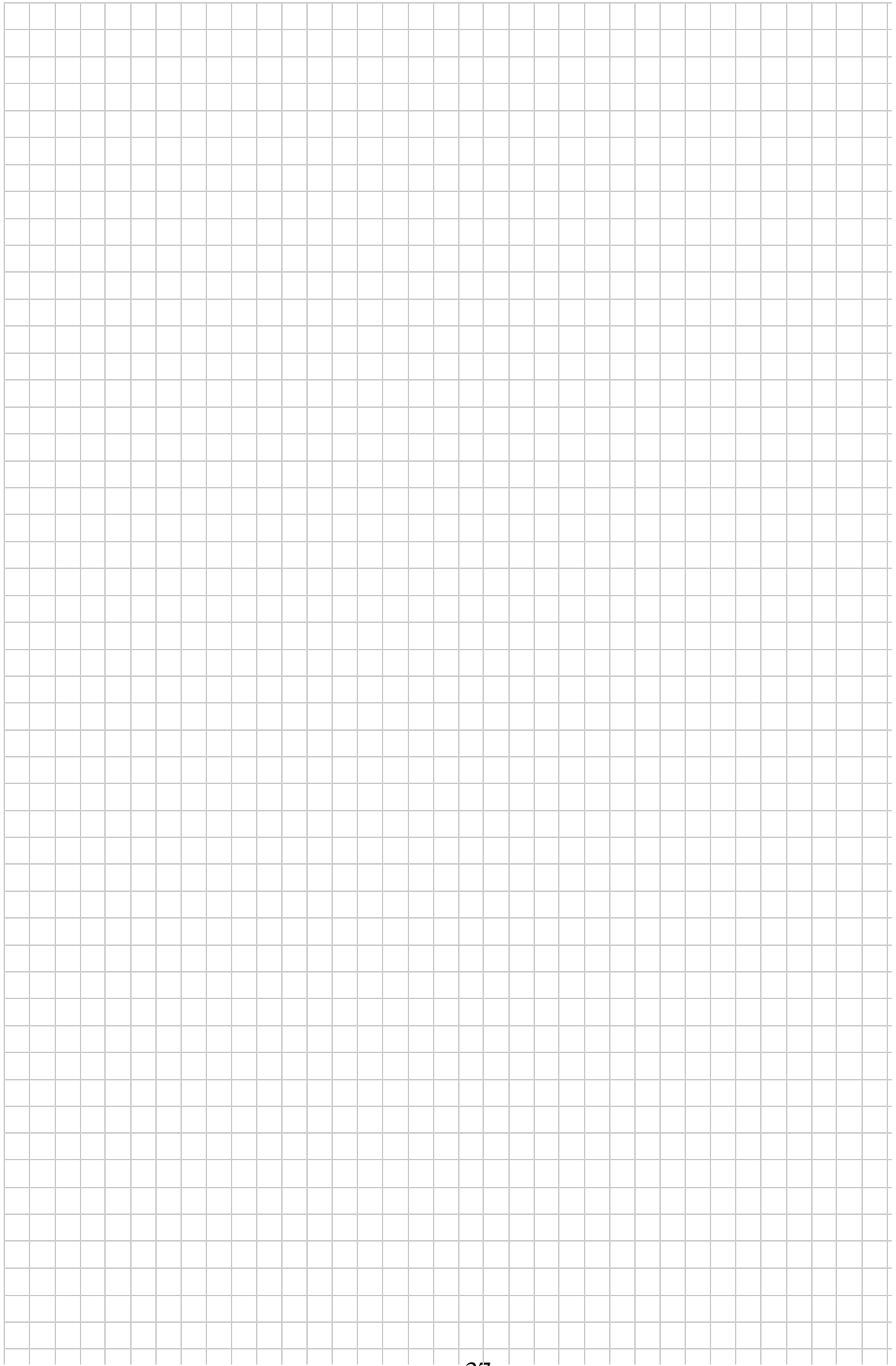
A	B	C	D	E
$\frac{p}{3}$	$\frac{2p}{3}$	p	$2p$	Периода не существует

11. Вычислить $\sqrt{(1 + 2 \operatorname{tg} 45^\circ)^2} + \sqrt{(1 - 4 \sin^2 60^\circ)^2}$.

A	B	C	D	E
5	1	0	4	Нет правильного ответа

12. Вычислить без таблиц и калькулятора $\arcsin\left(\sin \frac{21p}{4}\right)$.

A	B	C	D	E
$-\frac{p}{4}$	$\frac{p}{4}$	$\frac{3p}{4}$	$-\frac{3p}{4}$	Нет правильного ответа



13. Вычислить без таблиц и калькулятора $\operatorname{tg}(\operatorname{arctg}3 + \operatorname{arctg}5)$.

A	B	C	D	E
$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{4}{7}$	$\frac{3}{4}$	Нет правильного ответа

14. Решить уравнение $\operatorname{tg}2x = 1$.

A	B	C	D	E
$-\frac{p}{8} + \frac{pn}{2}, n \in Z$	$\frac{p}{8} + \frac{pn}{2}, n \in Z$	$\operatorname{arctg}\frac{1}{2} + pn, n \in Z$	$\frac{p}{8}$	Нет правильного ответа

15. Решить уравнение $\frac{\cos x}{\sin x - 1} = 0$.

A	B	C	D	E
$\frac{p}{2} + pn, n \in Z$	$-\frac{p}{2} + 2pn, n \in Z$	$\frac{p}{2} + 2pn, n \in Z$	$\frac{p}{2}$	Нет правильного ответа

16. Решить уравнение $\operatorname{arccos}(x + 2) = p$.

A	B	C	D	E
-1	-3	0	-2	Нет правильного ответа

17. Решить уравнение $(x - 3)\sin x = 0$.

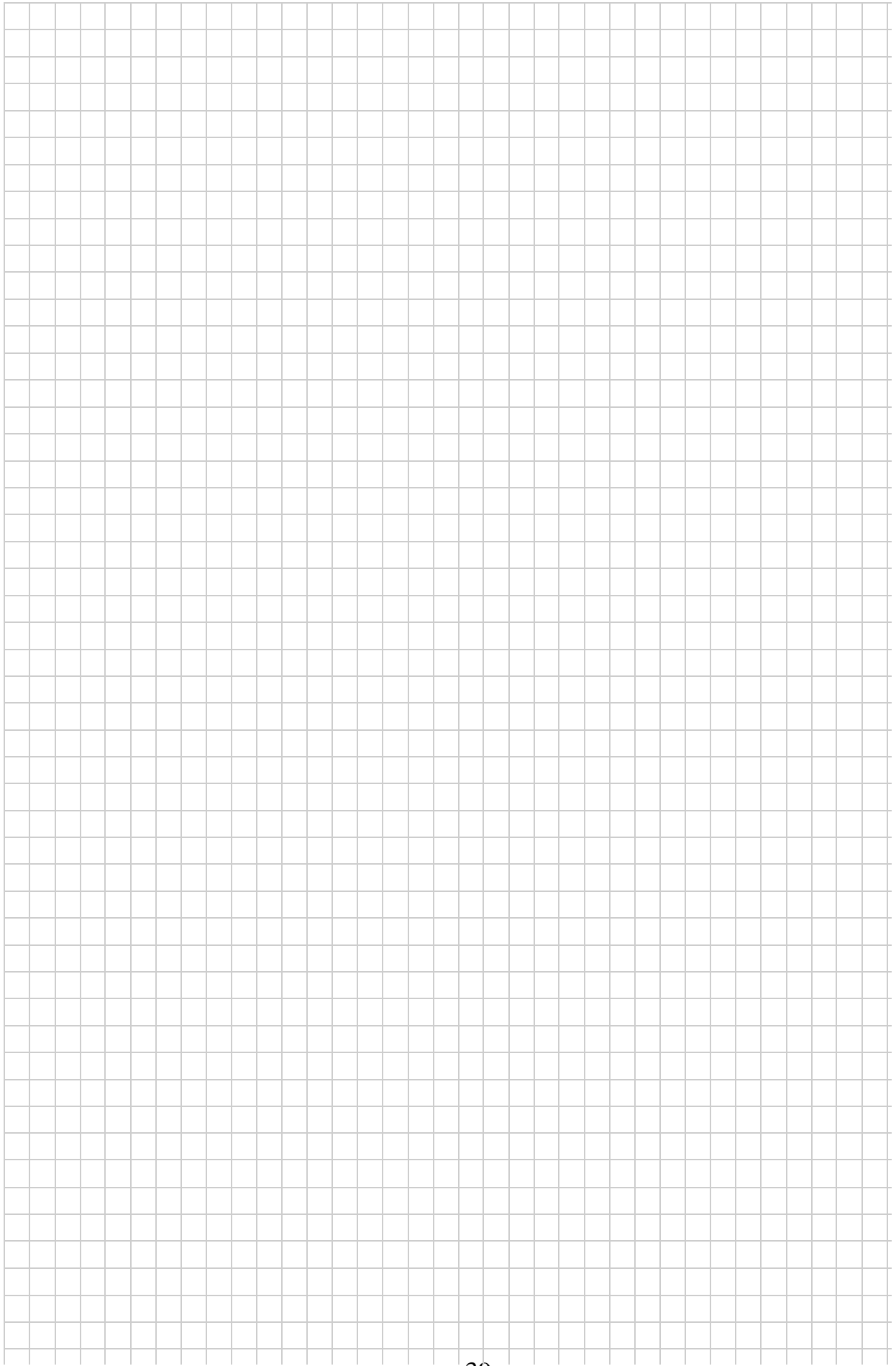
A	B	C	D	E
$\begin{cases} x = 3; \\ x = pn, n \in Z \end{cases}$	$\begin{cases} x = 3 \\ x = 2pn, n \in Z \end{cases}$	$\begin{cases} x = 3; \\ x = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x = 3; \\ x = p \end{cases}$	Нет правильного ответа

18. Решить систему тригонометрических уравнений $\begin{cases} \cos 2x = 0, \\ \operatorname{tgy} = 1. \end{cases}$

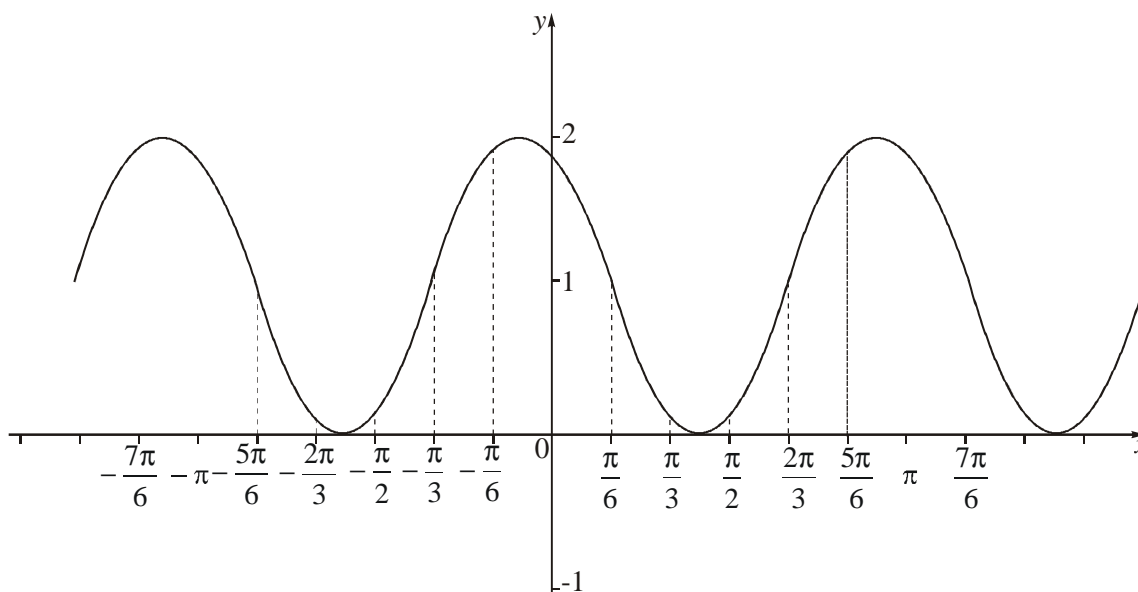
A	B	C	D	E
$\begin{cases} x = \frac{p}{4} + \frac{pn}{2} \\ y = \frac{p}{4} + pn, n \in Z \end{cases}$	$\begin{cases} x = \frac{p}{4} + \frac{pk}{2} \\ x = \frac{p}{4} + pm, m, k \in Z \end{cases}$	$\begin{cases} x = \frac{p}{4} \\ y = \frac{p}{4} \end{cases}$	$\begin{cases} x = \frac{p}{4} + pn \\ y = \frac{p}{4} + pk, n, k \in Z \end{cases}$	Нет правильного ответа

19. Выбрать четную функцию.

A	B	C	D	E
$\sin x + 2\cos x$	$\sin 2x + \operatorname{tg}x$	$\sin x + \sin x $	$\cos x + \cos 2x$	$\sin x + \operatorname{tg}x$



20. Задан график функции $y = A \sin K(x+j) + B$. Определить значения параметров A, K, j, B .



A	B	C	D	E
$A = -1$	$A = -1$	$A = 1$	$A = -1$	Нет правильного ответа
$K = 2$	$K = 2$	$K = 2$	$K = 2$	
$j = \frac{\pi}{6}$	$j = -\frac{\pi}{6}$	$j = -\frac{\pi}{6}$	$j = \frac{\pi}{6}$	
$B = 1$	$B = 1$	$B = -1$	$B = 1$	

Часть 2

В заданиях 21–35 приведите решения и выпишите ответ.

21. Вычислить без помощи таблиц и калькулятора $\cos 15^\circ$.

Ответ: _____.

22. Доказать $\frac{\sin a + \cos a \cdot \operatorname{tg} b}{\cos a - \sin a \cdot \operatorname{tg} b} = \operatorname{tg}(a + b)$.

Ответ: _____.

23. Упростить $8\sin^4 a - 8\sin^2 a + 1$.

Ответ: _____.

24. Вычислить $\sin\left(2\arctg\frac{2}{3}\right) - \operatorname{tg}\left(\frac{1}{2}\arccos\frac{7}{25}\right)$.

Ответ: _____.

25. Решить уравнение $9\sin x \cos 3x = \sin x$.

Ответ: _____.

26. Решить уравнение $8\cos^2 \frac{x}{2} + 6\sin \frac{x}{2} - 3 = 0$.

Ответ: _____.

27. Решить уравнение $6\sin^2 3x + \sin 3x \cdot \cos 3x - \cos^2 3x = 2$.

Ответ: _____.

28. Решить уравнение $\sqrt{2} \sin 8x - \cos 8x = \sqrt{\frac{3}{2}}$.

Ответ: _____.

29. Решить уравнение $\sin x + \sin 2x + \sin 3x + \sin 4x = 0$.

Ответ: _____.

30. Решить уравнение $2 \sin 2x \sin 4x - \cos 2x = \sin 3x$.

Ответ: _____.

31. Решить уравнение $2 \operatorname{tg} 2x + 3 \operatorname{tg} x = \operatorname{tg} 4x$.

Ответ: _____.

32. Решить систему уравнений $\begin{cases} x + y = 2p, \\ \sin x + \cos y = 1. \end{cases}$

Ответ: _____.

33. Решить систему уравнений $\begin{cases} \cos^2 x = \sin x \sin y, \\ \sin^2 x = \cos x \cos y. \end{cases}$

Ответ: _____.

34. Решить неравенство $3\sin^2 x - 6\sin x \cos x + 7\cos^2 x \leq 2.$

Ответ: _____.

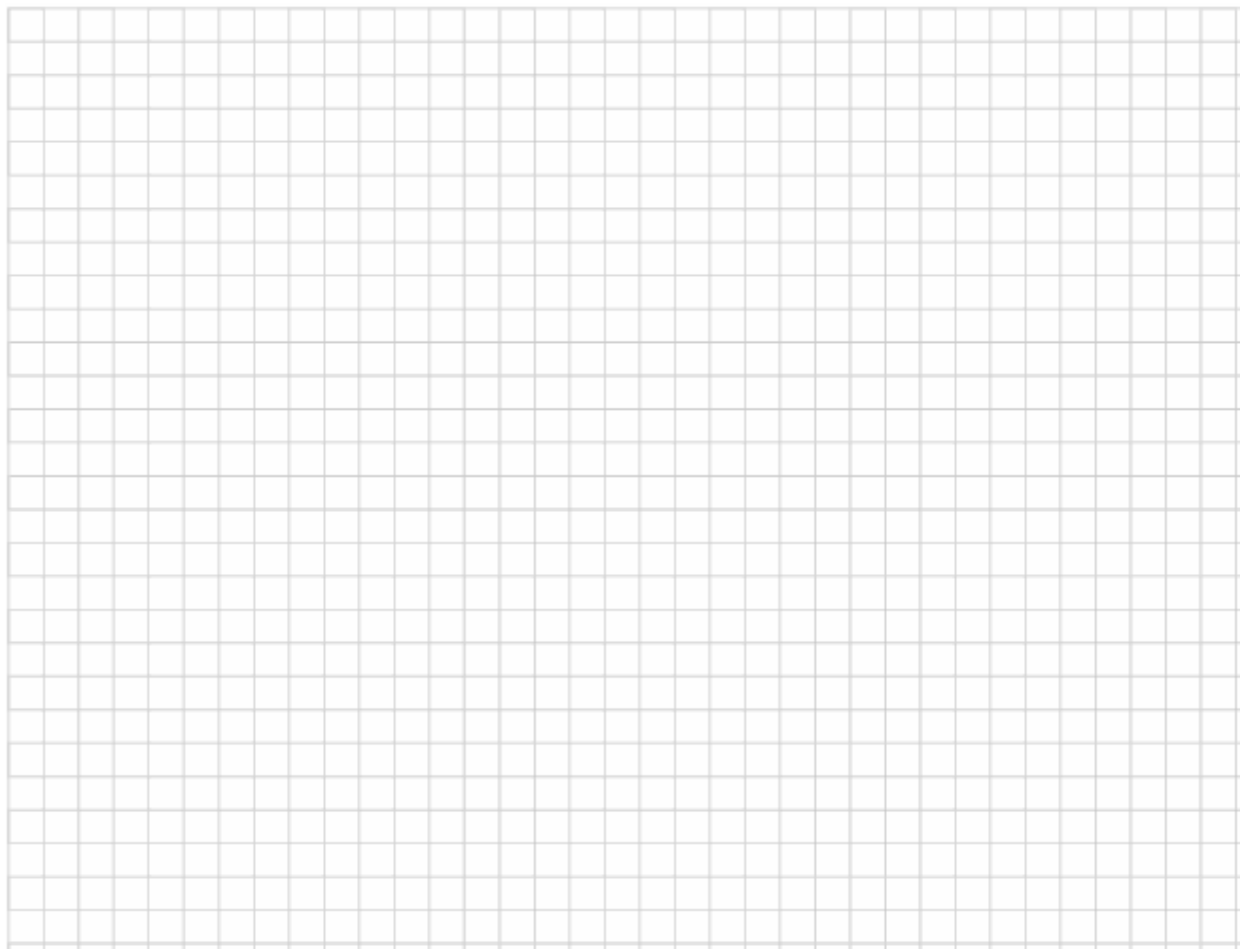
35. Решить неравенство $\sin^2 x - \sin^4 x \leq \frac{1}{4}$.

Ответ: _____.

Часть 3

Решения заданий 36–38 должны иметь объяснения. Запишите последовательные логические действия и объяснения, сделайте ссылки на математические факты, из которых вытекает то или иное утверждение. Если необходимо, проиллюстрируйте решения заданий схемами, графиками, таблицами.

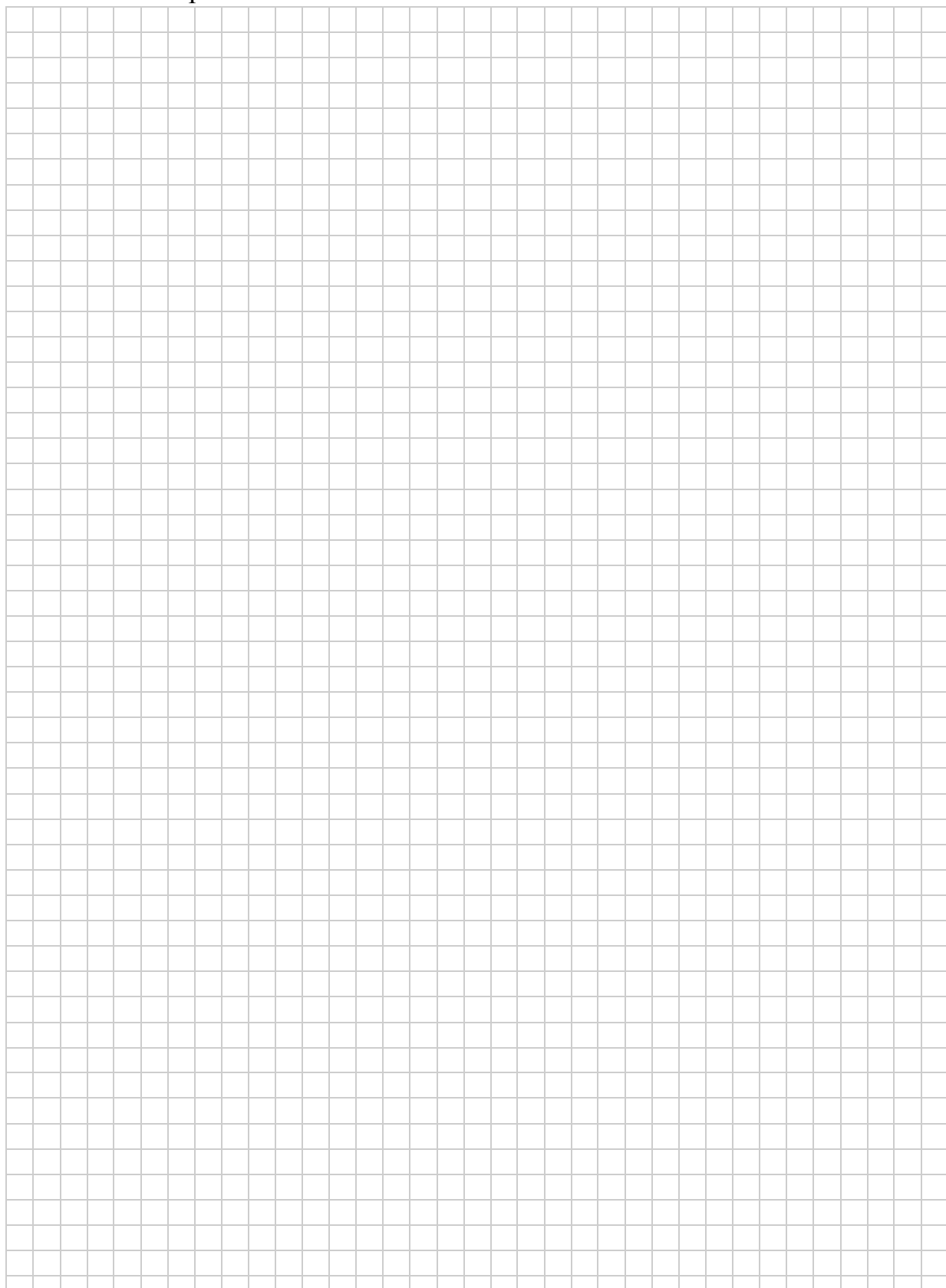
36. Построить график функции $y = \sin|x| + \cos|x|$.



37. Доказать, что уравнение

$$\left(4 \cos x - \sin x - 4 \sin^3 x - \sin 3x\right) \left[\sqrt{2} - \cos\left(2x + \frac{p}{4}\right) + \cos\left(2x - \frac{p}{4}\right)\right] = 8$$

не имеет решений



38. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} \sin x \cos 2y = a^2 + 1, \\ \cos x \sin 2y = a. \end{cases}$$



Тест 5. Планиметрия
Время выполнения 120 минут.

Часть 1

Задания 1–10 имеют по четыре варианта ответов, только **ОДИН** из которых **ПРАВИЛЬНЫЙ**. Выберите, по вашему мнению, правильный ответ и отметьте его так, как показано в образце.

1. Найдите величины углов равнобокой трапеции, если один из них в два раза больше другого.

A	B	C	D
30°; 60°; 60°; 30°	45°; 90°; 90°; 45°	60°; 120°; 120°; 60°	80°; 160°; 160°; 80°

2. Найдите площадь треугольника, длины сторон которого 5, 7 и 8 дм.

A	B	C	D
$10\sqrt{3}$ дм ²	$10\sqrt{13}$ дм ²	$60\sqrt{3}$ дм ²	$60\sqrt{13}$ дм ²

3. В окружности, радиус которой 13 см, на расстоянии 5 см от центра проведена хорда. Найдите длину этой хорды.

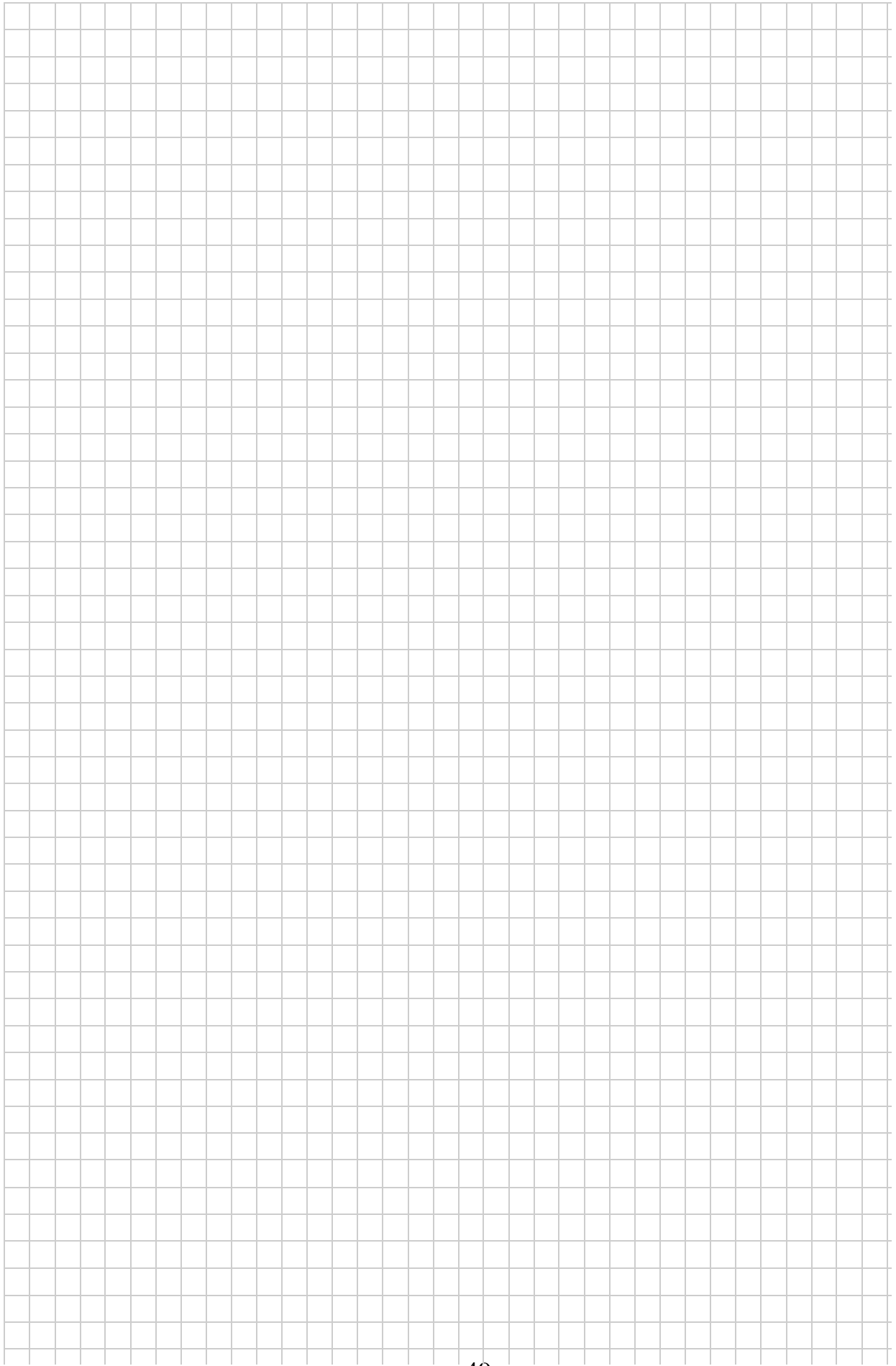
A	B	C	D
8 см	12 см	16 см	24 см

4. Известно, что треугольник ABC подобен треугольнику MKE , $AB = 6$ см, $BC = 12$ см, $MK = 3$ см, $ME = 8$ см. Найдите длины сторон AC и KE .

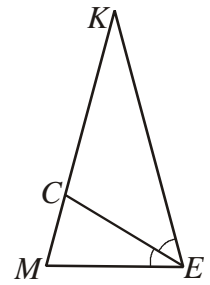
A	B	C	D
6 см, 16 см	14 см, 24 см	16 см, 6 см	24 см, 14 см

5. В треугольнике ABC $\angle B = 45^\circ$, $\angle A = 30^\circ$, $BC = 16$ см. Найдите длину стороны AC .

A	B	C	D
$\frac{16}{\sqrt{2}}$ см	$16\sqrt{\frac{2}{3}}$ см	$16\sqrt{\frac{3}{2}}$ см	$16\sqrt{2}$ см

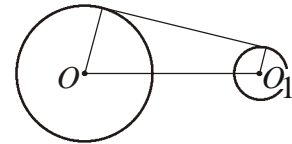


6. В равнобедренном треугольнике MKE ($MK = KE$) биссектриса угла E пересекает сторону MK в точке C . Найдите углы треугольника MKE , если $\angle KCE = 126^\circ$.



A	B	C	D
$12^\circ, 84^\circ, 84^\circ$	$24^\circ, 60^\circ, 60^\circ$	$32^\circ, 74^\circ, 74^\circ$	$54^\circ, 63^\circ, 63^\circ$

7. Радиусы двух окружностей равны 10 и 2 см, а длина их общей внешней касательной 15 см. Найдите расстояние между центрами окружностей.

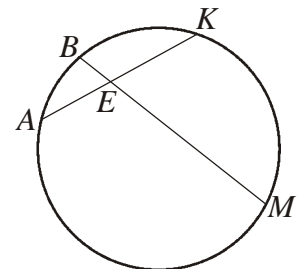


A	B	C	D
13 см	15 см	17 см	24 см

8. Длина стороны ромба равна a , а величина острого угла a . Найдите длины диагоналей ромба.

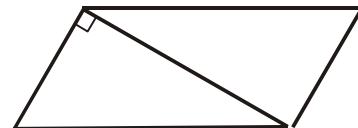
A	B	C	D
$2a \sin \frac{a}{2}, 2a \cos \frac{a}{2}$	$2atg \frac{a}{2}, 2actg \frac{a}{2}$	$2a \sin a, 2a \cos a$	$2atga, 2actga$

9. В окружности проведены хорды AK и BM , которые пересекаются в точке E . Найдите длину хорды KM , если $AB = 4$ см, $BE = 2$ см, $KE = 8$ см.

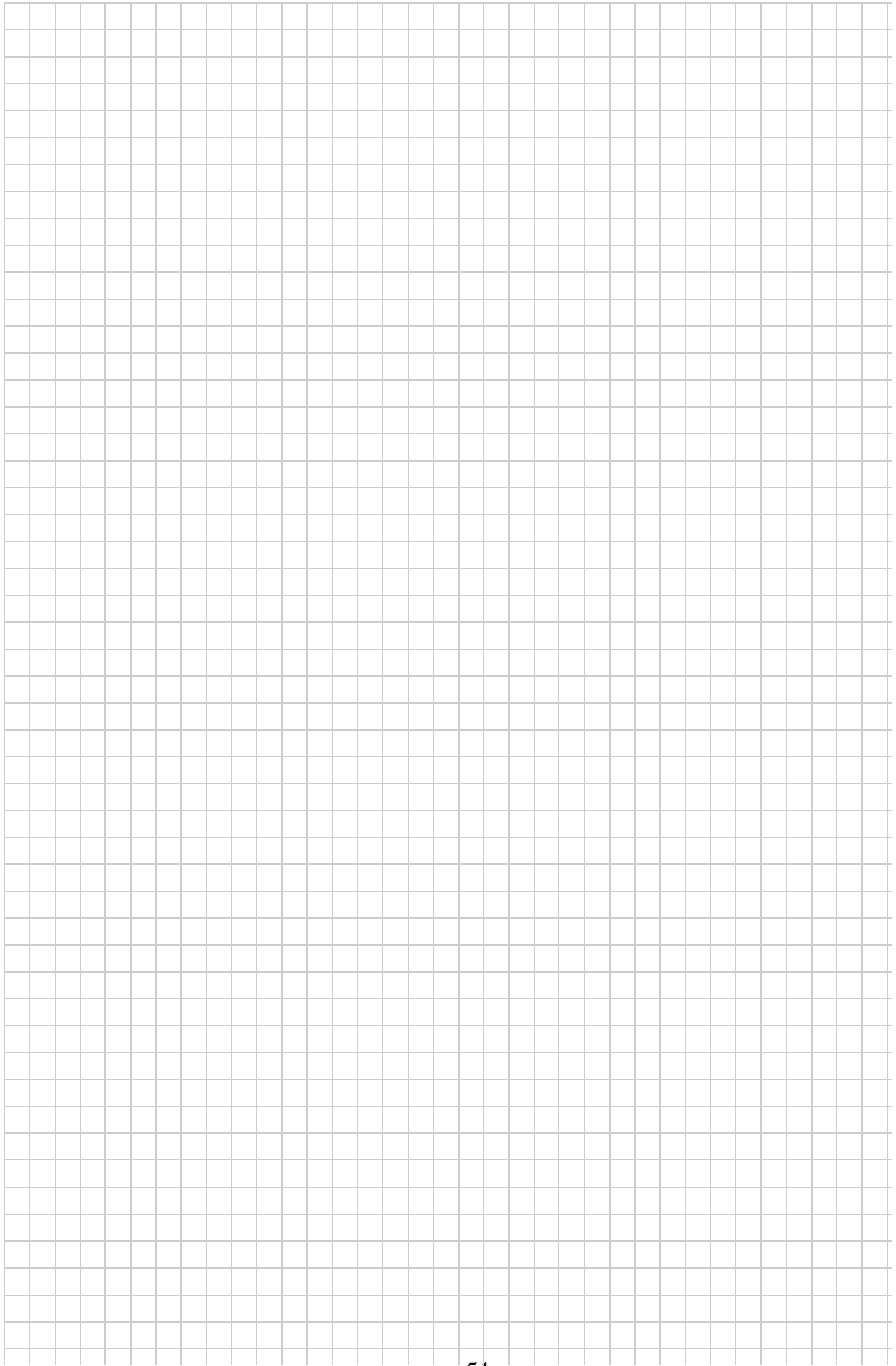


A	B	C	D
6 см	10 см	12 см	16 см

10. Найдите площадь параллелограмма, длины сторон которого 5 и 13 дм, а одна из диагоналей перпендикулярна стороне.



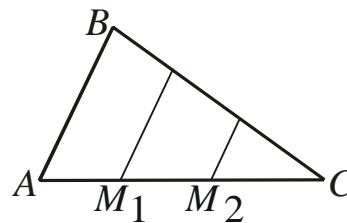
A	B	C	D
25 дм^2	30 дм^2	60 дм^2	65 дм^2



Часть 2

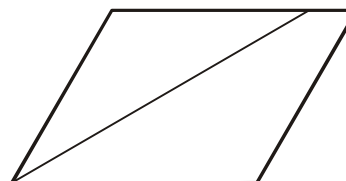
В заданиях 11–15 приведите решения и выпишите ответ.

11. В треугольнике ABC сторона AC разделена на 3 равные части и через точки деления проведены прямые, параллельные стороне AB треугольника. Меньший из отрезков этих прямых, заключенных между сторонами треугольника, меньше стороны AB на 4 см. Найдите сторону AB треугольника.



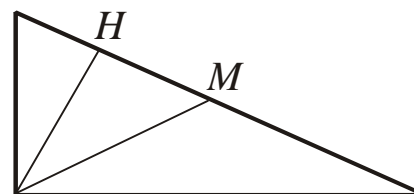
Ответ: _____.

12. Биссектриса острого угла параллелограмма делит его сторону на части длиной 8 и 4 см, считая от вершины тупого угла. Вычислите площадь параллелограмма, если величина его острого угла 30° .



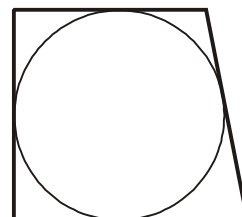
Ответ: _____.

13. В прямоугольном треугольнике из вершины прямого угла к гипотенузе проведены медиана и высота, причем расстояние между их основаниями (HM) равно 6 см, а длина медианы 10 см. Найдите периметр данного треугольника.



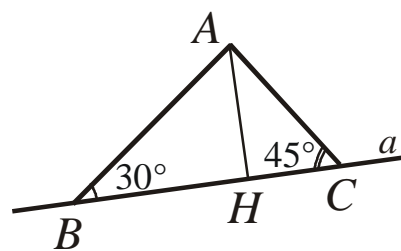
Ответ: _____.

14. В прямоугольную трапецию вписана окружность. Точка касания делит большую боковую сторону трапеции на отрезки 8 и 18 см. Найдите площадь трапеции.



Ответ: _____.

15. Из точки A , лежащей вне прямой a , проведены к прямой наклонные AB и AC , образующие с ней углы, равные 30° и 45° соответственно. Зная, что длина проекции наклонной AC равна 11 см, найдите длину проекции наклонной AB .

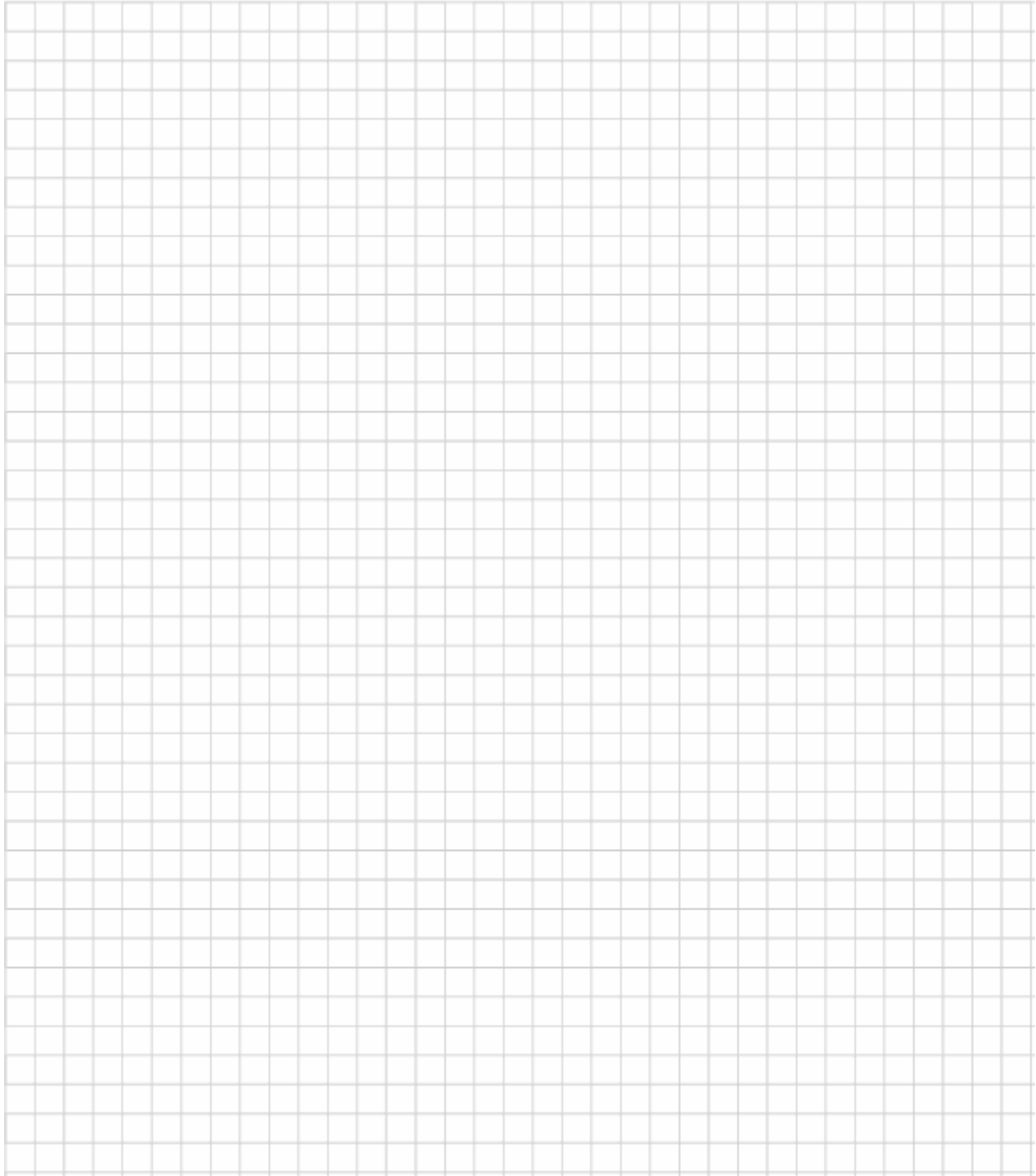


Ответ: _____.

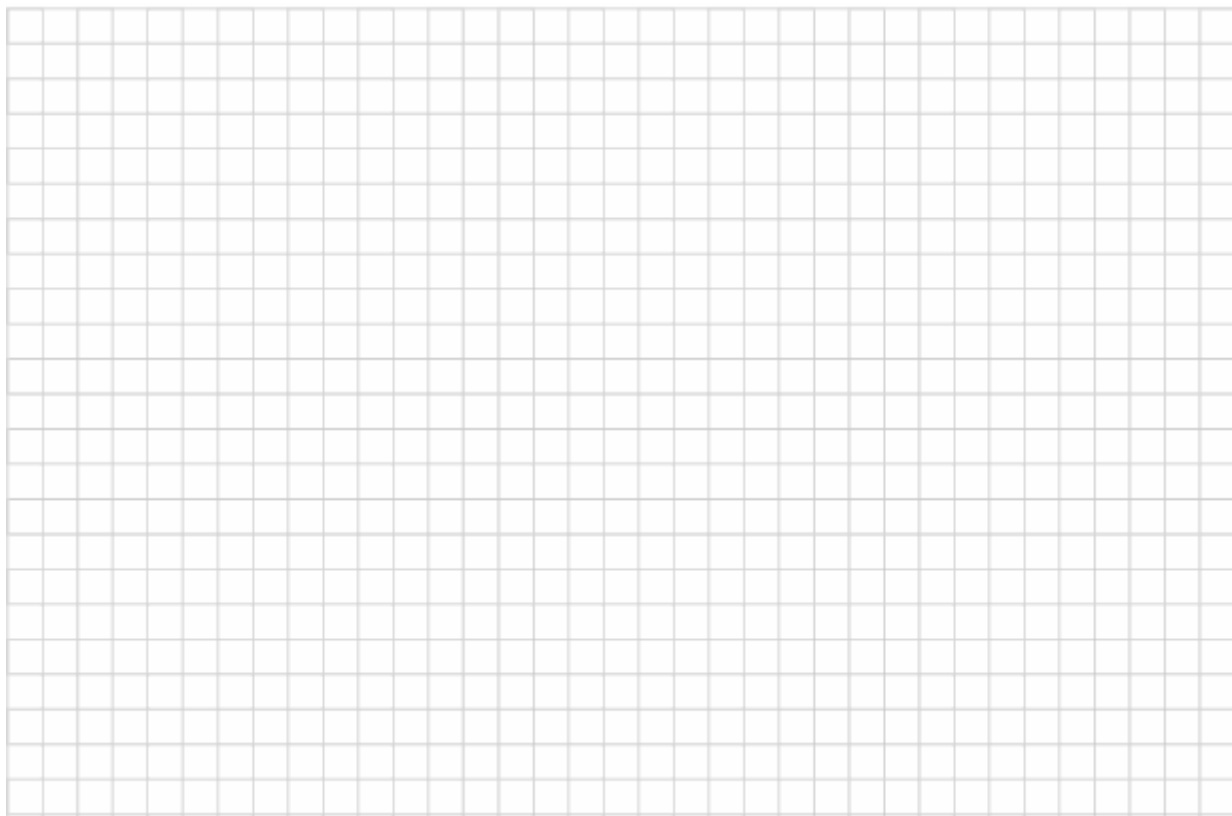
Часть 3

Решения заданий 16–20 должны иметь объяснения. Запишите последовательные логические действия и объяснения, сделайте ссылки на математические факты, из которых вытекает то или иное утверждение. Если необходимо, проиллюстрируйте решения заданий схемами, графиками, таблицами.

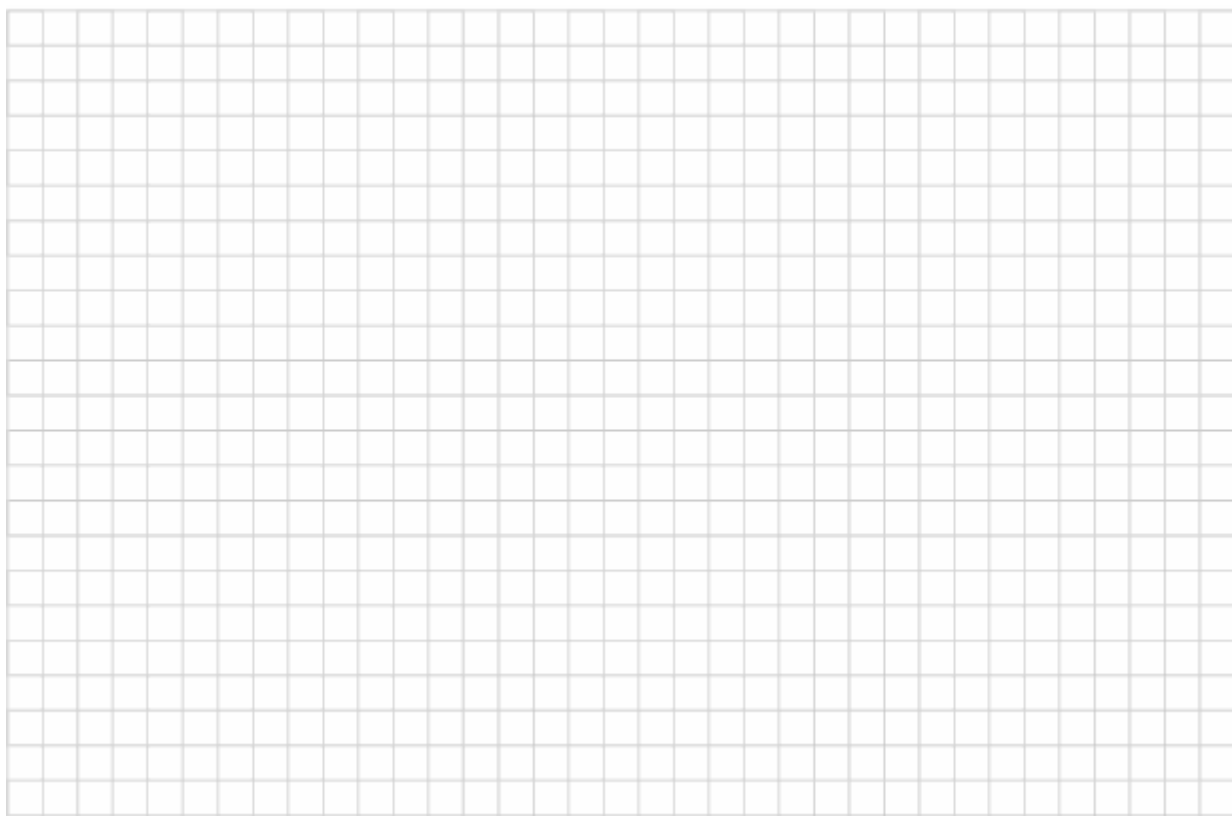
16. Прямая, параллельная стороне MA треугольника MBA , пересекает его сторону MB в точке C , а сторону BA – в точке K . Найдите площадь треугольника CBK , если $KC = 4$ см, $CM = 15$ см, $CB = MA$, а площадь треугольника MBA равна 75 см².



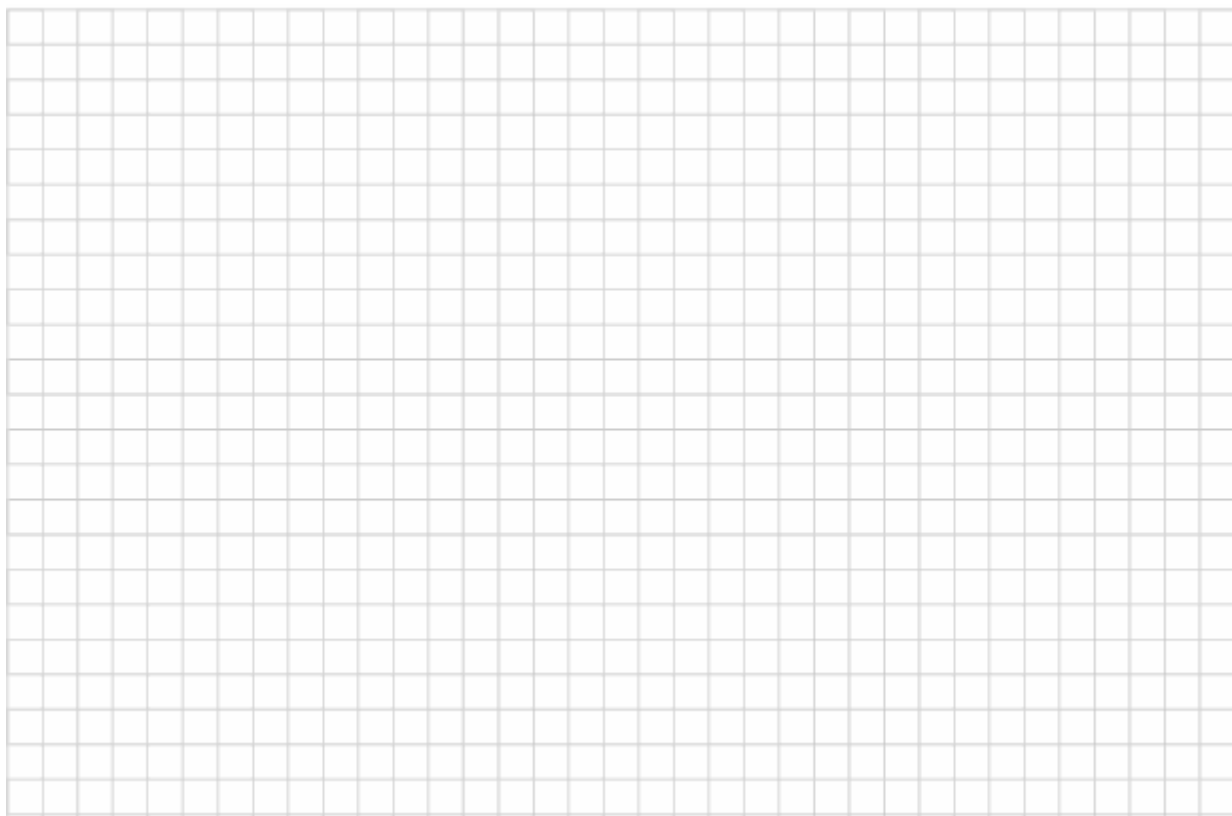
17. Высота равнобедренного треугольника 24 см, а радиус вписанной в него окружности 10 см. Найдите периметр данного треугольника.



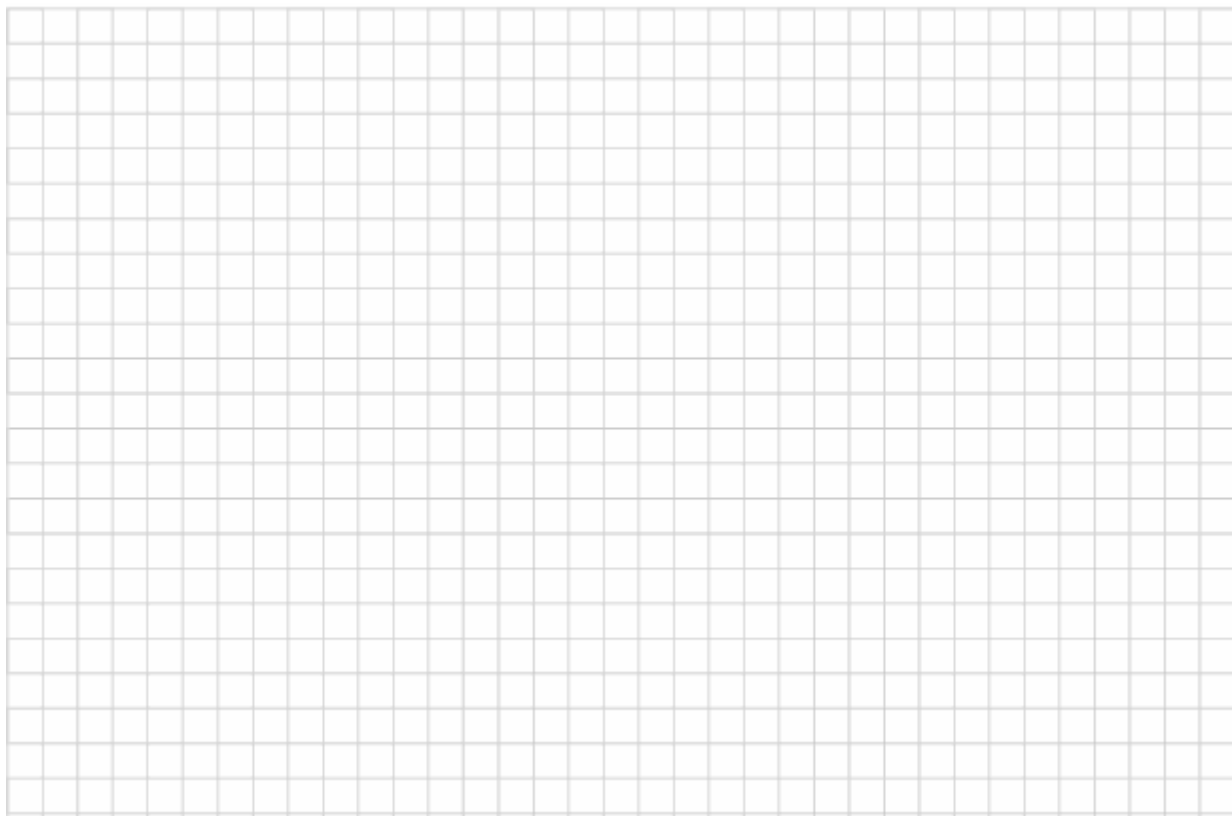
18. Площадь прямоугольной трапеции равна 64 см^2 , а острый угол 45° . Найдите высоту трапеции, если известно, что в нее можно вписать окружность.

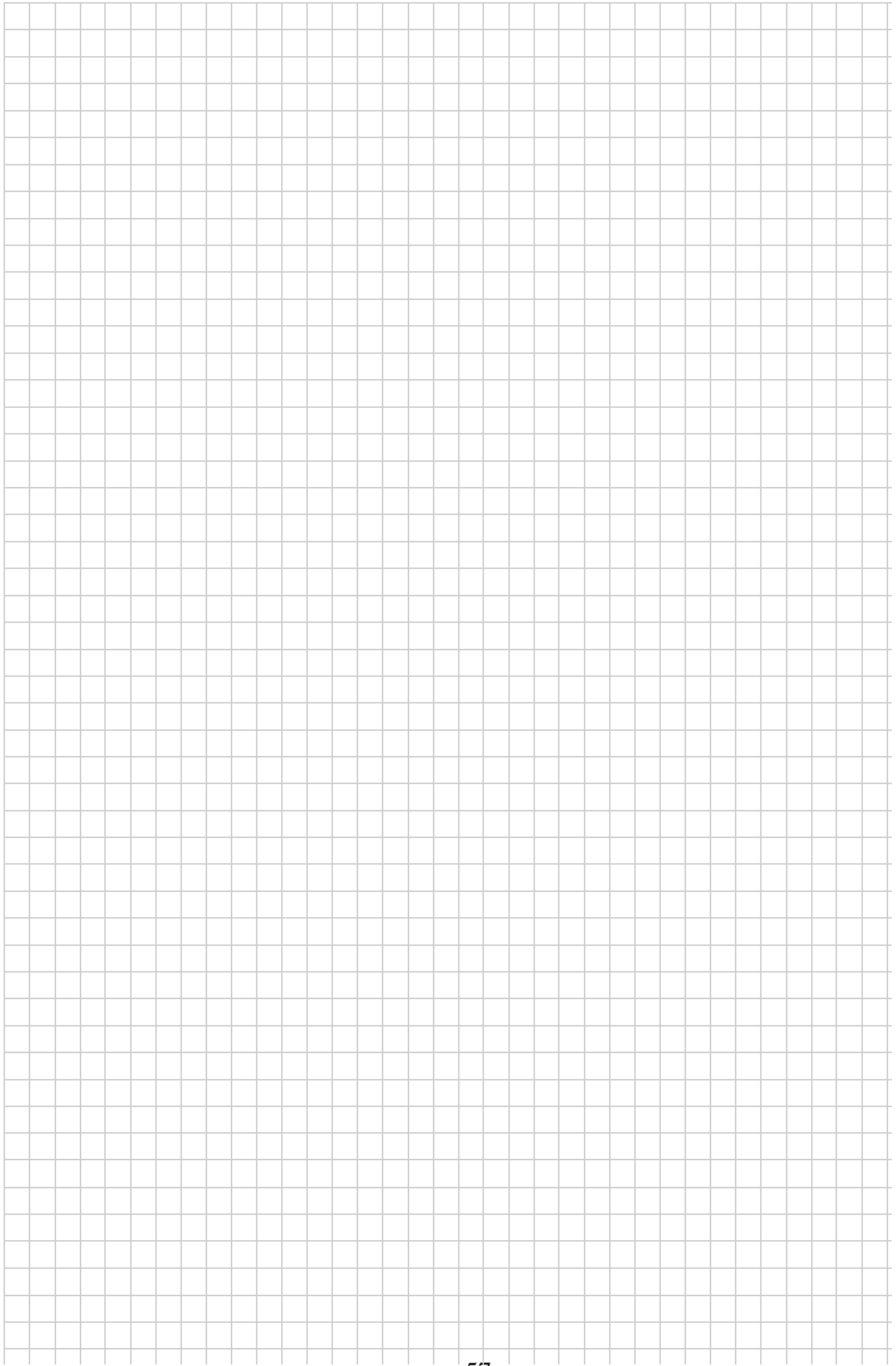


19. Перпендикуляр, опущенный из точки окружности на ее диаметр, делит его на отрезки, разность которых равна 21 дм. Найдите длину окружности, зная, что длина данного перпендикуляра 10 дм.



20. AK – медиана треугольника ABC . $AC = a$, $\angle BAK = a$, $\angle CAK = b$. Найдите медиану AK .





Тест 6. Стереометрия
Время выполнения 120 минут.

Часть 1

Задания 1–10 имеют по четыре варианта ответов, только **ОДИН** из которых **ПРАВИЛЬНЫЙ**. Выберите, по вашему мнению, правильный ответ и отметьте его так, как показано в образце.

1. Вычислите площадь боковой поверхности прямой призмы, основание которой – ромб со стороной 9 см, а боковое ребро равно 5 см.

А	В	С	D
45 см^2	90 см^2	180 см^2	405 см^2

2. Вычислите объем цилиндра, высота которого 5 см, а радиус основания 12 см.

А	В	С	D
$240p \text{ см}^3$	$360p \text{ см}^3$	$720p \text{ см}^3$	$1440p \text{ см}^3$

3. Вычислите объем пирамиды, основание которой – ромб с диагоналями 6 и 8 дм, а высота пирамиды равна 9 дм.

А	В	С	D
36 дм^3	72 дм^3	144 дм^3	216 дм^3

4. Радиус основания конуса равен 12 см, а угол при вершине осевого сечения – 90° . Найдите высоту и образующую конуса.

А	В	С	D
12 см, $6\sqrt{2}$ см	12 см, $12\sqrt{2}$ см	24 см, $6\sqrt{2}$ см	24 см, $12\sqrt{2}$ см

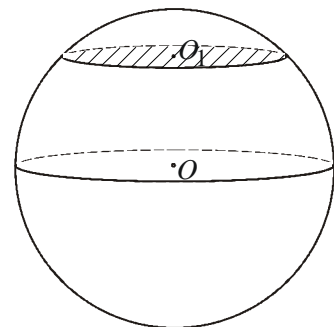
5. Вычислите объем призмы, основание которой – параллелограмм со сторонами 4 и 10 см и углом 30° , а высота призмы равна 2,5 см.

А	В	С	D
50 см^3	70 см^3	100 см^3	200 см^3

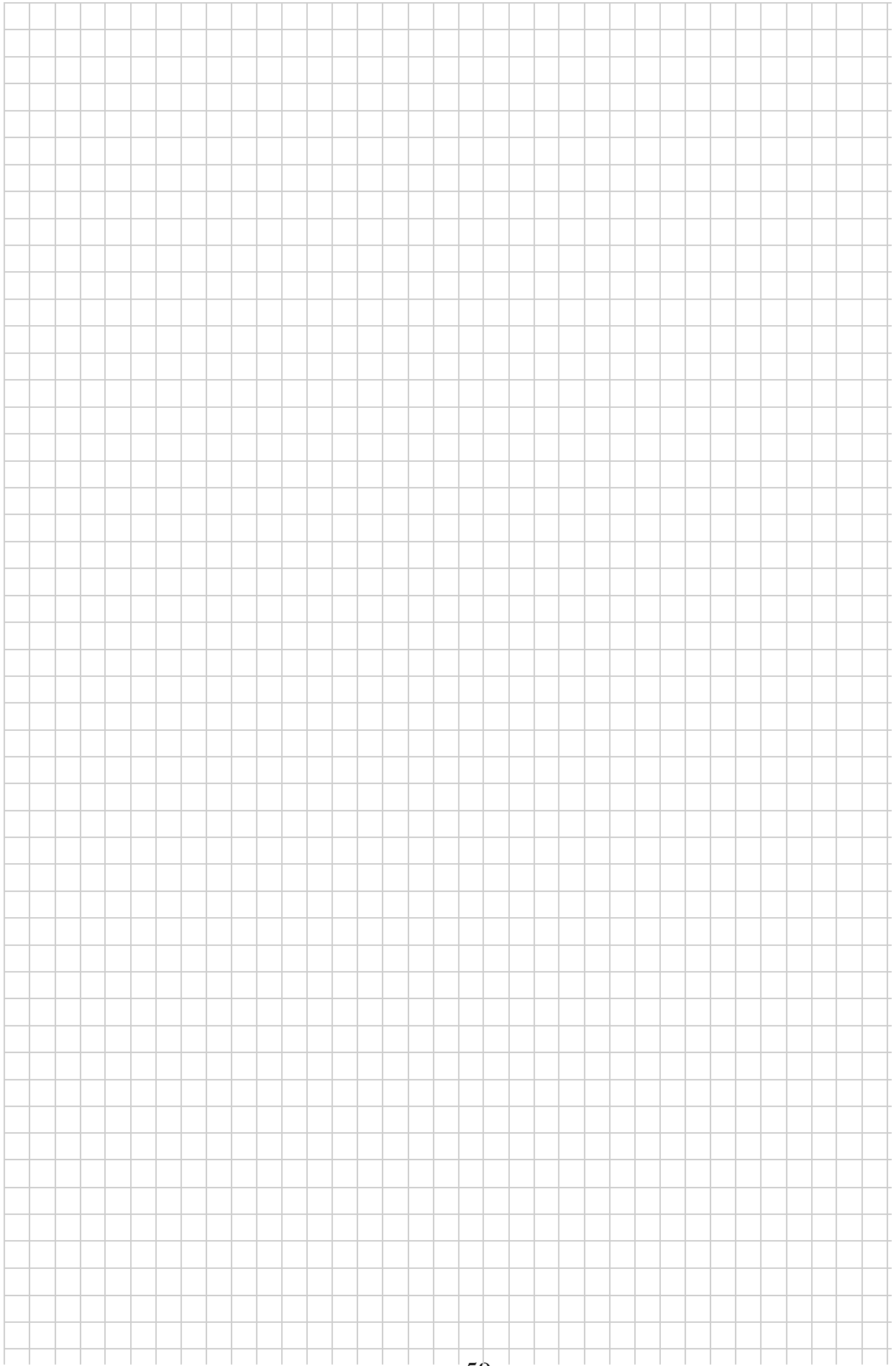
6. Вычислите площадь основания правильной четырехугольной призмы, диагональ которой равна $8\sqrt{2}$ см и наклонена к плоскости основания под углом 45° .

А	В	С	D
16 см^2	$16\sqrt{2} \text{ см}^2$	32 см^2	$32\sqrt{2} \text{ см}^2$

7. В шаре с центром O и радиусом 37 см проведено сечение с центром O_1 на расстоянии 35 см от центра шара. Найдите длину окружности сечения.



А	В	С	D
$12p \text{ см}$	$24p \text{ см}$	$48p \text{ см}$	$114p \text{ см}$



8. Радиус основания конуса равен 12 дм, а его осевое сечение – равно-
 сторонний треугольник. Найдите площадь боковой поверхности конуса.

A	B	C	D
$72p \text{ дм}^2$	$96p \text{ дм}^2$	$114p \text{ дм}^2$	$288p \text{ дм}^2$

9. Вычислите площадь боковой поверхности правильной восьми-
 угольной пирамиды, сторона основания которой равна 6 см, а апофема – 16
 см.

A	B	C	D
384 см^2	400 см^2	768 см^2	824 см^2

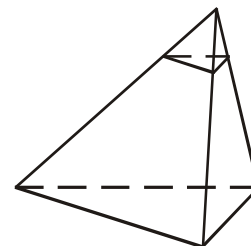
10. В куб со стороной, равной 10 см, вписан цилиндр. Вычислите пло-
 щадь боковой поверхности цилиндра.

A	B	C	D
$20p \text{ см}^2$	$50p \text{ см}^2$	$80p \text{ см}^2$	$100p \text{ см}^2$

Часть 2

В заданиях 11–15 приведите решения и выпишите ответ.

11. Основание пирамиды – треугольник со сто-
 ронами 6, 25 и 29 см. Найдите площадь сечения, кото-
 рое проходит параллельно плоскости основания и де-
 лит высоту пирамиды в отношении 1:4, считая от
 вершины пирамиды.



Ответ: _____.

12. В основании пирамиды лежит равнобедренный треугольник с ос-
 нованием 12 см и углом 120° при вершине. Все боковые ребра пирамиды на-
 клонены к плоскости основания под углом 30° . Найдите объем пирамиды.

Ответ: _____.

13. Прямоугольный треугольник с катетом 8 см и прилежащим углом 60° вращается вокруг прямой, содержащей его гипотенузу. Найдите объем тела вращения.

Ответ: _____.

14. Основание прямой призмы – прямоугольный треугольник с гипотенузой 8 см и углом 30° . Объем призмы равен $48\sqrt{3}$ см³. Найдите площадь полной поверхности призмы.

Ответ: _____.

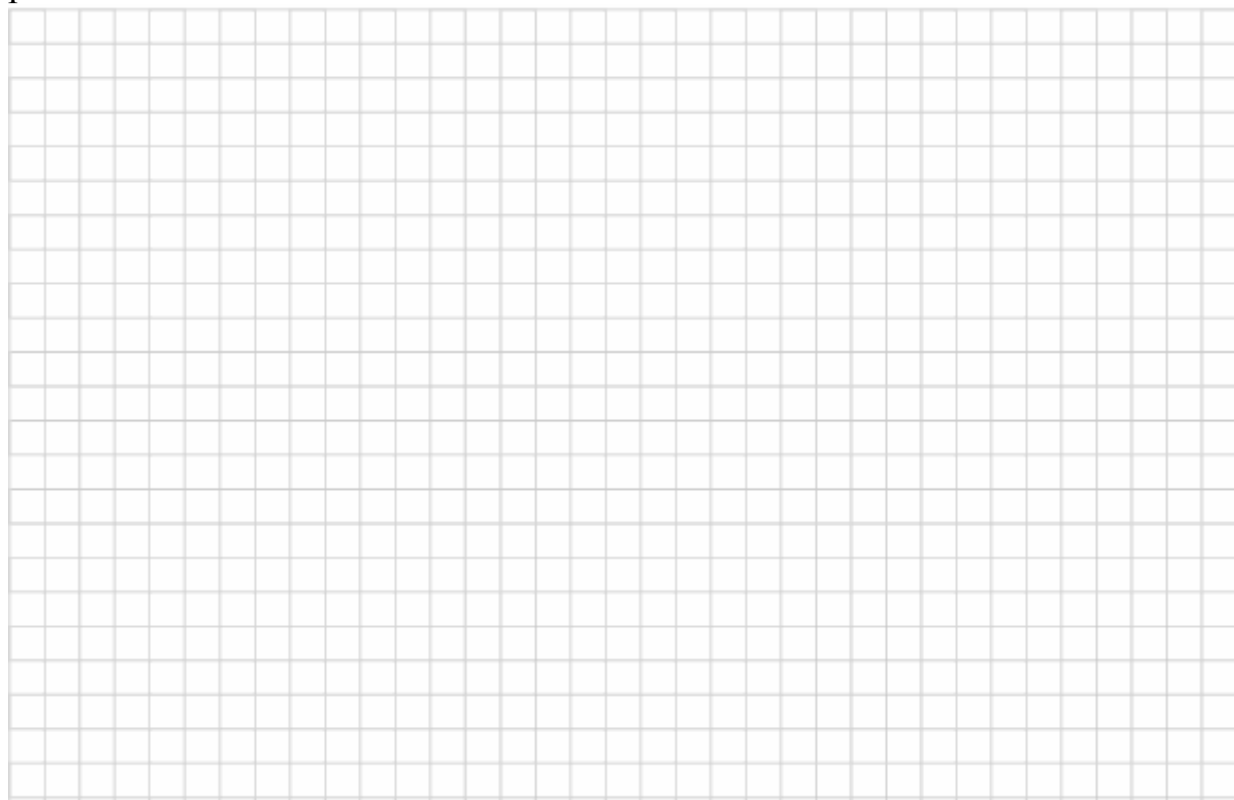
15. В основании конуса проведена хорда, которую видно из центра основания под углом 90° , а из вершины конуса – под углом 60° . Найдите площадь боковой поверхности конуса, если его образующая равна 13 см.

Ответ: _____.

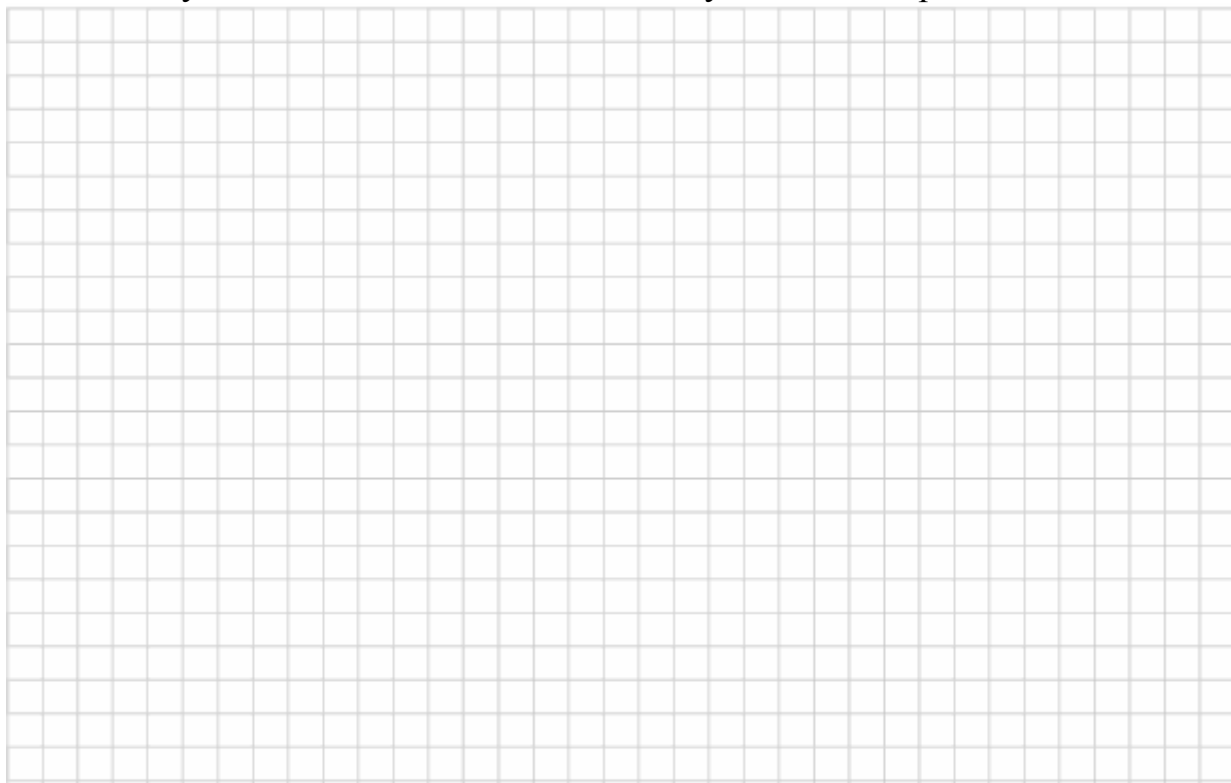
Часть 3

Решения заданий 16–20 должны иметь объяснения. Запишите последовательные логические действия и объяснения, сделайте ссылки на математические факты, из которых вытекает то или иное утверждение. Если необходимо, проиллюстрируйте решения заданий схемами, графиками, таблицами.

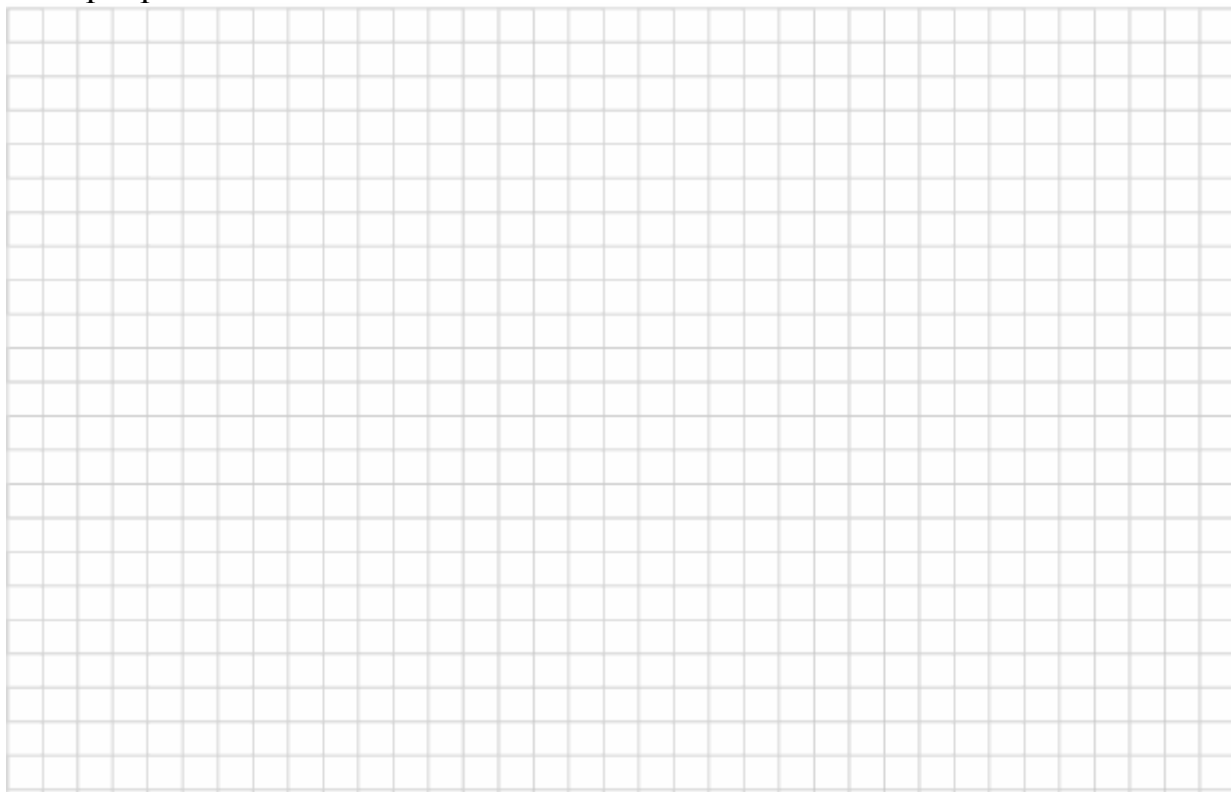
16. Через сторону основания правильной треугольной пирамиды и середину противоположного бокового ребра проведена плоскость, образующая с плоскостью основания угол α . Найдите объем пирамиды, если ее высота равна h .



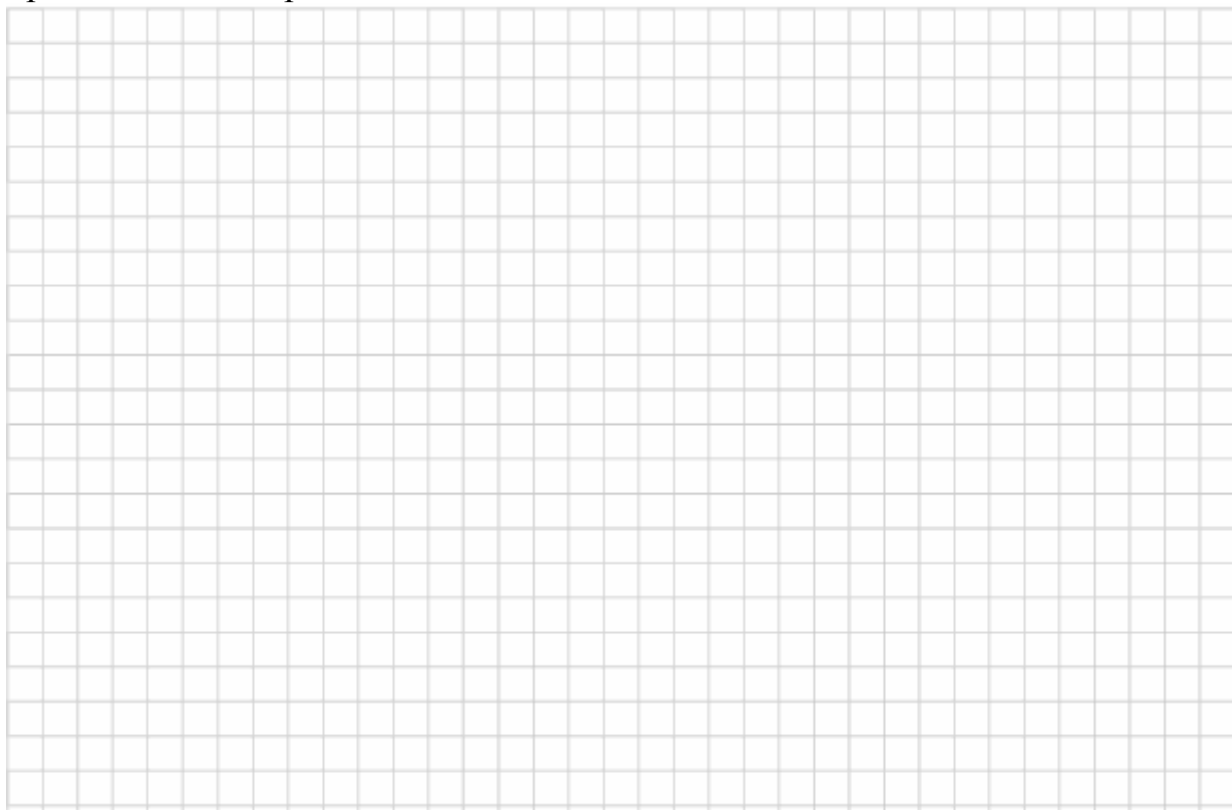
17. Стороны оснований правильной четырехугольной усеченной пирамиды равны 3 и 9 см, а боковое ребро образует с плоскостью большего основания угол 45° . Найдите объем данной усеченной пирамиды.



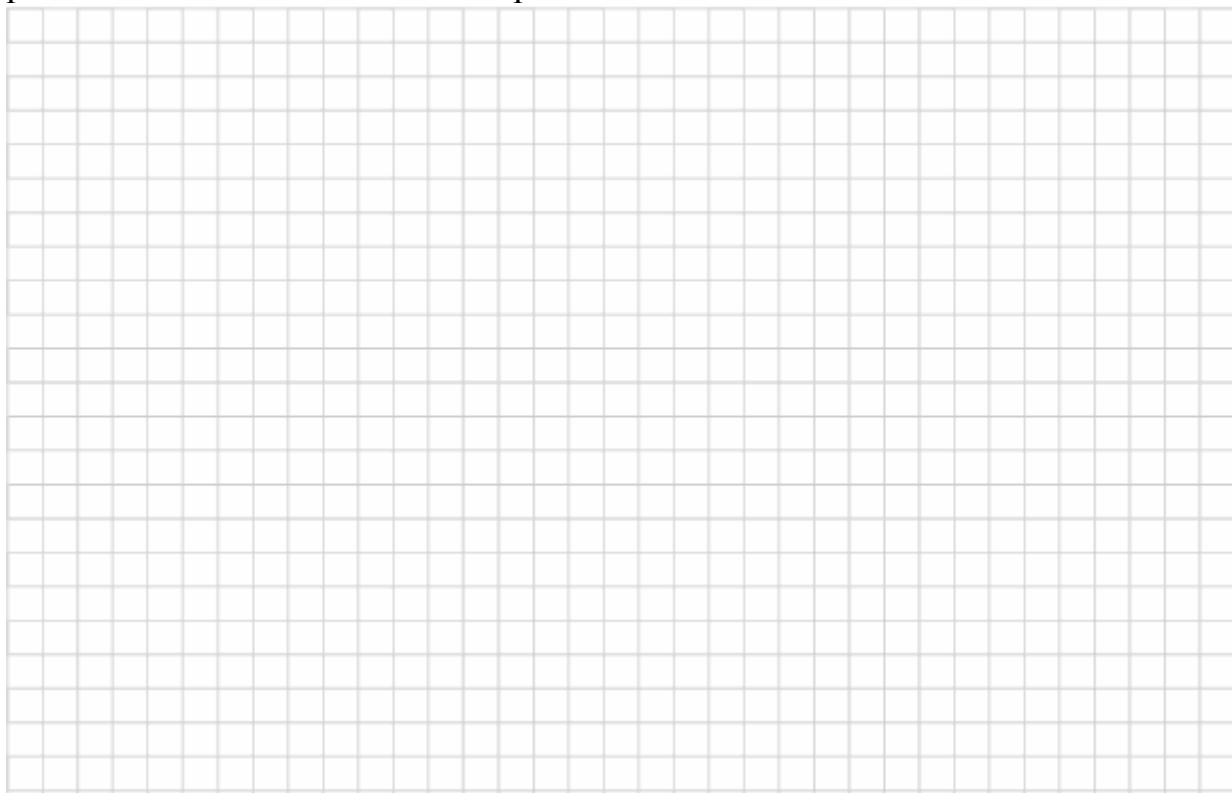
18. В основании параллелепипеда лежит квадрат, а боковое ребро образует со сторонами основания равные углы по 60° . Найдите разность длин бокового ребра и высоты параллелепипеда, если известно, что длина бокового ребра 12 см.

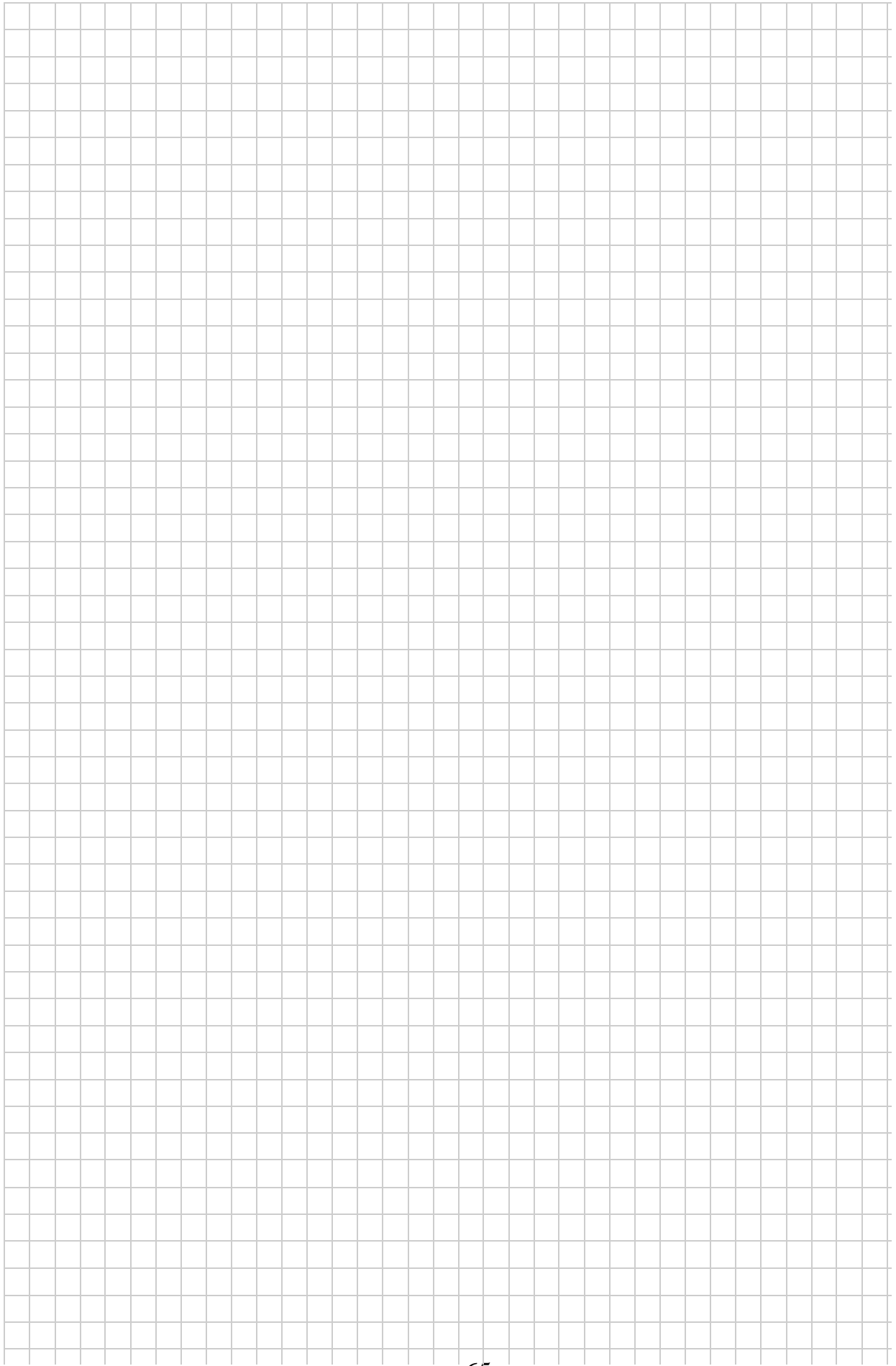


19. Диагональ боковой грани правильной треугольной призмы равна a и наклонена к плоскости основания под углом α . Найдите разность объемов призмы и цилиндра, вписанного в нее.



20. Боковое ребро правильной четырехугольной пирамиды равно a и образует с высотой пирамиды угол β . Найдите площадь поверхности сферы, описанной около данной пирамиды.





Тест 7. Начала анализа
Время выполнения 120 минут.

Часть 1

Задания 1–15 имеют по пять вариантов ответов, только **ОДИН** из которых **ПРАВИЛЬНЫЙ**. Выберите, по вашему мнению, правильный ответ и отметьте его так, как показано в образце.

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{5n+2}$ равен

A	B	C	D	E
0	1	∞	$\frac{1}{5}$	Другой ответ

2. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии $1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \dots$ равна

A	B	C	D	E
∞	4	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{5}{4}$

3. Какая из приведенных числовых последовательностей не является ограниченной?

A	B	C	D	E
$\sin n^\circ$	$(-1)^n \cdot n$	$\frac{(-1)^n}{n}$	$\frac{(-1)^n + 1}{2}$	$\operatorname{arctg} n$

4. Какая из приведенных числовых последовательностей является монотонно возрастающей?

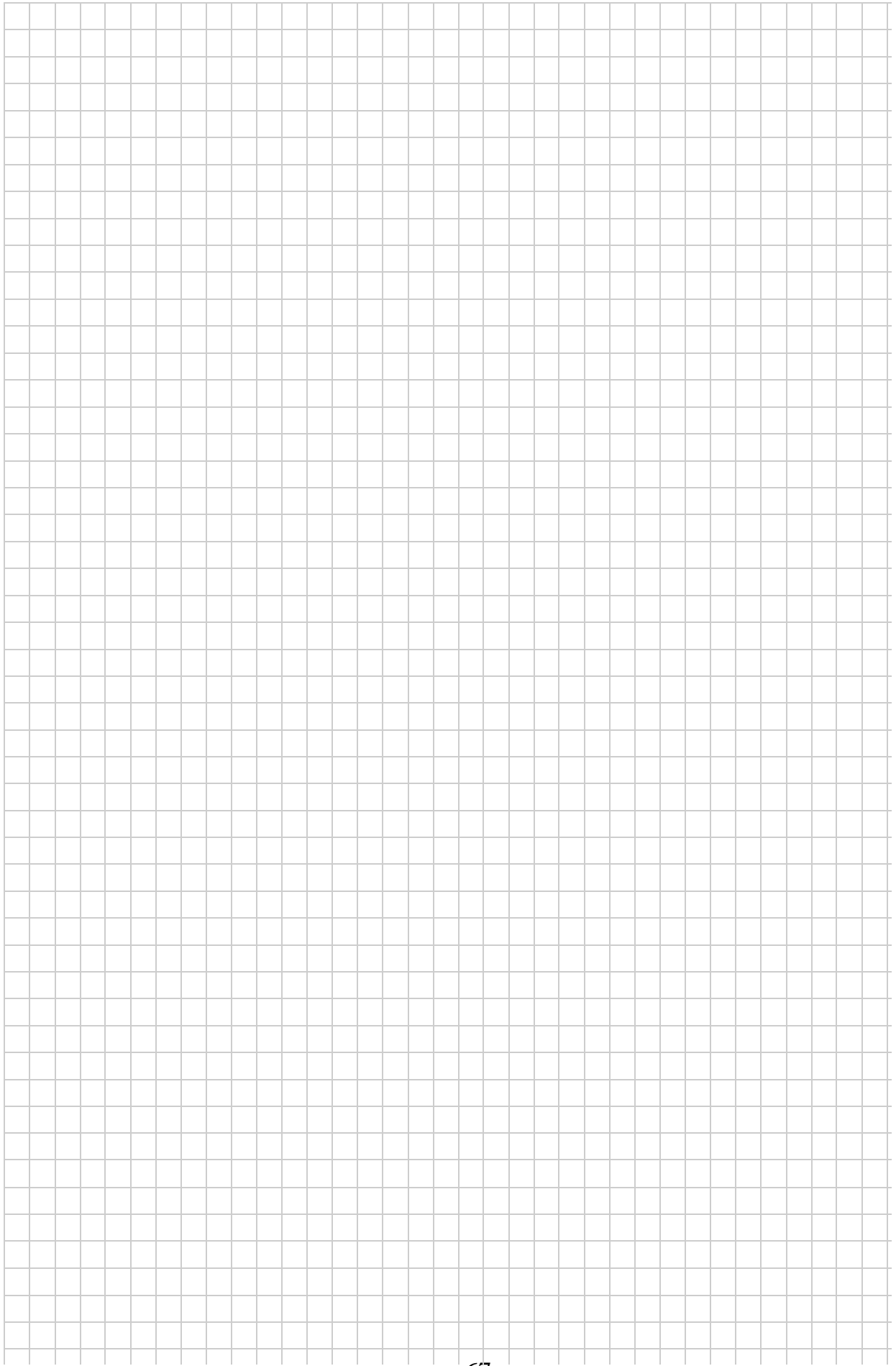
A	B	C	D	E
$\sin n^\circ$	$(-1)^n \cdot n$	$\frac{(-1)^n}{n}$	$\frac{(-1)^n + 1}{2}$	$\operatorname{arctg} n$

5. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{2^n} - 1}{\frac{1}{2^n} + 1}$ равен

A	B	C	D	E
1	∞	$-\infty$	0	Другой ответ

6. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 - 3x + 2}$ равен

A	B	C	D	E
0	1	$-\frac{1}{2}$	∞	Другой ответ



7. График какой из приведенных функций имеет вертикальную асимптоту?

A	B	C	D	E
$y = 2 - x^2$	$y = 2 - x$	$y = \frac{x^2 - 4}{ x - 2 }$	$y = \frac{x - 4}{x - 2}$	$y = 2^x$

8. График какой из приведенных функций имеет горизонтальную асимптоту?

A	B	C	D	E
$y = 2 - x^2$	$y = 2 - x$	$y = \sqrt{x - 2}$	$y = 2^x$	$y = \log_5 x$

9. Значение производной функции $y = \cos 2x$ в точке $x_0 = \frac{p}{4}$ равно

A	B	C	D	E
0	1	-2	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$

10. Под каким углом наклонена к графику функции $y = \sin x$ касательная, проведенная в точке с абсциссой $x_0 = 0$?

A	B	C	D	E
45°	0°	135°	90°	Другой ответ

11. Сколько точек экстремума имеет функция $y = x^4 - 2x^2 + 11$?

A	B	C	D	E
0	1	2	3	4

12. Наибольшее значение функции $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x + 1$ на отрезке $[-1; 5]$ равно

A	B	C	D	E
8	0	$23/3$	$-13/3$	10

13. Для функции $y = e^{5x}$ разность $y' - 5y$ равна

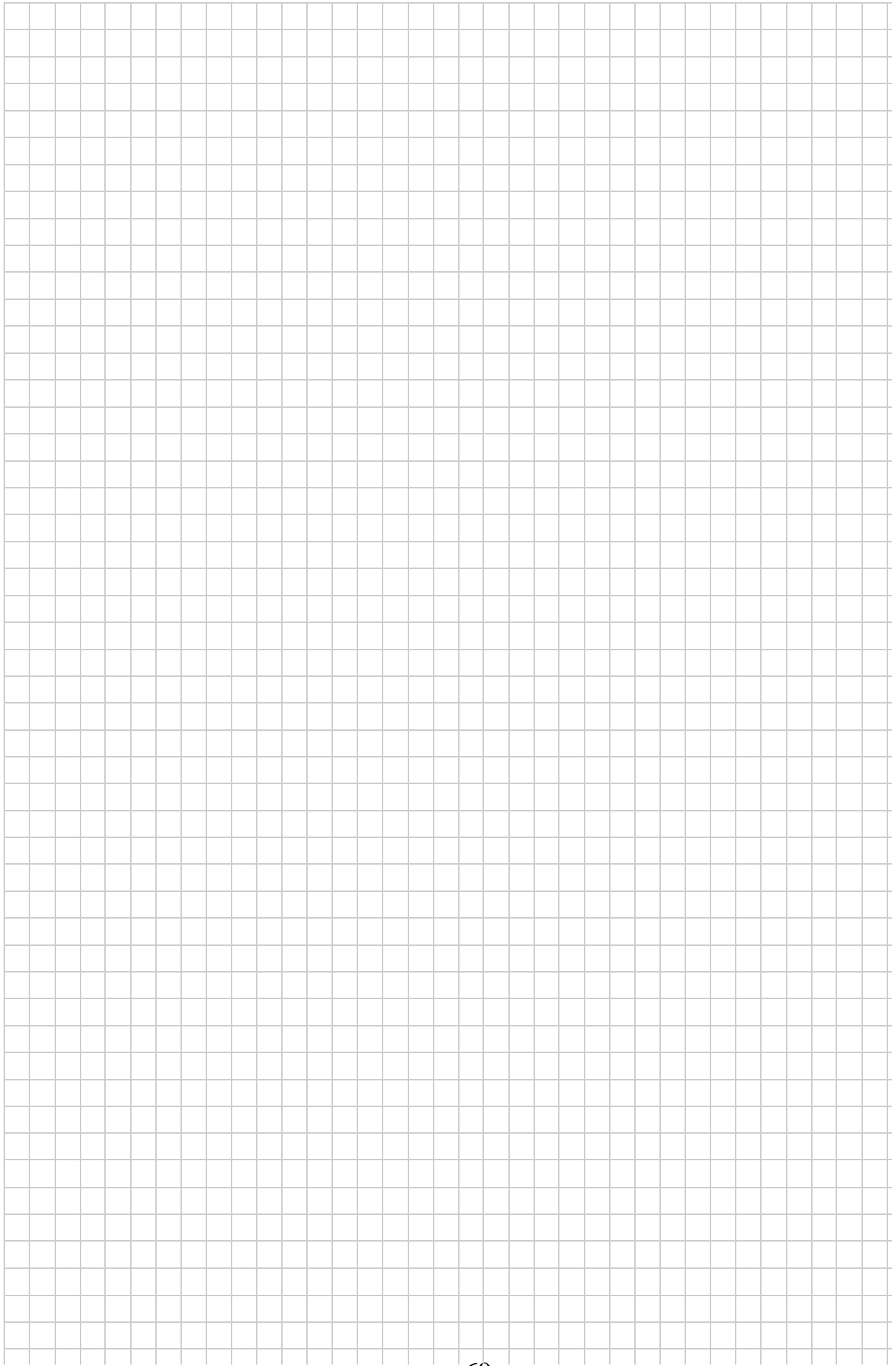
A	B	C	D	E
e^{5x}	0	$-4e^{5x}$	$4e^{5x}$	1

14. Значение производной функции $y = x^2 \sin 2x$ в точке $x_0 = p$ равно

A	B	C	D	E
0	$2p^2$	p^2	1	Другой ответ

15. Какая из приведенных формул неверная?

A	B	C	D	E
$\left(\frac{u}{5}\right)' = \frac{u'}{5}$	$(uv)' = u'v'$	$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\left(\frac{1}{v}\right)' = \frac{-v'}{v^2}$	$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$



Часть 2

В заданиях 16–21 приведите решения и выпишите ответ.

16. Найти бесконечно убывающую геометрическую прогрессию, сумма которой равна 1, а сумма квадратов ее членов равна $\frac{1}{3}$.

Ответ: _____.

17. Вычислить $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+7} - 3}{x^3 + x^2 + x - 14}$.

Ответ: _____.

18. Найти y' для $y = \sqrt{x} \cdot \cos \frac{x}{4}$.

Ответ: _____.

19. Найти точки экстремума функции $y = 3x^4 + 10x^3 + 12x^2 + 6x - 6$.

Ответ: _____.

20. В шар радиусом R вписан конус. Какой должна быть высота конуса, чтобы его объем был наибольшим?

Ответ: _____.

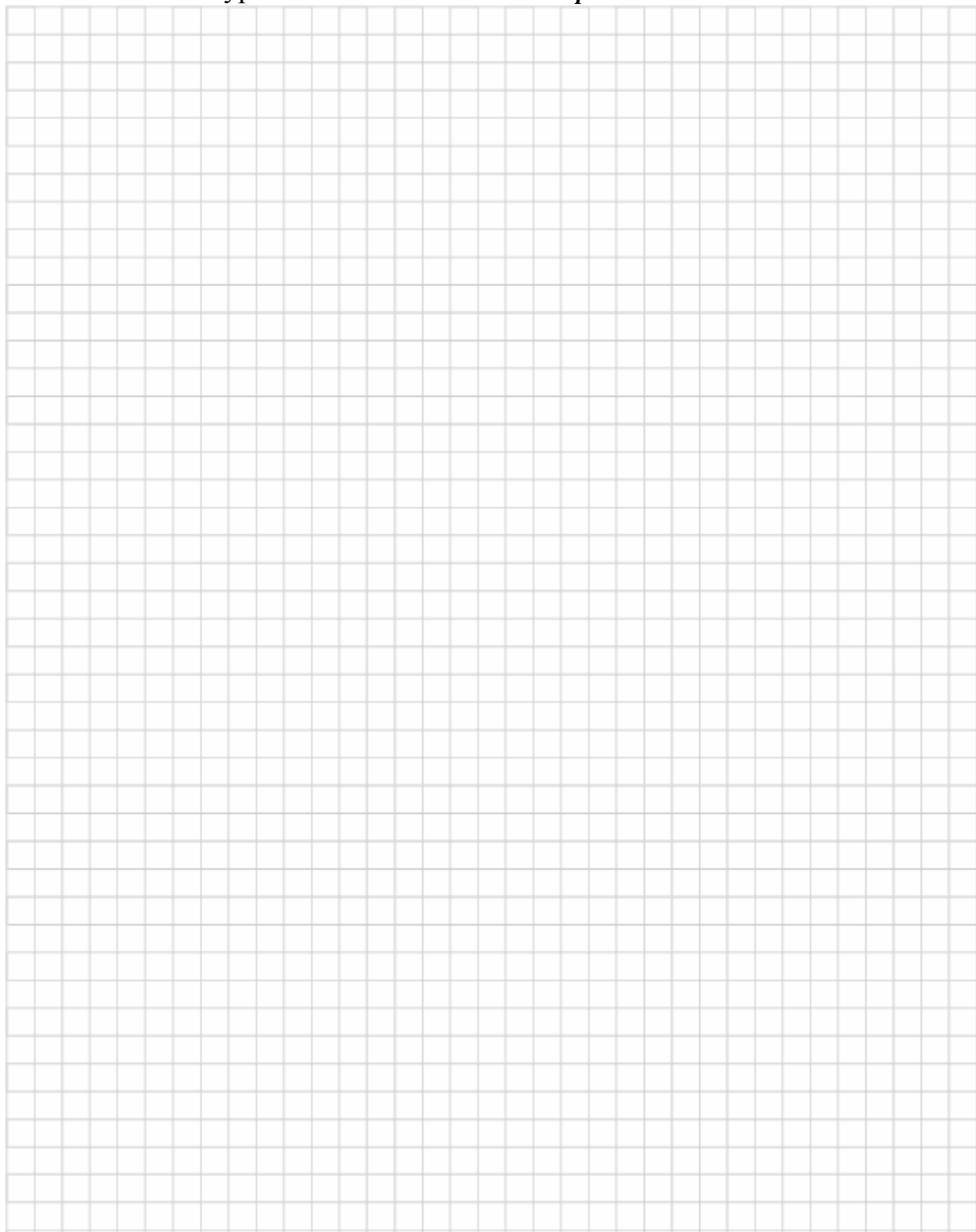
21. В каких точках производная функции $y = \frac{1 - \cos x}{\sin x}$ обращается в ноль?

Ответ: _____.

Часть 3

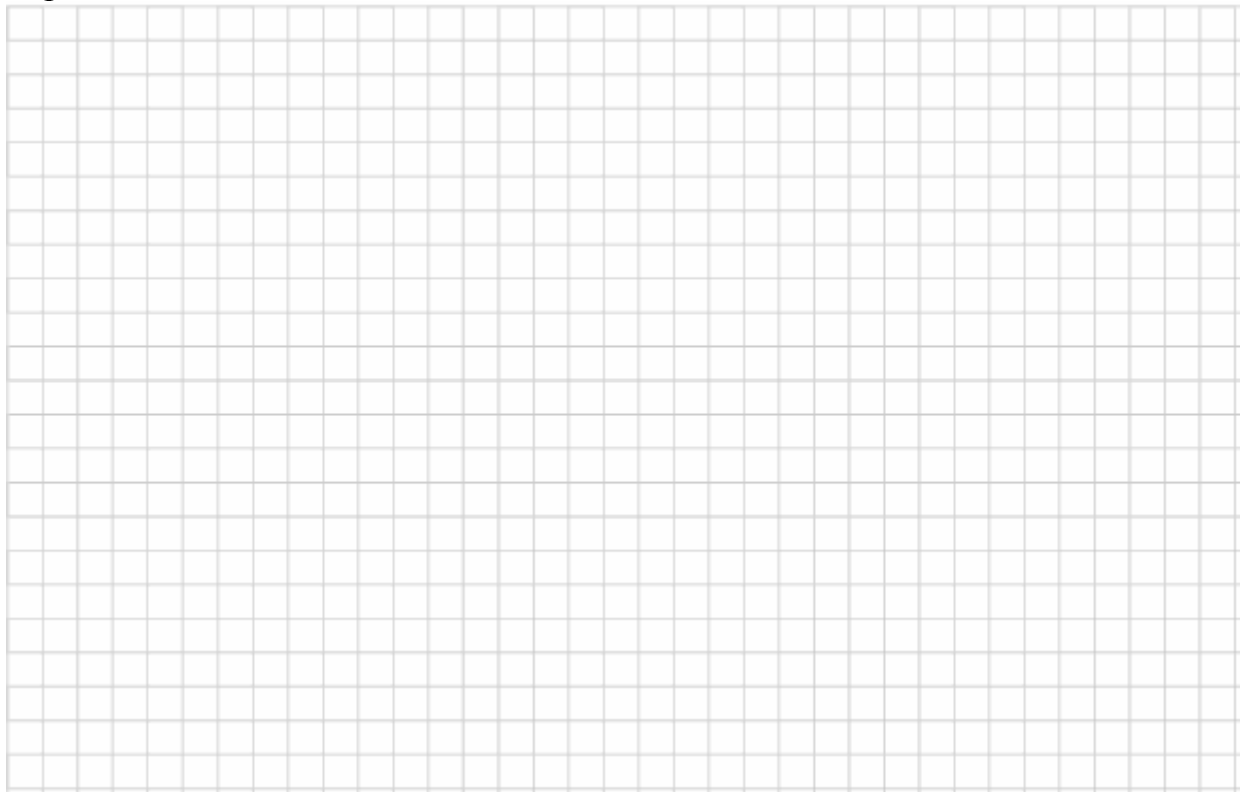
Решения заданий 22–26 должны иметь объяснения. Запишите последовательные логические действия и объяснения, сделайте ссылки на математические факты, из которых вытекает то или иное утверждение. Если необходимо, проиллюстрируйте решения заданий схемами, графиками, таблицами.

22. Решить уравнение $x^2 - 8x + 17 = \cos p x$.

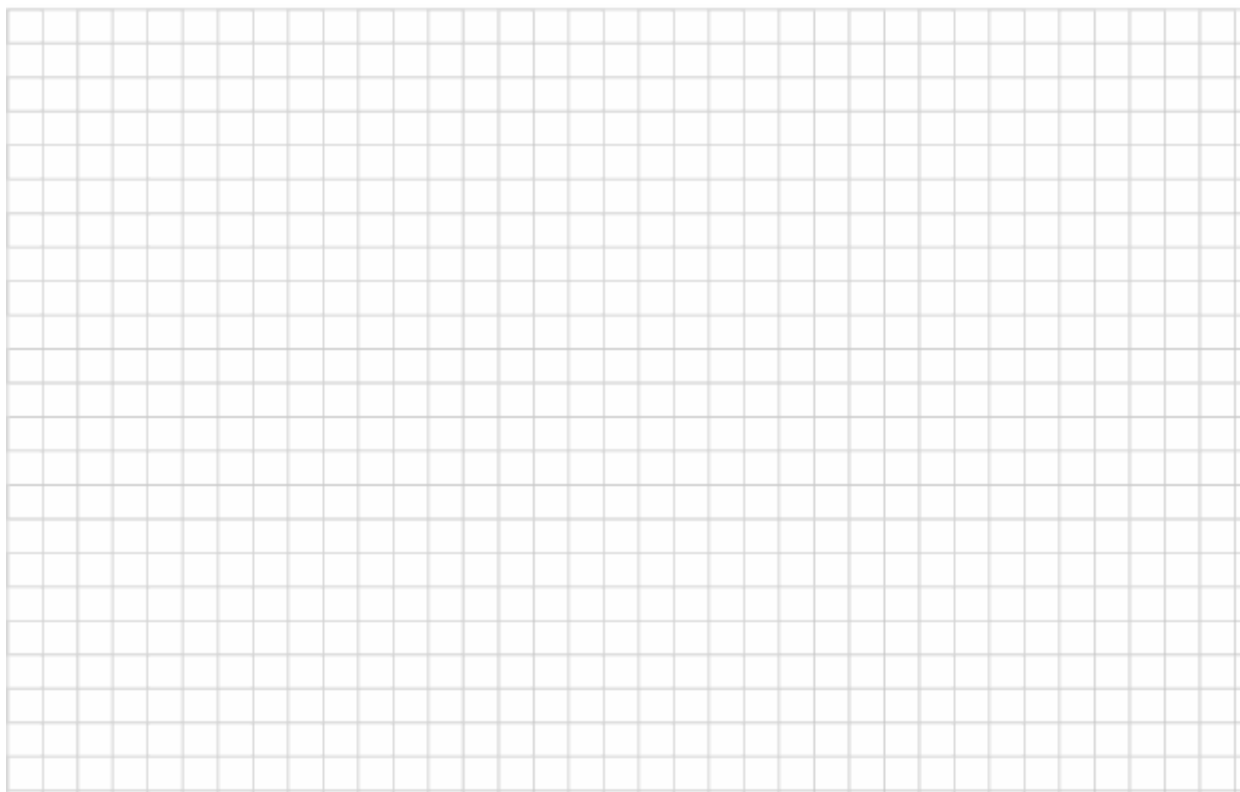


23. Определить, в каких точках производная функции $y = \frac{(\operatorname{tg}x + 1)^2}{\operatorname{tg}x}$

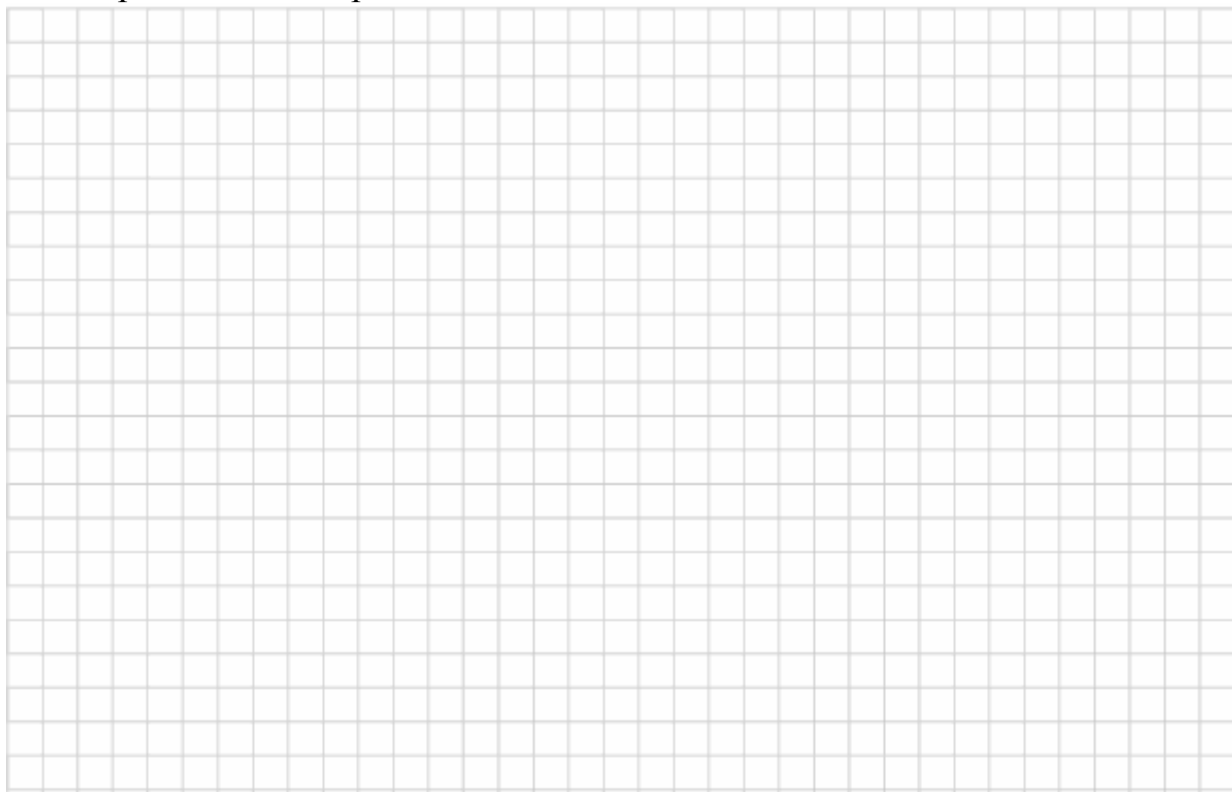
обращается в ноль.



24. Пятый член арифметической прогрессии равен 4. Какой должна быть разность прогрессии, чтобы сумма квадратов второго и шестого членов была наименьшей?



25. Составить уравнения касательных к кривой $y = \frac{3x^2 + 1}{x^2 + 3}$, проходящих через начало координат.



26. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \arcsin x$, $y = 0$, $x = 1$.

